11 апреля

ДОКЛАДЫ

АКАДЕМИИ НАУК СССР

ВЫХОДЯТ ТРИ РАЗА В МЕСЯЦ

Редакционная коллегия: акад. Л. А. Арцимович, акад. А. Г. Бетехтин, акад. С. А. Векшинский, акад. А. Н. Колмогоров (зам. главного редактора), акад. А. Л. Курсанов, акад. С. А. Лебедев, акад. И. Н. Назаров, акад. А. И. Некрасов, акад. А. И. Опарин (главный редактор), акад. Е. Н. Павловский, акад. Л. И. Седов, акад. Н. М. Страхов, акад. А. Н. Фрумкин (зам. главного редактора)

25-й ГОД ИЗДАНИЯ

1957

Том 113, № 5

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА *Стр.*

З. С. Агранович и **В. А. Марченко.** Восстановление потенциала по матрице рассеяния для системы дифференциальных уравнений 951

Р. Г. Баранцев. Краевая задача для уравнения $\psi_{\sigma\sigma} - K(\sigma)\psi_{\theta\theta} = 0$ с данными на характеристике и прямых $\sigma = \text{const}$ 955

В. Г. Винокуров. Условия регулярности вероятностных процессов 959

М. И. Вишик и **Л. А. Люстерник.** О некоторых эллиптических уравнениях четного порядка, содержащих малые параметры при старших производных и вырождающихся в уравнения первого (и вообще нечетного) порядка 962

М. И. Граев. Неприводимые унитарные представления группы матриц третьего порядка, сохраняющих индефинитную эрмитову форму. 966

М. Г. Крейн. О континуальном аналоге одной формулы Кристоффеля из теории ортогональных многочленов 970

Ю. В. Линник. Об «определяющих» статистиках; одно обобщение проблемы моментов 974

В. Е. Мираков. Принцип мажорант и метод касательных парабол для нелинейных функциональных уравнений 977

И. И. Пятецкий-Шапиро. Об оценке размерности пространства автоморфных форм для некоторых типов дискретных групп 980

Д. А. Райков. Индуктивные и проективные пределы с вполне непрерывными отображениями 984

Г. Ш. Рубинштейн. Обобщение задачи о крайней точке пересечения оси с выпуклым многогранником 987

А. Д. Соловьев. Определение класса сходимости интерполяционного ряда для некоторых задач 991

А. Ф. Тиман и **М. Ф. Тиман.** О зависимости между модулями гладкости функций, заданных на всей вещественной оси 995

Е. А. Троицкая. Применение общей теории приближенных методов к исследованию задачи об определении собственных чисел и собственных векторов 998

М. Д. Хриптун. Об одном классе целых функций 1002

ГИДРОМЕХАНИКА

В. П. Коробейников. О распространении сильной сферической взрывной волны в теплопроводном газе 1006

Э. Лариш и **И. Шехтман.** О введении излучения в задачи газовой динамики 1010

АСТРОНОМИЯ Стр.

Г. А. Гурзадян. О структуре планетарных туманностей 1013

ФИЗИКА

И. Б. Берсукер. К теореме о сумме сил осцилляторов для щелочных металлов 1017
А. Т. Вартанян и **И. А. Карпович.** О фотопроводимости виолантрона и пирантрона 1020
Ю. М. Волокобинский. Влияние электрического поля на свойства тонких диэлектрических и полупроводниковых слоев 1023
Н. Д. Жевандров и **В. П. Николаев.** К вопросу об определении объемов молекул в растворах методом поляризованной люминесценции 1025
М. И. Корсунский и **В. А. Базакуца.** Об использовании электростатического поля разностного типа в спектроскопии пучков заряженных частиц . . . 1029
В. Н. Левковский. Сечение реакций Cd (n, p) Ag при энергии нейтронов 14 Мэв 1032
В. Г. Тельковский и **В. И. Пистунович.** Прохождение ионов различных газов через тонкую серебряную фольгу 1035

ГЕОФИЗИКА

В. М. Морозов. О немолекулярном рассеянии света в высоких слоях атмосферы 1039
В. В. Шулейкин. Еще о кинематике морских волн 1043

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

А. В. Брюханов. К вопросу об упругом последействии и углеродистых сталях 1046
В. Д. Кузнецов и **В. И. Флеров.** К вопросу о зависимости коэффициента трения от скорости 1050
Г. А. Смоленский, В. А. Исупов и **А. И. Аграновская.** Твердые растворы метаниобата и метатанталата бария в титанате бария, обладающие сегнетоэлектрическими свойствами 1053
Е. М. Шевандин, И. А. Разов, Р. Е. Решетникова и **Б. Н. Серпенинов.** О природе масштабного эффекта при разрушении металлов 1057

КРИСТАЛЛОГРАФИЯ

М. П. Шаскольская и В. Е. Кочнов. О возникновении волнистых линий скольжения в кристаллах хлористого серебра 1061

ХИМИЯ

М. М. Котон и **О. К. Сурнина.** Полимеризация 2-винилпиридина и 2-винилхинолина 1063
Д. Н. Курсанов и С. В. Витт. Исследование механизма алкилирования фенолов йодистым N-триметил-α-фенэтиламмонием 1066
Е. М. Савицкий, В. В. Барон и **К. Н. Иванова.** Диаграмма рекристаллизации молибдена 1070
Н. Н. Сахарова. О комплексных соединениях лантана, церия, празеодима и неодима с тиомочевиной 1073
А. В. Топчиев и **В. Н. Андронов.** Алкилирование изопентана пропиленом и изобутиленом в присутствии ряда фосфорных кислот, содержащих фтор и фтористый бор 1076
Ю. Н. Шейнкер. Таутомерия ацилированных гетероциклических аминов и ее изучение с помощью спектров 1080
Н. П. Шушерина, М. Ю. Лурье и **Р. Я. Левина.** δ-Лактоны. Получение ацилированных бутиролактонов из γ-бром-δ-кетонокислот 1084
Л. Н. Яхонтов. О некоторых химических особенностях 2,6-дихлорпроизводных пиридина 1088

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

А. А. Баландин и **П. Тетени.** Кинетика дегидрогенизации спиртов над осажденным медным катализатором 1090
В. И. Блинов и **Г. Н. Худяков.** О некоторых закономерностях диффузионного горения жидкостей 1094
В. А. Смирнов и **Л. И. Антропов.** Нулевые точки разбавленных амальгам натрия 1098
Л. А. Фейгин и **В. Н. Рожанский.** О возможности полного рентгенографического дисперсионного анализа графитовых порошков и коллоидных препаратов 1102

ГЕОХИМИЯ

Е. Д. Зайцева. Емкость обмена катионов донных отложений северо-западной части Тихого океана 1106

ГЕОЛОГИЯ

Р. Д. Гаврилин. Геологическое положение щелочных жильных пород в жильной серии щелочно-земельных гранитоидов 1111

Стр.

М. Г. Гордон. Минералого-петрографические коррелятивы нижнекаменноугольных отложений северо-западного крыла Подмосковной котловины . . . 1115
С. В. Семихатова, Л. М. Елина и И. И. Далматская. Московский ярус среднего карбона в Мелекесской впадине 1119
И. В. Сергеев и Г. Б. Удинцев. Открытие и исследования подводной горы Исакова в Тихом океане 1123
П. Л. Шульга. О перерыве в отложениях на границе башкирского и московского ярусов в Днепровско-Донецкой впадине 1127

МИНЕРАЛОГИЯ

С. И. Бенеславский. Новые алюмосодержащие минералы бокситов 1130

ПАЛЕОНТОЛОГИЯ

О. И. Джанелидзе. О морфологических аномалиях у фораминифер тарханского горизонта Грузии 1133
В. Я. Дидковский. О новом представителе семейства Miliolidae—Tortonella bondarschuki gen. et sp. nov. из тортонских отложений УССР 1137

ГИСТОЛОГИЯ

З. П. Жемкова. Гистологическое строение трофобласта гладкого хориона у человека 1140
А. А. Заварзин. К вопросу о гистогенезе семевыносящих путей млекопитающих и человека 1143
В. П. Курковский. К вопросу о патологических изменениях интероцепторов устий полых вен 1147
А. Н. Ливен. В вопросу о морфологии рецепторов пищевода птиц 1150
В. А. Тихова. К вопросу об иннервации пигментных клеток 1154

ГЕНЕТИКА

Г. Б. Медведева. Влияние полового ментора на наследование признаков пшеницы 1158

МИКРОБИОЛОГИЯ

С. Гершензон. Полиэдренный вирус большой вощинной моли (Galleria mellonella L.) 1161

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

Б. Е. Кравцова. Об интенсивности оттока продуктов ассимиляции в зерно при разной густоте посева яровой пшеницы 1163
Г. Х. Молотковский и А. Ф. Измайлов. Содержание хлорофилла, аскорбиновой кислоты и активность каталазы в листьях некоторых плакучих форм древесных растений в связи с явлением полярности 1165

ЗООЛОГИЯ

Д. В. Наумов. Строение и систематическое положение Monobrachium parasitum Merschk. (Hydrozoa) 1168

АНАТОМИЯ

В. Л. Данскер. Влияние операции симпатэктомии на артерио-венозные анастомозы уха кролика 1171

ФИЗИОЛОГИЯ

Э. Ш. Айрапетьянц и Л. И. Лебедева. Уровень содержания сахара в крови и инсулинная регуляция при истериозисе 1174
В. М. Хаютин. О природной прессорной реакции артериального давления при падении давления в каротидном синусе 1177

ПАРАЗИТОЛОГИЯ

П. А. Глущенко, А. В. Гуцевич и М. С. Дудкина. Исследование комаров как переносчиков вируса лимфоцитарного хориоменингита на западе Украины 1181

CONTENTS

MATHEMATICS *Pages*

Z. S. Agranovich and V. A. Marchenko. Re-establishment of the potential from the scattering matrix for a system of differential equations 951
R. G. Barantsev. A boundary problem for equation $\psi_{\sigma\sigma} - K(\sigma)\psi_{\theta\theta} = 0$. with values given on the characteristic and σ=const. lines 955

Pages

V. G. Vinokurov. Conditions for the regularity of stochastic processes 959
M. I. Vishik and L. A. Lusternik. On some even order elliptical equations containing small parameters in higher derivative terms and degenerating into equations of order one or, generally, of an odd order 962
M. I. Graev. Irreducible unitary representations of the group of third order matrices conserving an indefinite Hermite form 966
M. G. Krein. On a continual analogue of a Christoffel formula from the theory of orthogonal polynomials 970
Yu. V. Linnik. On «determining statistics»; a generalization of the problem of moments 974
V. E. Mirakov. The majoranta principle and the method of tangent parabolas for non-linear functional equations 977
I. I. Piatetsky-Shapiro. Estimate of the dimensionality of the space of automorphous forms for certain types of discrete groups 980
D. A. Raikov. Inductive and projective limits with completely continuous mappings 984
G. Sh. Rubinstein. A generalization of the problem concerning the extreme intersection point of an axis with a convex polyhedron 987
A. D. Soloviev. Determination of the class of convergence of interpolation series for certain problems 999
A. F. Timan and M. F. Timan. On the relation between the smoothness moduli of functions given all along the axis of reals 993
E. A. Troitskaya. Recourse to the general theory of approximation methods in investigating the problem of determination of characteristic numbers and characteristic vectors 998
M. D. Khriptun. On a class of integral functions 1002

FLUID MECHANICS

V. P. Korobeinikov. On propagation of strong spherical blast wave in gas with heat conduction 1006
E. Larish and I. Shechtman. On the introduction of radiation in the problems of gas dynamics 1010

ASTRONOMY

G. A. Gurzadian. On the structure of planetary nebulae 1012

PHYSICS

I. B. Bersuker. Concerning a theorem on the sum of oscillator forces for alkali metals 1017
A. T. Vartanian and I. A. Karpovich. On the photoconduction of violanthrone and pyranthrone 1022
Yu. M. Volokobinsky. The influence of electric field on the properties of thin dielectric and semiconductor layers 1026
N. D. Zhevandrov and V. P. Nikolaev. On the determination of molecule volumes in solutions by means of polarized luminescence 1029
M. I. Korsunsky and V. A. Bazakutsa. On the use of a difference type of electrostatic field in the spectroscopy of charged particle beams 1029
V. N. Levkovsky. Cross-sections for Cd (n, p) Ag reactions when the energy of the neutrons is 14 Mev 1033
V. G. Telkovsky and V. I. Pistunovich. Movement of ions of various gases through a thin silver foil 1038

GEOPHYSICS

V. M. Morozov. On non-molecular scattering of light in high atmospheric layers 1038
W. W. Shulejkin. More on the kinematics of sea waves 1044

TECHNICAL PHYSICS

A. V. Briukhanov. On elastic after-effect in carbon steels 1049
V. D. Kuznetsov and V. I. Flerov. On the dependence of the coefficient of friction on the velocity 1053
G. A. Smolensky, V. A. Isupov and A. I. Agranovskaya. Second kind solid solutions of barium metaniobate and barium metatantalate in barium titanate, showing the properties of a Rochelle salt dielectric 1053
E. M. Shevandin, I. A. Razov, R. E. Reshetnikova and B. N. Serpeninov. On the nature of the scale effect in the breakdown of metals 1057

CRYSTALLOGRAPHY *Pages*

M. P. Shaskolskaya and **V. E. Kochnov.** On the appearance of wavy glide lines in silver chloride crystals 1061

CHEMISTRY

M. M. Koton and **O. K. Surnina.** Polymerization of 2-vinylpyridine and 2-vinylquinoline 1063
D. N. Kursanov and **S. V. Witt.** The study of the mechanism of alkylation of phenols by N-trimethyl-α-phenylethylammonium iodide 1066
E. M. Savitsky, V. V. Baron and **K. N. Ivanova.** Diagram of molybdenum recrystallization 1070
N. N. Sakharova. Complex compounds of lanthanum, cerium, praseodymium and neodymium with thiourea 1073
A. V. Topchiev and **V. N. Andronov.** The alkylation of isopentane by propylene and isobutylene in the presence of various phosphoric acids containing fluorine and boron fluoride 1076
Yu. N. Sheinker. The tautomerism of acylated heterocyclic amines and its study by means of spectra 1080
N. P. Shusherina, M. Yu. Lourier and **R. J. Levina.** δ-Lactones. Production of acylated butyrolactones from γ-bromine-δ-ketone acids 1084
L. N. Iakhontov. On some chemical features of 2,6-dichloroderivatives of pyridine 1088

PHYSICAL CHEMISTRY

A. A. Balandin and **P. Tetenyi.** The kinetics of the dehydrogenation of alcohols over a copper catalyst deposit 1090
V. I. Blinov and **G. N. Khudiakov.** On certain laws in the diffusion burning of liquids 1094
V. A. Smirnov and **L. I. Antropov.** Zero points of diluted sodium amalgams . . . 1098
L. A. Feigin and **V. N. Rozhansky.** On complete X-ray dispersion study of graphite powders and colloid preparations 1102

GEOCHEMISTRY

E. D. Zaitseva. Exchange capacity of kations of bottom deposits in the northwestern part of the Pacific 1106

GEOLOGY

R. D. Gavrilin. The geological position of alkaline vein-rocks within the veinseries of alkaline-earth granitoids 1111
M. G. Gordon. Mineralogical-petrographical correlatives of the lower-carbonaceous deposits of the north-western wing of the Near-Moscow cauldron 1115
S. V. Semichatova, L. M. Elina and **I. I. Dalmatskaya.** The Moscow stage of Middle Carboniferous in the Melekes depression 1119
I. V. Sergueyev and **G. B. Udintsev.** Discovery and exploration of the submarine Isakov mountain in the Pacific 1123
P. L. Shulga. On the break in the deposits at the boundary between the Bashkirian and Moscow stages in the Dnieper-Donets depression 1127

MINERALOGY

S. I. Beneslavsky. New aluminous minerals from bauxites 1130

PALAEONTOLOGY

O. I. Djanelidze. On morphological anomalies observed in the Foraminifera from the Tarkhan horizon of Georgia 1133
V. J. Didkovsky. On a new representative of the Miliolidae family — Tortonella bondartschuki gen. et sp. nov. from the Torton deposits of the Ukrainian SSR 1137

HISTOLOGY

Z. P. Zhemkova. Histological structure of trophoblast of smooth chorion in man 1140
A. A. Zawarzin. On the histogenesis of ductuli efferentes and ductus epididimus in mammals and in man 1143
V. P. Kurkovsky. On the pathological changes occurring in the interoceptors of the orifices of venae cavae 1147
A. N. Lieven. On the morphology of oesophagus receptors in birds 1150
V. A. Tikhova. A contribution to the problem of pigment cell innervation . . . 1154

GENETICS

G. B. Medvedeva. Inheritance of characters in wheat as influenced by a sex mentor 1158

MICROBIOLOGY Page

S. Gershenson. The polyhedral virus of Galleria mellonella L. 116

PLANT PHYSIOLOGY

B. E. Kravtsova. On the intensity of assimilation product supply to the seed, as affected by the density of sowing in spring wheat 116
G. Kh. Molotkovsky and **A. F. Izmailov.** Chlorophyll and ascorbic acid content and catalase activity in the leaves of certain weeping forms of arboreus plants in connection with the polarity phenomenon 116

ZOOLOGY

D. V. Naumov. Structure and taxonomic position of Monobrachium parasitum Merschk. (Hydrozoa) 116

ANATOMY

V. L. Dansker. Influence of operation sympathectomy on arterio-venous anastomoses in the rabbit ear 117

PHYSIOLOGY

E. Sh. Airapetiants and **L. I. Lebedeva.** Sugar level of blood and insulin regulation in the case of hysteriosis 117
V. M. Khaiutin. On the nature of pressor reaction of arterial pressure in the case of pressure drop in the carotid sinus 117

PARASITOLOGY

P. A. Gluschenko, A. V. Gutsevich and **M. S. Dukind.** Mosquitos as vectors of the virus of lymphocytary horiomeningitis in the western part of the Ukrain 118

ПОПРАВКА

В статье С. И. Пашкаря «Возрастные изменения содержания фенольных соединений и распределение их по органам растения картофеля», помещенной в ДАН, т. 111, № 6, 1956 г., начало таблицы 1 должно быть:

Период взятия проб	Часть растения	Фракция	Сорта			
			Вольтман	Карнеа	Стахановский	Октябренок
Фаза 5—6 листьев	Листья	Вр	485,0	284,0	305,0	252,0
		Эр	24,0 } 638,0	20,44 } 462,54	18,6 } 382,5	13,9 } 370,1
		Щр	129,0	158,1	58,9	104,2
Бутонизация	Листья	Вр	600,0	317,0	391,5	463,0
		Эр	24,1 } 770,1	19,7 } 490,7	19,7 } 579,2	14,1 } 712,1
		Щр	146,0	154,0	168,0	235,0

Т-04816 Подписано к печати 22/V 1957 г. Тираж 5900 экз. Зак. 1342
Формат бумаги 79×108 1/16. Бум. л. 7 1/2 Печ. л. 20,55+4 вкл. Уч.-изд. л. 20,0

2-я типография Издательства Академии наук СССР. Москва, Шубинский пер., 10

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

МАТЕМАТИКА

З. С. АГРАНОВИЧ и В. А. МАРЧЕНКО

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПОТЕНЦИАЛА ПО МАТРИЦЕ РАССЕЯНИЯ ДЛЯ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

(Представлено академиком С. Н. Бернштейном 29 X 1956)

Настоящая заметка посвящена обратной задаче теории рассеяния для системы дифференциальных уравнений вида

$$y''_\alpha + \lambda^2 y_\alpha = \sum_{\beta=1}^{n} v_{\alpha\beta}(x)\, y_\beta, \quad 0 < x < \infty \quad (\alpha = 1, 2, \ldots, n). \tag{A}$$

Эта задача рассматривалась в работе (1), где она сведена к отысканию спектральной матрицы с последующим использованием уравнения И. М. Гельфанда и Б. М. Левитана (2). Мы даем прямое решение этой задачи, используя метод, изложенный для одного уравнения в работе (3). Заметим, что эту задачу для одного уравнения рассматривал другими методами М. Г. Крейн (4).

1. Итак, рассмотрим систему (A), равносильную матричному уравнению

$$Y'' + \lambda^2 Y = V(x)\, Y, \tag{1}$$

и предположим, что потенциальная матрица $V(x) = \| v_{\alpha\beta}(x) \|_1^n$ эрмитова и удовлетворяет условию

$$\int_0^\infty t\, |V(t)|\, dt < \infty. \tag{2}$$

Абсолютную величину $|A|$ любой матрицы $A = \| a_{\alpha\beta} \|_1^n$ определяем формулой $|A| = \max\limits_{\alpha} \sum\limits_{\beta=1}^{n} |a_{\alpha\beta}|$.

Из условия (2), очевидно, следует, что при любом $x > 0$ существует интеграл

$$\sigma(x) = \int_0^\infty |V(t)|\, dt. \tag{3}$$

Теорема 1. *Уравнение* (1) *имеет при любом* λ *из полуплоскости* $\operatorname{Im}\lambda \leqslant 0$ *решение* $E(x, \lambda)$, *представимое в виде*

$$E(x, \lambda) = e^{-i\lambda x} I + \int_x^\infty K(x, t)\, e^{-i\lambda t}\, dt, \tag{4}$$

где I *— единичная матрица, а матрица* $K(x, t)$ *удовлетворяет неравенству* $|K(x, t)| \leqslant C\sigma\left(\frac{x+t}{2}\right)$ $(C = \text{const})$. *При этом*

$$2K(x, x) = \int_x^\infty V(t)\, dt, \quad 0 < x < \infty.$$

Аналогичная теорема для одного уравнения впервые получена Б. Я. Левиным ([5]) при несколько более жестких требованиях на потенциал.

2. Рассмотрим граничную задачу, определяемую системой (A) и условием

$$y_\alpha(0, \lambda) = 0, \quad \alpha = 1, 2, \ldots, n, \tag{B}$$

и обозначим через $G(x, \lambda)$ матрицу — решение уравнения (1), удовлетворяющую начальным условиям $G(0, \lambda) = 0$, $G'(0, \lambda) = I$. Граничная задача (A) — (B) имеет конечное число p собственных значений вида λ_k^2, $\lambda_k = -i\mu_k$, $\mu_k > 0$, а соответствующие им нормированные собственные вектор-функции являются столбцами матриц

$$U(x, \lambda_k) = E(x, \lambda_k) \cdot M_k, \tag{5}$$

где M_k — эрмитова матрица, ранг которой равен кратности собственного значения λ_k^2. Будем называть M_k нормировочной матрицей. При вещественных $\lambda \neq 0$ имеет место равенство

$$U(x, \lambda) = E(x, -\lambda) - E(x, \lambda) \cdot S(-\lambda) = 2i\lambda G(x, \lambda) \cdot [E^*(0, -\lambda)]^{-1}, \tag{6}$$

где $S(\lambda)$ — унитарная матрица, называемая матрицей рассеяния.

Теорема 2. *Матрица $K(x, y)$ (см. теорему 1) удовлетворяет при $0 \leqslant x < y < \infty$ уравнению*

$$F(x + y) + K(x, y) + \int_x^\infty K(x, t) F(t + y)\, dt = 0, \tag{7}$$

где $F(u)$ определяется через $S(\lambda)$ и M_k по формуле:

$$F(u) = \sum_{k=1}^{p} M_k^2 e^{-\mu_k u} + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [I - S(\lambda)]\, e^{i\lambda u}\, d\lambda.$$

Уравнение (7) можно получить путем контурного интегрирования из равенства (6). Из уравнения (7) легко выводится равенство Парсеваля для системы матриц-функций (5), (6), равносильное следующему разложению δ-функции:

$$\delta(x - y) \cdot I = \sum_{k=1}^{p} U(x, \lambda_k)\, U^*(y, \lambda_k) + \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty U(x, \lambda)\, U^*(y, \lambda)\, d\lambda, \tag{8}$$

Обратно, из формулы (8) можно получить уравнение (7), используя идею ортогонализации.

Теорема 3. *Матрица рассеяния $S(\lambda)$ обладает следующими свойствами:*

I_S. *Матрица $I - S(\lambda)$ есть преобразование Фурье эрмитовой матрицы $F_1(u)$ так, что*

$$F_1(u) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [I - S(\lambda)]\, e^{i\lambda u}\, d\lambda. \tag{9}$$

При этом элементы матрицы $F_1(u)$, суммируемые на полуоси $(0, \infty)$, а на полуоси $(-\infty, 0)$, представимы в виде суммы двух функций, из которых одна суммируема, а другая ограничена и суммируема с квадратом.

II_S. *Уравнение*

$$-x(t) + \int_{-\infty}^{0} x(\xi) F_1(t + \xi)\, d\xi = 0, \quad -\infty < t \leqslant 0, \tag{10}$$

не имеет ненулевых решений.

III_S. *При любом* $u > 0$ *существует* $F'(u)$ *и* $\int_0^\infty u\,|F'(u)|\,du < \infty$.

Нормировочные матрицы M_k *и собственные значения* λ_k^2 $(\lambda_k = -i\mu_k)$ *таковы, что:*

IV. *Уравнение*

$$x(t) + \int_0^\infty x(\xi)\,F(t+\xi)\,d\xi = 0, \quad 0 \leqslant t < \infty,$$

где

$$F(u) = \sum_{k=1}^{p} M_k^2\, e^{-\mu_k u} + F_1(u), \tag{11}$$

не имеет ненулевых решений.

V. *Число линейно независимых решений уравнения*

$$x(t) + \int_0^\infty x(\xi)\,F_1(t+\xi)\,d\xi = 0, \quad 0 \leqslant t < \infty, \tag{12}$$

равно сумме рангов матриц M_k.

Заметим, что для матрицы $F(u)$ имеет место неравенство

$$|4F'(2u) - V(u)| \leqslant C\sigma^2(u), \tag{13}$$

где C — постоянная, а $\sigma(x)$ определена формулой (3), из которого и получается свойство III_S теоремы 3.

3. Переходим к обратной задаче. Пусть произвольно заданы эрмитовы матрицы M_k, числа $\mu_k > 0$ $(k = 1, 2, \ldots, p)$ и унитарная матрица $S(\lambda)$, обладающая свойством I_S теоремы 3. Построим по этим данным согласно формулам (9), (11) матрицу $F(u)$, а по ней уравнение (7) с неизвестной матрицей $K(x, y)$. Тогда справедливы следующие две теоремы.

Теорема 4. *Уравнение* (7) *при всех* $x > 0$ *имеет единственное решение* $K(x, y)$, *и система матриц-функций* $U(x, \lambda)$ *и* $U(x, \lambda_k)$, $\lambda_k = -i\mu_k$, *построенных с помощью этого решения* $K(x, y)$ *по формулам* (4), (5), (6), *дает разложение* δ-*функции* (8), *равносильное равенству Парсеваля.*

Если при этом матрица $S(\lambda)$ *обладает также свойством* III_S, *то матрица* $K(x, x)$ *дифференцируема при всяком* $x > 0$ *и матрицы* $U(x, \lambda)$, $U(x, \lambda_k)$ *являются решениями уравнения* (1)* *с потенциальной матрицей* $V(x) = -2\frac{d}{dx}K(x, x)$, *удовлетворяющей при любом* $\varepsilon > 0$ *неравенству:*

$$|V(x) - 4F'(2x)| \leqslant C(\varepsilon)\,\tau^2(2x), \tag{14}$$

где $C(\varepsilon)$ — *постоянная, а* $\tau(x) = \int_x^\infty |F'(u)|\,du$.

Если, кроме того, выполнено еще условие IV *теоремы* 3, *то неравенство* (14) *остается верным и при* $\varepsilon = 0$ $(C(0) < \infty)$, *и тогда* $V(x)$ *удовлетворяет условию* (2).

Теорема 5. *Если* $F(u) = F_1(u)$, *т. е. все* $M_k = 0$, *то уравнение* (7), *построенное по* $F(u)$, *решается при каждом* $x > 0$ *методом последовательных приближений.*

---

* Если допустить, что элементы потенциальной матрицы могут быть обобщенными функциями, то этот результат справедлив при одном условии I_S.

Отметим кстати, еще случай, когда уравнение (7) решается элементарно. Именно, если элементы $S(\lambda)$ — дробно-рациональные функции, то ядро уравнения (7) $F(t+y)$ вырождено.

Из неравенств (13) и (14) следует, что поведение потенциальной матрицы $V(x)$ на бесконечности и вблизи нуля в существенном такое же, как и матрицы $F'(2x)$.

4. Заметим, что даже в том случае, когда выполнены все условия теоремы 4 (т. е. I_S, III_S и IV), матрицы $U(x, \lambda)$ и $U(x, \lambda_k)$, вообще говоря, не будут удовлетворять граничному условию, т. е. могут не исчезать в нуле. Для того чтобы матрицы $U(x, \lambda)$ и $U(x, \lambda_k)$ исчезали в нуле, необходимы некоторые дополнительные условия.

Теорема 6. *Если произвольно заданные* $S(\lambda)$, M_k *и* μ_k *обладают свойствами* I_S, IV *и* V, *то матрицы* $U(x, \lambda_k)$ *удовлетворяют граничному условию* $U(0, \lambda_k) = 0$, $k = 1, 2, \ldots, p$. *Если, кроме того, выполнено еще условие* II_S, *то и для матриц* $U(x, \lambda)$ *имеем* $U(0, \lambda) = 0$, $0 < \lambda < \infty$.

Из теорем 3, 4 и 6 вытекает следующий основной результат:

Условия I_S, II_S, III_S, IV *и* V *необходимы и достаточны для того, чтобы заданные унитарная матрица* $S(\lambda)$, *эрмитовы матрицы* M_k *и числа* $-\mu_k^2$, $\mu_k > 0$, *являлись, соответственно, матрицей рассеяния, нормировочными матрицами и собственными значениями некоторой (однозначно ими определяемой) граничной задачи* (A) — (B) *с потенциальной матрицей* $V(x)$, *удовлетворяющей условию* (2).

Заметим, что указанные условия независимы. Однако, если матрица $S(\lambda)$ обладает свойствами I_S, III_S и, кроме того, непрерывна в нуле, то, обозначая через m_- и m_+ число линейно независимых решений, соответственно, уравнений (10) и (12), через q — ранг матрицы $I - S(0)$, будем иметь

$$m_+ - m_- = \frac{\eta(+\infty) - \eta(0)}{2\pi} - \frac{1}{2} q, \tag{15}$$

где $i\eta(\lambda) = \ln(\det S(\lambda))$. Поэтому, если $S(\lambda)$ непрерывна, обладает свойствами I_S, III_S и сумма рангов матриц M_k равна правой части формулы (15), то свойства II_S и V вытекают из свойства IV.

5. Если задана унитарная матрица, обладающая свойствами I_S и II_S, то всегда можно, и притом бесконечным множеством способов, указать числа $\mu_k > 0$ и эрмитовы матрицы M_k так, что все условия I_S, II_S, IV и V будут соблюдены. В частности, справедлива следующая теорема.

Теорема 7. *Свойства* I_S, II_S *и* III_S *необходимы и достаточны для того, чтобы унитарная матрица* $S(\lambda)$ *являлась матрицей рассеяния некоторой граничной задачи* (A) — (B) *с потенциальной матрицей, удовлетворяющей условию* (2).

В заключение заметим, что, отправляясь от результатов, изложенных в настоящей заметке, можно провести аналогичное исследование и в случае, когда элементы потенциальной матрицы содержат особенности порядка x^{-2} (как в нуле, так и на бесконечности).

Харьковский государственный университет
им. А. М. Горького

Поступило
28 X 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] R. G. Newton, R. Jost, Nuovo Cim., **1**, № 4, 590 (1955). [2] И. М. Гельфанд, Б. М. Левитан, Изв. АН СССР, сер. матем., **15**, 309 (1951). [3] В. А. Марченко, ДАН, **104**, № 5, 695 (1955). [4] М. Г. Крейн, ДАН, **105**, № 3, 433 (1955). [5] Б. Я. Левин, ДАН, **106**, № 2, 187 (1956).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

МАТЕМАТИКА

Р. Г. БАРАНЦЕВ

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ $\psi_{\sigma\sigma} - K(\sigma)\psi_{\theta\theta} = 0$ С ДАННЫМИ НА ХАРАКТЕРИСТИКЕ И ПРЯМЫХ $\sigma = \text{const}$

(Представлено академиком В. И. Смирновым 5 XI 1956)

1. Рассмотрим уравнение

$$L(\psi) \equiv \psi_{\sigma\sigma} - K(\sigma)\psi_{\theta\theta} = 0, \quad K(\sigma) \in C^{(2)} \tag{1_0}$$

внутри гиперболической полосы ($K(\sigma) > 0$). Пусть AB — отрезок характеристики какого-либо семейства с концами в точках (σ_0, θ_0) и (σ_1, θ_1). Найдем и исследуем решение краевой задачи

$$L(\psi) = 0; \quad \psi|_{AB} = \bar{\psi}(\sigma); \quad \psi|_{\sigma=\sigma_0} = \bar{\psi}(\sigma_0); \quad \psi|_{\sigma=\sigma_1} = \bar{\psi}(\sigma_1) \tag{I_0}$$

в полосе $S\{\sigma_0 \leqslant \sigma \leqslant \sigma_1; \ -\infty < \theta < +\infty\}$.

Предположим пока, что в $[\sigma_0, \sigma_1]$ $\bar{\psi}(\sigma) \in C$ и имеет ограниченное изменение. В дальнейшем условия на $\bar{\psi}(\sigma)$ и $K(\sigma)$ уточняются.

В (I_0) содержится, в частности, газодинамическая задача с данными на характеристике и свободной поверхности.

2. Сделаем следующие преобразования:

а) После вычитания из (I_0) решения уравнения (1_0)

$$\psi_0 = \frac{1}{\sigma_1 - \sigma_0}\{\sigma_1\bar{\psi}(\sigma_0) - \sigma_0\bar{\psi}(\sigma_1) + \sigma\bar{\psi}(\sigma_1) - \sigma\bar{\psi}(\sigma_0)\}$$

задача для $\psi^* = \psi - \psi_0$ примет вид

$$L(\psi^*) = 0; \quad \psi^*|_{AB} = \bar{\psi}(\sigma) - \psi_0|_{AB} \equiv \bar{\psi}^*(\sigma); \quad \psi^*|_{\sigma=\sigma_0} = \psi^*|_{\sigma=\sigma_1} = 0. \tag{I_1}$$

б) Замена $dt = \sqrt{K}\,d\sigma$, $t(\sigma_0) = 0$, ведет от (1_0) к уравнению

$$\psi_{tt} - \psi_{\theta\theta} + \frac{K_1'}{2K_1}\psi_{tt} = 0, \quad K_1 = K_1(t) = K(\sigma). \tag{1_1}$$

в) Вводя вместо ψ^* $u = \psi^* K_1^{1/4}$, получим из (1_1)

$$u_{tt} - u_{\theta\theta} + q(t)u = 0, \quad q(t) = -K_1^{-1/4}\frac{d^2K_1^{1/4}}{dt^2}. \tag{1_2}$$

г) Наконец, для удобства нормируем задачу, заменяя (t, θ) на (ζ, ϑ) по формулам $t_1\zeta = t$; $t_1\vartheta = \pm(\theta - \theta_0)$; $t_1 = t(\sigma_1)$. При этом точка B перейдет в (1,1). Теперь имеем

$$u(t, \theta) \equiv v(\zeta, \vartheta); \quad M(v) \equiv v_{\zeta\zeta} - v_{\vartheta\vartheta} + N(\zeta)v = 0, \tag{1}$$

где $N(\zeta) = t_1^2 q(\zeta t_1)$, $N(\zeta) \in C[0, 1]$.

Задача (I_1) сводится к виду

$$M(v) = 0; \quad v|_{\vartheta=\zeta} = \psi^*(\sigma) K^{1/4}(\sigma) \equiv p(\zeta); \quad v|_{\zeta=0} = v|_{\zeta=1} = 0, \tag{I}$$

причем $p(\zeta)$ на $[0, 1]$ непрерывна, имеет ограниченное изменение и обращается в 0 на концах.

3. Для решения задачи (I) воспользуемся семейством частных решений уравнения (1), которое получается обычным путем разделения переменных ζ, ϑ. Рассмотрим ряд $T = \sum_n c_n B_n(\zeta) \exp(i\mu_n \vartheta)$, в котором c_n — пока неопределенные комплексные числа; μ_n и $B_n(\zeta)$ — собственные числа и нормированные собственные функции задачи Штурма — Лиувилля;

$$B_n'' + [\mu_n^2 + N(\zeta)] B_n = 0, \tag{2}$$

$$B_n(0) = B_n(1) = 0. \tag{3}$$

Если вообще значения $p(\zeta)$ искомой функции задавать на некоторой кривой $\vartheta = f(\zeta)$, то попытка формально удовлетворить этому краевому условию функцией вида T приводит к разложению $p(\zeta)$ в ряд по собственным функциям следующей несамосопряженной задачи:

$$z_n'' - 2i\mu_n f' z_n' + z_n \{N - i\mu_n f'' + \mu_n^2 (1 - f'^2)\} = 0, \tag{4}$$

$$z_n(0) = z_n(1) = 0. \tag{5}$$

Уравнение (4) получается, если подставить в (2) функцию $B_n(\zeta) = z_n(\zeta) \exp[-i\mu_n f(\zeta)]$. Исследование задачи (4), (5) при различных $f(\zeta)$ представляет самостоятельный интерес. В нашем же случае $f(\zeta) \equiv \zeta$, и уравнение (4) значительно упрощается:

$$z_n'' - 2i\mu_n z_n' + N z_n = 0. \tag{6}$$

Существенную роль теперь будет играть следующая теорема.

Теорема 1. *Пусть* μ_n *и* $z_n(\zeta) = B_n(\zeta) \exp(i\mu_n \zeta)$ *— собственные числа и собственные функции задачи* (6), (5), *где* $N(\zeta) \in C$, $B_n(\zeta)$ *нормированы и* $\mu_0 = 0$ *— несобственное число. Если* $p(\zeta)$ *имеет на* $[0, 1]$ *ограниченное изменение, то*

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty}{}' \frac{i z_n(\zeta)}{\mu_n} \int_0^1 p(\tau) \overline{z_n'}(\tau)\, d\tau = \frac{1}{2} \{p(\zeta + 0) + p(\zeta - 0) - p(0+) - p(1-)\}. \tag{7}$$

Это утверждение непосредственно вытекает из теоремы, доказанной Мишо ([1]).

4. Итак, имея в виду теорему 1, будем искать решение задачи (I) в виде

$$v = \sum_{n=-\infty}^{+\infty}{}' c_n B_n(\zeta) \exp(i\mu_n \vartheta), \tag{8}$$

где

$$\mu_{-n} = -\mu_n, \quad B_{-n}(\zeta) = -B_n(\zeta); \tag{9}$$

μ_n и $B_n(\zeta)$ определяются из (2), (3).

При $\mu_0 = 0$ общее решение уравнения (2) имеет вид $B_0 = K_1^{1/4} \left(c_1 + c_2 \int_0^t \frac{dt}{\sqrt{K_1}}\right)$, и легко видеть, что $\mu_0 = 0$ — несобственное число.

Предполагая доказываемую далее равномерную сходимость ряда (8) в рассматриваемой полосе S, видим, что краевые условия на прямых

$\zeta = 0$, $\zeta = 1$ удовлетворяются в силу (3), а на характеристике AB получаем разложение $p(\zeta)$ в ряд

$$p(\zeta) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty}{}' c_n z_n(\zeta), \tag{10}$$

где $z_n(\zeta) = y_n(\zeta) + ix_n(\zeta) = B_n(\zeta)\exp(i\mu_n\zeta)$ — собственные функции задачи (6), (5). При рассматриваемых $p(\zeta)$ разложение (10) оправдывается теоремой 1. Коэффициенты c_n, как видно из (7), определяются по формуле

$$c_n = \frac{i}{\mu_n}\int_0^1 p(y_n' - ix_n')\,d\zeta.$$

Обозначая

$$a_n = 2\int_0^1 p(\zeta)\,x_n'(\zeta)\,d\zeta, \quad b_n = 2\int_0^1 p(\zeta)\,y_n'(\zeta)\,d\zeta,$$

получим окончательно

$$v = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{B_n(\zeta)}{\mu_n}(a_n\cos\mu_n\vartheta - b_n\sin\mu_n\vartheta). \tag{11}$$

При этом мнимая часть суммы (8) исчезает в силу (9).

5. Исследуем ряд (11) при следующих дополнительных условиях на $p(\zeta)$ и $N(\zeta)$ в $[0, 1]$: $p(\zeta)\in C^{(2)}$ и существуют $p'''(\zeta)$ и $N'(\zeta)$ с ограниченным изменением. Воспользуемся асимптотическими формулами для μ_n и $B_n(\zeta)$, которые легко получить обычным путем последовательных приближений (см., например, [2]):

$$\mu_n = \pi n - \frac{H(0,1)}{\pi n} + \frac{O(1)}{n^3}; \tag{12}$$

$$B_n(\zeta) = \sqrt{2}\left\{\sin\pi n\zeta + h(\zeta)\frac{\cos\pi n\zeta}{\pi n} - \right.$$
$$\left. - \left[h^2(\zeta) + \frac{N(\zeta)}{2} - H(0,1)\right]\frac{\sin\pi n\zeta}{2\pi^2 n^2}\right\} + \frac{O(1)}{n^3}, \tag{13}$$

где

$$H(x,y) = \frac{1}{2}\int_x^y N(\zeta)\,d\zeta; \quad h(\zeta) = H(0,\zeta) - \zeta H(0,1).$$

В классе рассматриваемых $p(\zeta)$ получим

$$a_n = \frac{a}{n^2} + \frac{O(1)}{n^3}, \quad b_n = \frac{b}{n} + \frac{O(1)}{n^3}, \tag{14}$$

$$b = \frac{1}{\pi\sqrt{2}}\left\{p'(1) - p'(0) + \int_0^1 p(\zeta)\,N(\zeta)\,d\zeta\right\}; \tag{15}$$

$$a = \frac{1}{2\pi^2\sqrt{2}}\left\{p''(1) - p''(0) - 2p'(1)\,H(0,1) - \right.$$
$$\left. - \int_0^1 p(\zeta)\,[N'(\zeta) + 2N(\zeta)\,H(0,\zeta)]\,d\zeta\right\}. \tag{16}$$

Теперь (11) можно записать в виде

$$v = \frac{b}{\pi\sqrt{2}}\left\{\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos\pi n(\zeta+\vartheta)}{n^2} - \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos\pi n(\zeta-\vartheta)}{n^2}\right\} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\alpha(n,\zeta,\vartheta)}{n^3}, \tag{17}$$

где $\alpha(n, \zeta, \vartheta) = \dfrac{n^3 B_n(\zeta)}{\mu_n}(a_n \cos \mu_n \vartheta - b_n \sin \mu_n \vartheta) + \dfrac{nb\sqrt{2}}{\pi} \sin \pi n\zeta \sin \pi n\vartheta.$

Проведем из точек A и B характеристики второго семейства ($\zeta + \vartheta = \text{const}$) до встречи с противоположными стенками соответственно в точках A_1 и B_1; затем из точек A_1 и B_1 проведем характеристики первого семейства A_1A_2 и B_1B_2 и т. д. Получим ломаную L из отрезков характеристик, разбивающую S на треугольники S_k. В каждом из них суммы первых двух рядов в (17) имеют элементарный вид. Обозначим эти суммы, соответственно, $Q_1^{(k)}$ и $Q_2^{(k)}$. Например, в $\triangle ABA_1$ $Q_1^{(0)} - Q_2^{(0)} = \pi^2 \vartheta(\zeta - 1)$. При переходе через L нормальная производная разности $Q_1^{(k)} - Q_2^{(k)}$ терпит разрыв. С помощью асимптотических формул (12)—(14) нетрудно убедиться, что

$$\frac{\partial^p a(n, \zeta, \vartheta)}{\partial \zeta^i \partial \vartheta^{p-i}} = O(n^p) \quad (p = 0, 1, 2; i = 0, \ldots, p),$$

причем

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \frac{\partial^2 \alpha}{\partial \zeta^i \partial \vartheta^{2-i}} =$$

$$= \gamma_1(\zeta, \vartheta) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \pi n(\zeta + \vartheta)}{n} + \gamma_2(\zeta, \vartheta) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \pi n(\zeta - \vartheta)}{n} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{O(1)}{n^2},$$

$\gamma_1(\zeta, \vartheta)$ и $\gamma_2(\zeta, \vartheta)$ непрерывны в S и содержат a и b однородно-линейно.

Сформулируем результаты.

Теорема 2. *Если в* $[0, 1]$ $N(\zeta) \in C$, $p(\zeta) \in C^{(2)}$, *существуют* $N'(\zeta)$ *и* $p''(\zeta)$, *обе с ограниченным изменением, и* $p(0) = p(1) = 0$, *то функция*

$$v = \frac{b}{\pi\sqrt{2}} \{Q_1^{(k)}(\zeta, \vartheta) - Q_2^{(k)}(\zeta, \vartheta) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha(n, \zeta, \vartheta)}{n^3} \tag{18}$$

дает решение задачи (I), *дважды непрерывно дифференцируемое в любой точке* $M \in S$, *не лежащей на* L.

Теорема 3. *Для существования классического решения задачи* (I) *во всей полосе* S *необходимо условие* $a = b = 0$. *Если вместе с ним выполнены условия теоремы* 2, *это решение дается формулой* (11).

Теорема 4. *Если в* $[0, 1]$ $N(\zeta) \in C$, $p(\zeta) \in C$, *существует* $p'(\zeta)$ *с ограниченным изменением и* $p(0) = p(1) = 0$, *то ряд* (11) *сходится в* S *равномерно и дает «обобщенное решение задачи* (I) *из класса* L_2» *в смысле определения, данного в работе* ([4]).

Единственность такого решения доказана.

Другой путь получения обобщенного решения рассматриваемой задачи в полосе S с помощью преобразования Фурье в пространстве обобщенных функций указан в работе ([3]).

Ленинградский государственный университет
им. А. А. Жданова

Поступило
29 X 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] L. J. Mishoe, On the Expansion of an Arbitrary Function in Terms of the Eigenfunctions of a Nonselfadjoint Differential System, Thesis, N. Y. University, 1953. [2] Дж. Сансоне, Обыкновенные дифференциальные уравнения, 1, 1953. [3] P. Germain, Comm. Pure and Appl. Math., 7, № 1, 117 (1954). [4] О. А. Ладыженская, Смешанная задача для гиперболического уравнения, 1953.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

МАТЕМАТИКА

В. Г. ВИНОКУРОВ

УСЛОВИЯ РЕГУЛЯРНОСТИ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ПРОЦЕССОВ

(Представлено академиком А. Н. Колмогоровым 1 XI 1956)

Пусть задано абстрактное множество состояний $\Omega = \{\omega\}$ и Φ — заданное множество функций $\varphi(t)$ со значениями в Ω, где t пробегает множество всех целых чисел. Мы предположим, что для любой φ из Φ и любого n функция $\varphi_n(t) = \varphi(t+n)$ тоже содержится в Φ. Если на Φ задано борелевское поле вероятностей P, то этим определен вероятностный процесс $\{\Omega, \Phi, P\}$ (1). Определим для каждого t отображение R_t пространства Φ в Ω:

$$R_t\varphi = \omega, \quad \text{если } \varphi(t) = \omega.$$

Обозначим через ζ_t разбиение пространства Φ на непересекающиеся множества, на которых отображение R_t постоянно, и через O_t — борелевское тело измеримых множеств из Φ, которые являются суммами элементов разбиения ζ_t. Мы будем предполагать, что всякое измеримое множество или входит в наименьшее борелевское тело O, содержащее все тело O_t, или отличается от некоторого множества из O на нульмерное множество.

Определим на Φ преобразование

$$T\varphi(t) = \varphi(t+1).$$

Мы предположим, что для любого измеримого множества A множество TA тоже измеримо. Если $P(TA) = P(A)$, то процесс называется стационарным.

Пусть $\mathcal{H}$ — гильбертово пространство функций с интегрируемым квадратом, определенных на Φ. Тогда преобразованию T соответствует определенный на $\mathcal{H}$ унитарный оператор U

$$Ux(\varphi) = x'(\varphi), \quad \text{где } x'(\varphi) = x(T\varphi).$$

Обозначим через $O^-(t)$ наименьшее борелевское тело, содержащее все тела O_s, $s \leqslant t$, и через $O^+_{(t)}$ — наименьшее борелевское тело, содержащее все тела O_s, $s > t$.

Обозначим для измеримого множества A через $P(A \mid \varphi_{(t)}^-)$ условную вероятность того, что $\varphi \in A$, если заданы значения $\varphi(s)$, $s \leqslant t$.

$P(A \mid \varphi_{(t)}^-)$ определяется из уравнения

$$P(A \cap B) = \int_B P(A \mid \varphi_{(t)}^-)\, dP,$$

где B пробегает все множества из тела $O^-_{(t)}$.

Аналогично через $P(A \mid \varphi_t)$ обозначим условную вероятность того, что $\varphi \in A$, если заданы значения $\varphi(t)$.

$P(A|\varphi_t)$ определяется из уравнения

$$P(A \cap B) = \int_B P(A|\varphi_t)\, dP,$$

где B пробегает все множества из O_t*.

Вероятностный процесс называется марковским, если для всех t и все $A \in O^+_{(t)}$

$$P(A|\varphi^-_{(t)}) = P(A|\varphi_t)$$

почти всюду на Ф.

Обозначим через $\mathcal{H}_t$, $\mathcal{H}^-_{(t)}$ и $\mathcal{H}^+_{(t)}$ подпространства из $\mathcal{H}$, состоящие соответственно, из функций, измеримых относительно тел O_t, $O^-_{(t)}$ и $O^+_{(t)}$.

Условие марковости может быть теперь выражено так: для того чтобы процесс был марковским, необходимо и достаточно, чтобы для любого t проекция $\mathcal{H}^+_{(t)}$ на $\mathcal{H}^-_{(t)}$ совпадала с проекцией $\mathcal{H}^+_{(t)}$ на $\mathcal{H}_t$.

Пусть $S = \bigcap_t \mathcal{H}^-_{(t)}$; S всегда содержит постоянную функцию. Мы будем называть процесс регулярным, если S содержит только одну постоянную функцию. Смысл регулярности состоит в том, что течение процесса в будущем сколь угодно мало зависит от поведения его в достаточно далеком прошлом.

1. Лемма. *Пусть* $\{\mathcal{H}_n\}$, $n = 1, \ldots, \infty$, — *последовательность подпространств пространства* $\mathcal{H}$ *такая, что при* $n < m$ $\mathcal{H}_n \supset \mathcal{H}_m$. *Обозначим* $S = \bigcap_{n=1}^{\infty} \mathcal{H}_n$, r_x — *проекцию элемента* x *на* S *и* r^n_x — *проекцию* x *на* $\mathcal{H}_n$.

Тогда для любого x *из* $\mathcal{H}$:

1) $\|r_x - r^n_x\| \to 0$ *при* $n \to \infty$;

2) *для любого* $\varepsilon > 0$ *найдется такое* n, *что*

$$|(x, y) - (r_x, y)| < \varepsilon \|y\|$$

для всех $y \in \mathcal{H}_n$.

С помощью этой леммы доказываются следующие теоремы.

Теорема 1. *Для того чтобы вероятностный процесс был регулярным, необходимо и достаточно, чтобы для любого измеримого множества* A *и любого* $\varepsilon > 0$ *существовало такое* t, *что*

$$|P(A \cap B) - P(A)P(B)| < \varepsilon$$

для всех $B \in O^-_{(t)}$.

Теорема 2. *Для того чтобы марковский процесс был регулярным, необходимо и достаточно, чтобы для любых* t, $A \in O_t$ *и* $\varepsilon > 0$ *существовало такое* n_0, *что при* $n \geqslant n_0$.

$$|P(A \cap B) - P(A)P(B)| < \varepsilon$$

для всех $B \in O_{t-n}$.

Из этой теоремы вытекает, что в случае стационарного марковского процесса со счетным числом состояний принятое в этой заметке определение регулярности совпадает с известным определением регулярности однородных марковских процессов, выражающемся в том, что $P^n_{ij} \to P_j$ при $n \to \infty$. Здесь переходные вероятности $P^n_{ij} = P^n_{ij}/P_i$, где $P^n_{ij} = P(R_t^{-1}\omega_j \cap R^{-1}_{t-n}\omega_i)$; $P_i = P(R_t^{-1}\omega_i)$. Теорема Маркова, утверждающая,

---

* По поводу этих определений см. (2,3).

что из условия $P_{ij}^{n} > 0$, начиная с некоторого n, вытекает регулярность, также следует из этой теоремы и из первого утверждения леммы.

Для стационарных регулярных процессов унитарный оператор U имеет абсолютно непрерывный спектр, т. е. для каждого элемента x спектральная функция $(E_r x, x)$, где E_r — разложение единицы для оператора U, абсолютно непрерывна.

В случае марковского процесса со счетным числом состояний, используя теорему 2, легко показать, что и наоборот, из абсолютной непрерывности спектра оператора U следует регулярность процесса.

Можно также показать, что для стационарного марковского процесса со счетным числом состояний регулярность эквивалентна тому, что преобразование T есть перемешивание в узком смысле.

Перечисленные результаты могут быть перенесены и на процессы с непрерывным временем.

2. Обозначим через $O_{t_1 t_2 \ldots t_n}$ наименьшее борелевское тело, содержащее тела $O_{t_1}, O_{t_2}, \ldots, O_{t_n}$, через $\mathcal{H}_{t_1 t_2 \ldots t_n}$ — подпространство, состоящее из функций, измеримых относительно тела $O_{t_1 t_2 \ldots t_n}$, и через $\mathcal{H}^{l}_{t_1 t_2 \ldots t_n}$ — наименьшее подпространство, содержащее подпространства $\mathcal{H}_{t_1}, \mathcal{H}_{t_2}, \ldots, \mathcal{H}_{t_n}$.

Назовем вероятностный процесс линейным, если для любых $t_1 < t_2 < \ldots < t_n$ проекция подпространства $\mathcal{H}^{+}_{(t_n)}$ на $\mathcal{H}_{t_1 t_2 \ldots t_n}$ содержится в $\mathcal{H}^{l}_{t_1 t_2 \ldots t_n}$. Обозначим через $\mathcal{H}^{l}_{(t)}$ наименьшее подпространство, содержащее все подпространства $\mathcal{H}_s$, $s \leqslant t$.

Пусть $S_l = \bigcap_t \mathcal{H}^{l}_{(t)}$. Для линейных процессов $S = S_l$. Примером линейного процесса может служить марковский процесс. В случае стационарного процесса с двумя состояниями ω_1 и ω_2 можно доказать, что при условии, если все числа $P(R_1^{-1}\omega_{i_1} \cap R_2^{-1}\omega_{i_2} \cap R_3^{-1}\omega_{i_3}) \neq 0$, где i_1, i_2, i_3 принимают значения или 1 или 2, не существует никаких других линейных процессов, кроме марковских.

Задачи, рассмотренные в этой заметке, предложены мне А. Н. Колмогоровым, которому я выражаю свою благодарность.

Институт математики и механики
им. В. И. Романовского
Академии наук УзССР

Поступило
1 XI 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Б. В. Гнеденко, А. Н. Колмогоров, Сборн. Математика в СССР за 30 лет, 1947. [2] А. Н. Колмогоров, Основные понятия теории вероятностей, М.—Л. 1936. [3] J. L. Doob, Stochastic Processes, 1953.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

МАТЕМАТИК

М. И. ВИШИК и член-корреспондент АН СССР Л. А. ЛЮСТЕРНИК

О НЕКОТОРЫХ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЯХ ЧЕТНОГО ПОРЯДКА, СОДЕРЖАЩИХ МАЛЫЕ ПАРАМЕТРЫ ПРИ СТАРШИХ ПРОИЗВОДНЫХ И ВЫРОЖДАЮЩИХСЯ В УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО (И ВООБЩЕ НЕЧЕТНОГО) ПОРЯДКА

В работе (1) исследована асимптотика поведения решения перво краевой задачи для эллиптических уравнений (четного порядка, содер жащих параметры при старших производных), вырождающегося (пр $\varepsilon = 0$) в решение первой краевой задачи для эллиптического уравнени четного низшего порядка. Как будет показано, эта методика изуче ния асимптотики переносится с соответствующими усложнениями и н тот случай, когда вырожденное уравнение является уравнением нечет ного порядка.

1. Задача Дирихле для уравнения 2-го порядка вырождающаяся в задачу Коши для уравнения 1-го по рядка (2, 3). Так как переход к n-мерному случаю не вызывает никаки затруднений, мы в этом пункте ограничимся плоским случаем. Рассмот рим эллиптическое уравнение

$$L_\varepsilon u_\varepsilon \equiv \varepsilon L_2 u_\varepsilon + L_1 u_\varepsilon = h, \tag{1}$$

$$L_2 u_\varepsilon \equiv a(x, y)\,\partial^2 u/\partial x^2 + 2b\,\partial^2 u/\partial x\,\partial y + c\,\partial^2 u/\partial y^2 \quad (a > 0),$$

$$L_1 u \equiv \partial u/\partial x - du, \quad d > c^2 > 0$$

(к виду (1) с помощью замены переменных сводится широкий клас дифференциальных операторов 1-го порядка).

Пусть Q — область, ограниченная кривой Γ, такой, что только дв характеристики L_1: $y = y_0$ и $y = y_1 > y_0$ касаются Γ в точках $A(x_0, y_0)$ $B(x_1, y_1)$ и имеют там порядок касания, соответственно, $k - 1$, $l -$ $(k, l \geqslant 2)$. Эти точки разбивают Γ на дуги Γ^- и Γ^+, состоящие, соответ ственно, из точек входа и выхода характеристик. Мы скажем, чт параметры задачи имеют гладкость p, если коэффициенты a, b, c, d, имеют непрерывные p-е производные в $\bar{Q}$, а кривая Γ $(p+1)$ раз не прерывно дифференцируема. Уравнение (1) мы решаем при условии

$$u_\varepsilon|_\Gamma = 0. \tag{2}$$

Рассмотрим также задачу Коши

$$L_1 w = h, \quad w|_{\Gamma^+} = 0. \tag{3}$$

Заметим, что в окрестности точки A производные $\partial w/\partial y$, $\partial w^2/\partial y^2$ не ограничены: $\partial w/\partial y = O((y - y_0)^{1/k-1})$, $\partial^2 w/\partial y^2 = O((y - y_0)^{1/k-2})$, и анало гично в окрестности точки B.

Полагая, что параметры задачи имеют гладкость $2n$, построим дв рекуррентных процесса. Первый заключается в построении функци $w_0 = w$, $w_1, \ldots, w_{n-1}$, где при $i > 0$

$$L_1 w_i = -L_2 w_{i-1}, \quad w_i|_{\Gamma^+} = 0. \tag{4}$$

Тогда, если $\bar{w}_n = w_0 + \varepsilon w_1 + \ldots + \varepsilon^{n-1} w_{n-1}$, то

$$L_\varepsilon \bar{w}_n = h + \varepsilon^n L_2 w_{n-1}. \tag{4}$$

Второй рекуррентный процесс, тесно связанный с первым, служит для построения «пограничных слоев», компенсирующих невязки в граничных условиях на Γ^- решений u_ε и w_i, и является перенесением на нашу задачу процесса, описанного в пп. 2, 3 ([1]). Предположим, что параметры задачи имеют гладкость $2n+2$. Вводим в окрестности Γ^- систему координат (r, φ), именно: строим систему «трансверсалей», т. е. векторов $\overrightarrow{PR}$ длины $\eta > 0$, проведенных из точек P дуги Γ^- внутрь Q с гладкостью порядка $2n$, причем при выборе достаточно малого η трансверсали не пересекаются; координата r точки S трансверсали $\overrightarrow{PR}$ есть ее расстояние PS, а φ есть длина части AP дуги Γ^-. В новых координатах

$$L_\varepsilon u = \varepsilon\,(\alpha\,\partial^2 u/\partial r^2 + 2\beta\,\partial^2 u/\partial r\,\partial\varphi + \gamma\,\partial^2 u/\partial\varphi^2 + \ldots) + \delta\,\partial u/\partial r + \varkappa\,\partial u/\partial\varphi - du;$$

при этом $\alpha(r, \varphi) = \alpha(\varphi) + r\beta_1(r, \varphi)$, $\delta(r, \varphi) = \delta(\varphi) + r\delta_1(r, \varphi)$, $\delta(\varphi) > 0$.

Приведем второе расщепление оператора L_ε:

$$L_\varepsilon u \equiv M_\varepsilon u + R_\varepsilon u, \quad M_\varepsilon u \equiv \varepsilon\alpha(\varphi)\,\partial^2 u/\partial r^2 + \delta(\varphi)\,\partial u/\partial r. \tag{5}$$

Построим последовательность функций $v_i^{(0)} + v_i^{(1)}$ $(i = 0, 1, \ldots, n-1)$, где

$$M_\varepsilon v_0^{(0)} = 0, \quad v_0^{(0)}|_{r=0} = -w|_{r=0}, \quad v_0^{(0)} \approx 0 \text{ при } r/\varepsilon \gg 1$$

(последнее условие доказывает, что $v_0^{(0)}$ имеет характер пограничного слоя). Отсюда $v_0^{(0)} = -w(\varphi, 0)\exp(-\omega r/\varepsilon)$, $\omega = \omega(\varphi) = \delta(\varphi)/\alpha(\varphi) > 0$. Далее строим $v_0^{(1)}$ как решение следующей задачи:

$$M_\varepsilon v_0^{(1)} = -R_\varepsilon v_0^{(0)}, \quad v_0^{(1)}|_{r=0} = 0, \quad v_0^{(0)} \approx 0 \text{ при } r/\varepsilon \gg 1.$$

Аналогично

$$M_\varepsilon v_i^{(0)} = 0, \quad v_i^{(0)}|_{r=0} = -w_i|_{r=0}, \quad v_i^{(0)} \approx 0 \text{ при } r/\varepsilon \gg 1;$$

$$\varepsilon M_\varepsilon v_i^{(1)} = -(\varepsilon R_\varepsilon v_i^{(0)} + R_\varepsilon v_{i-1}^{(1)}), \quad v_i^{(1)}|_{r=0} = 0, \quad v_i^{(1)} \approx 0 \text{ при } r/\varepsilon \gg 1.$$

Легко видеть, что $R_\varepsilon v_i^{(1)} = O(\varepsilon)$ $(i = 0, \ldots, n-1)$, и, следовательно, полагая

$$\bar{v}_{n,\varepsilon} = v_0^{(0)} + v_0^{(1)} + \varepsilon(v_1^{(0)} + v_1^{(1)}) + \ldots + \varepsilon^{n-1}(v_{n-1}^{(0)} + v_{n-1}^{(1)}),$$

получим вне окрестностей точек A и B:

$$L_\varepsilon \bar{v}_{n,\varepsilon} = \varepsilon^{n-1} R_\varepsilon v_{n-1}^{(1)} = O(\varepsilon^n). \tag{6}$$

Умножая функцию $\bar{v}_{n,\varepsilon}$ на «сглаживающий» множитель, т. е. множитель, равный 1 в окрестности Γ^-, равный 0 на некотором расстоянии от Γ^- и достаточно гладкий, получим гладкую функцию, которую по-прежнему будем обозначать через $\bar{v}_{n,\varepsilon}$ и которую продолжим нулем на всю остальную часть Q. При этом вне окрестностей точек A и B будем иметь, как и раньше,

$$L_\varepsilon \bar{v}_{n,\varepsilon} = O(\varepsilon^n). \tag{7}$$

Обозначая $z_{n,\varepsilon} = u_\varepsilon - \bar{w}_n - \bar{v}_{n,\varepsilon}$, имеем из (1), (4′) и (7) вне окрестностей точек A и B:

$$L_\varepsilon z_{n,\varepsilon} = O(\varepsilon^n). \tag{8}$$

Теорема 1. *Если параметры задачи имеют гладкость 3-го порядка, то*

$$u_\varepsilon = w + v_0^{(0)} + v_0^{(1)} + z_{1,\varepsilon},$$

где w — решение задачи (3); $v_0^{(0)}$ и $v_0^{(1)}$ — функции типа пограничного слоя; $z_{1,\varepsilon}$ равномерно на Q стремится к 0 при $\varepsilon \to 0$, причем на всей области Q

$$|z_{1,\varepsilon}| \leqslant \min C\,((y-y_0)^{1/k},\ \varepsilon(y-y_0)^{\frac{1}{k}-1},\ \varepsilon(y_1-y)^{1/l-1},\ (y_1-y)^{1/l}). \tag{9}$$

Таким образом, вне любой фиксированной окрестности точек A и B $|z_{1,\varepsilon}| = O(\varepsilon)$.

Рассмотрим теперь гильбертово пространство функций, определенных на Q, где $(f, \varphi) = \iint\limits_Q f \cdot \varphi \, dx \, dy$.

Теорема 2. *Если* $h \in \mathscr{L}_2$ *и коэффициенты* a, b, c *имеют ограниченные первые производные, то* u_ε *слабо сходится в* $\mathscr{L}_2$ *к* w **, причем имеет место «слабая асимптотика»*

$$(u_\varepsilon, \psi) - (w, \psi) = O(\sqrt{\varepsilon})$$

для любой дифференцируемой функции ψ, *обращающейся в* 0 *в окрестностях A и B.*

Доказательство основано на рассмотрении свойств решений сопряженного к (3) уравнения и на построении для этого уравнения аналога пограничного слоя $v_0^{(0)}$.

Теорема 3. *Если параметры задачи имеют гладкость* 1*-го порядка* $k<3$, $l<3$, *то для невязки* $z = u_\varepsilon - w - v_0^{(0)}$ *справедливы оценки:*

$$\|z\|^2 \leqslant C\varepsilon, \quad \|\partial z/\partial x\|^2 + \|\partial z/\partial y\|^2 \leqslant C. \tag{10}$$

Так как $\|\partial v_0^{(0)}/\partial r\|^2 = O(\varepsilon^{-1})$, то второе из неравенств (10) указывает, что из невязки z уже удалена главная часть пограничного слоя.

Теорема 4. *Если параметры задачи имеют гладкость порядка* $2n + k + 2$, *то в* $Q - U(A) - U(B)$ *имеют место следующие оценки для невязки* $z_{n,\varepsilon} = u_\varepsilon - \bar{w}_n - \bar{v}_{n,\varepsilon}$:

$$\|z_{n,\varepsilon}\| = O(\varepsilon^n), \quad \|D_1 z_{n,\varepsilon}\| = O(\varepsilon^{n-1/2}), \quad \|D_i z_{n,\varepsilon}\| = O(\varepsilon^{n-i+1}), \tag{11}$$

$2 \leqslant i \leqslant k + 2$ (D_i *означает любую* i*-ю производную*).

Если же рассматривать $z_{n,\varepsilon}$ *в* Q', *где* $\bar{Q}' \subset Q$, *то*

$$\|D_i z_{n,\varepsilon}\| = O(\varepsilon^{n-1}) \quad (k + 2 \geqslant i \geqslant 2). \tag{11'}$$

Сочетание этих теорем с результатами и методами работ ([4,5]) позволяет получать аналогичные асимптотические оценки для решений $p_t(x, y) = p(x, y, t)$ параболического уравнения

$$\frac{\partial}{\partial t} p_t - L_\varepsilon p_t = h, \quad p_t|_\Gamma = 0 \tag{12}$$

(при любых начальных значениях из $\mathscr{L}_2$), где $\varepsilon = \varepsilon(t)$ и стремится к 0 при $t \to \infty$.

2. Уравнения высших порядков. Назовем однохарактеристическим уравнение в частных производных нечетного порядка $2k + 1$, которое в каждой точке имеет $2k$ комплексных и одну вещественную характеристику. Мы ограничимся случаем уравнения, которое путем замены переменных приводимо к виду

$$L_{2k+1} w \equiv \frac{\partial}{\partial x_1} M_{2k}\, w(x_1, \ldots, x_m) + M'_{2k} w = h, \tag{13}$$

где M_{2k} при нулевых условиях первой краевой задачи — позитивный эллиптический оператор порядка $2k$; M'_{2k} — оператор порядка $2k$. Это уравнение мы рассматриваем как получающееся в результате вырождения при $\varepsilon \to 0$ позитивного эллиптического уравнения

$$L_\varepsilon u_\varepsilon \equiv \sum_{s=2k+1}^{2(k+l)} \varepsilon^{s-(2k+1)} L_s u_\varepsilon = h, \tag{14}$$

где L_s — операторы s-го порядка. Уравнение (14) рассматривается в области Q с границей Γ при граничных условиях

---

* Отметим, что слабую сходимость u_ε к w независимо доказали также И. Копачек и О. А. Ладыженская.

$$\partial^i u_\varepsilon/\partial n^i|_\Gamma = 0 \quad (i = 0, 1, \ldots, k+l-1). \tag{15}$$

Оказывается, что при определенных условиях решение u_ε задачи (14), (15) стремится к решению w уравнения (13) при граничных условиях

$$\partial^i w/\partial n^i|_\Gamma = 0 \quad (i = 0, 1, \ldots, k-1); \qquad \partial^k w/\partial n^k|_{\Gamma^-} = 0, \tag{16}$$

где Γ^- — часть границы Г, состоящая из точек входа характеристик. Эту задачу мы будем называть поэтому первой краевой задачей для уравнения (13). Для уравнения 1-го порядка эта задача совпадает с задачей Коши.

Два рекуррентных процесса, связанные с построением функций w_i и пограничных слоев v_i, определяются как в предыдущем случае и как в [1].

Для разрешимости задачи (14), (15) при малых ε достаточно потребовать выполнения условия II (неравенства (5) из [1]) и позитивности оператора L_{2k+1}: $(L_{2k+1}u, u) \geqslant c^2 \|u\|^2$. Построение пограничного слоя проводится как выше и как в [1] на основе расщепления (7), (8) работы [1] (с заменой в формулах (8), (9) $\sum_{j=2k}^{2(k+l)}$ на $\sum_{j=2k+1}^{2(k+l)}$).

Лемма 1 из [1] видоизменяется в том смысле, что фигурирующее в ней характеристическое уравнение имеет l корней с отрицательной вещественной частью на Γ^+ и $l-1$ таких корней на Γ^-. Это значит, что при построении пограничного слоя по формуле, аналогичной (11) из [1], получается столько степеней свободы, скольким условиям должна удовлетворять в нашем случае функция $v_0^{(0)}(\rho, \varphi, \varepsilon)$ для того, чтобы, например, функция $w + v_0^{(0)}$ удовлетворяла теряющимся граничным условиям (15). Сформулируем один из результатов (аналог теоремы 3), относящийся к случаю $k = 0$, встречающемуся в приложениях [6].

Теорема 5. *При соответствующих условиях гладкости параметров задачи для невязки* $z_{n,\varepsilon} = u_\varepsilon - \bar{w}_n - \bar{v}_{n,\varepsilon}$, *где* u_ε — *решение задачи* (14), (15) *при* $k = 0$, $\bar{w}_n = w + \varepsilon w_1 + \ldots + \varepsilon^{n-1} w_{n-1}$, $\bar{v}_{n,\varepsilon} = v_0 + \varepsilon v_1 + \ldots + \varepsilon^{n-1} v_{n-1}$, *причем эти функции получены в результате обоих итерационных процессов, в любой подобласти* Q', *не содержащей окрестности множества точек касания характеристик с границей области, справедливы оценки*

$$\varepsilon^{2l-1} \|D_l z_{n,\varepsilon}\|^2 + \ldots + \varepsilon \|D_1 z_{n,\varepsilon}\|^2 + \|z_{n,\varepsilon}\|^2 \leqslant C\varepsilon^{2n}.$$

Таким образом, уже при $n = 1$ улавливается пограничный слой. Имеют место и более точные оценки, аналогичные (11), (11′).

Замечание 1. Лемма 1 работы [1] обобщается также и для случаев вырождения: однохарактеристических в эллиптические и однохарактеристических в однохарактеристические. Для разных точек границы характеристическое уравнение $P_\varphi(\lambda) = 0$ имеет ровно столько корней с отрицательной вещественной частью, сколько краевых условий для невырожденного уравнения нарушается в этой точке для вырожденного.

Замечание 2. Аналогичные явления (связанные с наличием пограничного слоя) наблюдаются для асимптотики разности собственных функций вырожденного и невырожденного операторов при однородных краевых условиях, например, первой краевой задачи.

Поступило
3 II 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

М. И. Вишик, Л. А. Люстерник, ДАН, **113**, № 4 (1957). [2] N. Levinson, Ann. Math., **51**, 2, 428 (1950). [3] С. Л. Каменомоская, Изв. АН СССР, сер. матем., **19**, № 3, 605 (1956). [4] М. И. Вишик, Л. А. Люстерник, ДАН, **111**, № 1, 12 (1956). [5] М. И. Вишик, Л. А. Люстерник, ДАН, **111**, № 2, 273 (1956). [6] Carrier, Adv. in Appl. Mech., **3**, 1 (1953).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

МАТЕМАТИКА

М. И. ГРАЕВ

НЕПРИВОДИМЫЕ УНИТАРНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ГРУППЫ МАТРИЦ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА, СОХРАНЯЮЩИХ ИНДЕФИНИТНУЮ ЭРМИТОВУ ФОРМУ

(Представлено академиком А. Н. Колмогоровым 15 XI 1956)

1. В нашей заметке (1) были описаны некоторые серии неприводимых унитарных представлений группы унимодулярных матриц n-го порядка, сохраняющих индефинитную эрмитову форму. В данной заметке для случая группы матриц 3-го порядка дается полное описание всех неприводимых унитарных представлений, входящих в разложение регулярного представления *.

Рассматривается группа G унимодулярных матриц 3-го порядка, сохраняющих эрмитову форму $H(z, z) = -z_1\bar{z}_1 - z_2\bar{z}_2 + z_3\bar{z}_3$. Наиболее общий подход к описанию всех неприводимых унитарных представлений группы G состоит в следующем.

Обозначим через M многообразие точек $\zeta = (\zeta_1, \zeta_2)$ двумерного комплексного пространства, для которых $|\zeta_1|^2 + |\zeta_2|^2 = 1$. Пусть $\mathcal{H}$ — пространство непрерывных функций на M. Каждой матрице $g = \| g_{ij} \|$ из G сопоставим преобразование многообразия M: $\zeta \to \zeta g = (\zeta_1', \zeta_2')$, где

$$\zeta_1' = \frac{\zeta_1 g_{11} + \zeta_2 g_{21} + g_{31}}{\zeta_1 g_{13} + \zeta_2 g_{23} + g_{33}}; \quad \zeta_2' = \frac{\zeta_1 g_{12} + \zeta_2 g_{22} + g_{32}}{\zeta_1 g_{13} + \zeta_2 g_{23} + g_{33}}.$$

Операторы представления T_g можно первоначально задать в пространстве $\mathcal{H}$ формулой

$$T_g f(\zeta) = f(\zeta\bar{g}) (\zeta_1 g_{13} + \zeta_2 g_{23} + g_{33})^{-\sigma} \overline{(\zeta_1 g_{13} + \zeta_2 g_{23} + g_{33})}^{-\tau}. \qquad (1)$$

Здесь σ и τ — комплексные числа, характеризующие представление. Из соображений однозначности выражения (1) разность $\sigma - \tau$ предполагается целым числом.

Если σ и τ не являются вещественными целыми числами, то пространство $\mathcal{H}$ не обладает собственными инвариантными подпространствами. В этом случае в $\mathcal{H}$ можно однозначно, с точностью до постоянного множителя, определить билинейный функционал $A(f_1, f_2)$, перестановочный с операторами T_g: $A(T_g f_1, T_g f_2) = A(f_1, f_2)$. При некоторых значениях σ, τ этот функционал оказывается положительно-определенным. Задавая тогда скалярное произведение в $\mathcal{H}$ с помощью билинейного функционала A и пополняя $\mathcal{H}$, мы получим гильбертово пространство, на котором реализуется неприводимое унитарное представление группы G. Так строятся все недискретные (основная и дополнительная) серии неприводимых унитарных представлений группы G.

Если σ и τ — вещественные целые числа, то пространство $\mathcal{H}$ содержит всегда инвариантные относительно операторов T_g собственные подпространства. В этом случае в $\mathcal{H}$ можно выделить такие неприводимые

* Неприводимые унитарные представления группы матриц 2-го порядка были изучены в (2).

инвариантные подпространства, на которых билинейный функционал, перестановочный с операторами T_g, является знакоопределенным. Таким способом можно получить все дискретные серии неприводимых унитарных представлений группы G. Однако непосредственное отыскание таких подпространств пространства $\mathcal{H}$ представляет известные трудности. Ниже дается другой подход к описанию дискретных серий унитарных представлений группы G.

2. Будем трактовать G как группу линейных преобразований трехмерного комплексного пространства векторов $z=(z_1, z_2, z_3)$; вектор z', в который переводится вектор z матрицей g, будем обозначать через zg.

Функцию $f(z)$, заданную в области, где $-|z_1|^2-|z_2|^2+|z_3|^2\geqslant 0$, или в области, где $-|z_1|^2-|z_2|^2+|z_3|^2\leqslant 0$, будем называть гармонической, если она удовлетворяет уравнению

$$\left(-\frac{\partial^2}{\partial z_1\partial\bar{z}_1}-\frac{\partial^2}{\partial z_2\partial\bar{z}_2}+\frac{\partial^2}{\partial z_3\partial\bar{z}_3}\right)f=0. \tag{2}$$

Будем говорить, что $f(z)$ есть однородная функция типа (σ, τ), если $f(z)$ удовлетворяет следующему условию однородности:

$$f(tz)=t^{-\sigma}\bar{t}^{-\tau}f(z). \tag{3}$$

Из соображений однозначности при этом всегда предполагается, что $\sigma-\tau$ есть целое число.

Пусть $H^+_{\sigma,\tau}$ есть совокупность всех гармонических функций $f(z)$ типа (σ, τ), определенных в области, где $-|z_1|^2-|z_2|^2+|z_3|^2\geqslant 0$, для которых

$$\|f\|^2=\int\limits_{H(z,z)=c}|f(z)|^2d\mu(z). \tag{4}$$

Здесь интегрирование ведется по гиперболоиду $-|z_1|^2-|z_2|^2+|z_3|^2=c$, где $c>0$, а $d\mu(z)$ обозначает меру на гиперболоиде, инвариантную относительно преобразований группы G.

Пополняя $H^+_{\sigma,\tau}$ по норме (4) и вводя соответствующим образом скалярное произведение, мы получаем гильбертово пространство, обозначаемое через $\bar{H}^+_{\sigma,\tau}$. Аналогичным образом, рассматривая функции в области, где $-|z_1|^2-|z_2|^2+|z_3|^2\leqslant 0$, мы определим пространства $H^-_{\sigma,\tau}$ и $\bar{H}^-_{\sigma,\tau}$.

Полагая $w_1=\frac{z_1}{z_3}$, $w_2=\frac{z_2}{z_3}$, мы представим функцию $f(z)$ типа (σ, τ) в виде

$$f(z)=z_3^{-\sigma}\bar{z}_3^{-\tau}\varphi(w_1, w_2). \tag{5}$$

Поэтому вместо функций типа (σ, τ) можно рассматривать функции $\varphi(w)=\varphi(w_1, w_2)$, определенные в области $|w_1|^2+|w_2|^2\leqslant 1$ или в области $|w_1|^2+|w_2|^2\geqslant 1$ двумерного комплексного проективного пространства. Норма в $H^{\pm}_{\sigma,\tau}$ в терминах функций $\varphi(w)$ принимает вид

$$\|\varphi\|^2=\int|\varphi(w)|^2\,|1-|w_1|^2-|w_2|^2|^{\mathrm{Re}\,(\sigma+\tau)-3}dw_1dw_2, \tag{6}$$

где интегрирование ведется соответственно по области $|w_1|^2+|w_2|^2\leqslant 1$ или по области $|w_1|^2+|w_2|^2\geqslant 1$.

Подставляя (5) в уравнение (2), мы получим уравнение для функций $\varphi(w)$:

$$\left\{(1-|w_1|^2)\frac{\partial^2}{\partial w_1\partial\bar{w}_1}+(1-|w_2|^2)\frac{\partial^2}{\partial w_2\partial\bar{w}_2}-w_1\bar{w}_2\frac{\partial^2}{\partial w_1\partial\bar{w}_2}-\bar{w}_1w_2\frac{\partial^2}{\partial\bar{w}_1\partial w_2}-\right.$$
$$\left.-\tau\left(w_1\frac{\partial}{\partial w_1}+w_2\frac{\partial}{\partial w_2}\right)-\sigma\left(\bar{w}_1\frac{\partial}{\partial\bar{w}_1}+\bar{w}_2\frac{\partial}{\partial\bar{w}_2}\right)+\sigma\tau\right\}\varphi=0\,^*. \tag{7}$$

* При $\sigma=\tau=0$ это уравнение определяет функции, подробно изученные для случая области $|w_1|^2+|w_2|^2<1$ в работе Ло Кен Хуа [3].

Из соображений сходимости интеграла (6) мы будем в дальнейшем предполагать, что $\mathrm{Re}(\sigma+\tau)>2$.

Теорема 1. *Если σ и τ не являются целыми числами, то $H^+_{\sigma,\tau}=0$, $H^-_{\sigma,\tau}=0$. Если σ и τ — целые числа, то $H^-_{\sigma,\tau}\neq 0$, $H^+_{\sigma,\tau}\neq 0$ тогда и только тогда, если $\sigma\leqslant 0$ или $\tau\leqslant 0$.*

Теорема 2. *Функции $\varphi(w)\in H^+_{\sigma,\tau}$ и $\varphi(w)\in H^-_{\sigma,\tau}$ однозначно определяются своими граничными значениями на многообразии M: $|w_1|^2+|w_2|^2=1$.*

В пространстве $\overline{H}^{\pm}_{\sigma,\tau}\neq 0$ можно определить унитарное представление T_g группы G по формуле

$$T_g f(z)=f(zg). \tag{8}$$

При переходе к функциям $\varphi(w)$ формула (8) для оператора T_g принимает вид

$$T_g\varphi(w)=\varphi(w\overline{g})\,(w_1g_{13}+w_2g_{23}+g_{33})^{-\sigma}\overline{(w_1g_{13}+w_2g_{23}+g_{33})}^{-\tau}. \tag{8'}$$

Теорема 3. *Представления группы G, задаваемые в ненулевых пространствах $\overline{H}^+_{\sigma,\tau}$ и $\overline{H}^-_{\sigma,\tau}$ формулой (8), унитарны и неприводимы.*

В силу теоремы 2 эти представления можно также задавать в пространстве функций на многообразии M, граничных к функциям из $\overline{H}^+_{\sigma,\tau}$ (или из $H^-_{\sigma,\tau}$).

3. Укажем теперь, как описанные выше представления разлагаются на неприводимые представления максимальной компактной подгруппы $\mathfrak{U}$ группы G. Подгруппа $\mathfrak{U}$ группы G изоморфна полной группе унитарных матриц 2-го порядка. Поэтому неприводимые представления подгруппы $\mathfrak{U}$ характеризуются парой целых чисел $f_1\geqslant f_2$. Пространство $H_{(f_1,f_2)}$, в котором действует соответствующее представление, имеет размерность f_1-f_2+1.

Теорема 4. *Каждое из ненулевых пространств $\overline{H}^{\pm}_{\sigma,\tau}$ распадается по отношению к представлениям подгруппы $\mathfrak{U}$ в прямую сумму попарно неэквивалентных подпространств $H_{(f_1,f_2)}$. Индексы f_1, f_2 подпространств, входящих в разложение $\overline{H}^{\pm}_{\sigma,\tau}$, задаются выражениями*

$$f_1=2p-q+(\sigma-\tau),\quad f_2=p-2q+(\sigma-\tau). \tag{9}$$

При этом, если $\sigma>0$, $\tau>0$, то $p=\tau-1,\ \tau,\ \tau+1,\ldots$; $q=\sigma-1,\ \sigma,\ \sigma+1,\ldots$ Если же $\sigma\leqslant 0$, то для $\overline{H}^+_{\sigma,\tau}$ $p=0,1,\ldots,-\sigma$, а q пробегает все целые неотрицательные числа; для $H^-_{\sigma,\tau}$ $p=\tau-1,\tau,\tau+1,\ldots$, а q пробегает все целые неотрицательные числа. Аналогичное описание получается и при $\tau\leqslant 0$.*

Вектора старшего веса φ_{f_1,f_2} из $H_{(f_1,f_2)}$ имеют следующий вид:

Для пространства $\overline{H}^-_{\sigma,\tau}\neq 0$

$$\varphi_{f_1,f_2}=w_1^p\,\overline{w}_2^q\,(|w_1|^2+|w_2|^2)^{-(p+q+1)}\times$$
$$\times F(\tau-1-p,\ \sigma-1-q;\ \sigma+\tau-1;\ 1-|w_1|^2-|w_2|^2).$$

Здесь F — гипергеометрическая функция, которая в данном случае является многочленом от $1-|w_1|^2-|w_2|^2$ степени $\min(p-\tau+1,\ q-\sigma+1)$. Индексы p,q связаны с f_1,f_2 соотношением (9).

Для пространства $\overline{H}^+_{\sigma,\tau}$, где $\sigma\leqslant 0$,

$$\varphi_{f_1,f_2}=w_1^p\,\overline{w}_2^q\,G_{-\sigma-p}(p+q+\sigma+\tau,\quad p+q+2;\quad |w_1|^2+|w_2|^2),$$

где $G_{-\sigma-p}$ — многочлен Якоби.

* Напомним, что в этом случае речь идет о пространстве $\overline{H}^-_{\sigma,\tau}$ ибо $\overline{H}^+_{\sigma,\tau}=0$

Для пространства $\bar{H}^{+}_{\sigma,\tau}$, где $\tau \leqslant 0$:

$$\varphi_{f_1,f_2} = w_1^p \bar{w}_2^q G_{-\tau-q}(p+q+\sigma+\tau, p+q+2; |w_1|^2 + |w_2|^2).$$

Представления, реализуемые в пространствах $\bar{H}^{+}_{\sigma,\tau} \neq 0$, попарно неэквивалентны. Они все содержат неприводимое представление подгруппы $\mathfrak{U}$ размерности 1. Другое описание этих представлений было дано в [1]. Представления, реализуемые в $\bar{H}^{-}_{\sigma,\tau}$ при $\sigma > 0$ и $\tau > 0$, также попарно неэквивалентны. С другой стороны, при $\sigma \leqslant 0$ представления, реализуемые в пространствах $\bar{H}^{-}_{\sigma,\tau}$ и $\bar{H}^{-}_{2-\sigma,\sigma+\tau-1}$, эквивалентны между собой (аналогичное утверждение имеет место при $\tau \leqslant 0$). Все представления, реализуемые в пространствах $\bar{H}^{-}_{\sigma,\tau}$, содержат единственное представление подгруппы $\mathfrak{U}$ наинизшей размерности, причем эта размерность всегда больше единицы.

Таким образом, получены три дискретных серии неприводимых унитарных представлений группы G: 1) представления, реализуемые в пространствах $\bar{H}^{+}_{\sigma,\tau}$, где $\sigma \leqslant 0$; 2) представления, реализуемые в пространствах $\bar{H}^{+}_{\sigma,\tau}$, где $\tau \leqslant 0$; 3) представления, реализуемые в пространствах $\bar{H}^{-}_{\sigma,\tau}$, где $\sigma > 0$, $\tau > 0$.

4. В предыдущих рассуждениях всюду предполагалось, что $\mathrm{Re}(\sigma+\tau) > 2$. Однако можно рассматривать и предельный случай, когда $\mathrm{Re}(\sigma+\tau) = 2$, если определить $\|\varphi\|^2$ по формуле

$$\|\varphi\|^2 = \lim_{\lambda \to 2+0} (\lambda - 2) \int |\varphi(w)|^2 |1 - |w_1|^2 - |w_2|^2|^{\lambda-3} dw_1 dw_2. \qquad (10)$$

Интеграл (10) сводится тогда к интегралу по границе $|\zeta_1|^2 + |\zeta_2|^2 = 1$

$$\|\varphi\|^2 = \int |\varphi(\zeta)|^2 d\mu(\zeta),$$

где $d\mu(\zeta) = c\, d|\zeta_1|^2\, d(\arg\zeta_1)\, d(\arg\zeta_2)$. Ввиду этого представление естественно задавать в пространстве функций, заданных на границе. Мы получаем в результате основную недискретную серию неприводимых унитарных представлений группы G, задаваемых целым числом $n = \sigma - \tau$ и вещественным числом $\rho = \mathrm{Im}(\sigma+\tau)$, которая была ранее описана в [1].

Теорема 5. *Регулярное представление группы G разлагается на описанные выше представления дискретных серий и основной недискретной серии.*

Московский институт стали
им. И. В. Сталина

Поступило
17 IX 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] М. И. Граев, ДАН, 98, № 4 (1954). [2] V. Bargmann, Ann. Math., 48, 3 (1947). [3] Hua, Lo-ken, Acta Math. Sinica, 2 (1952); 5 (1955); 6 (1956) (кит.) (материалы этих статей изложены также в брошюре, изданной на английском языке: Harmonic Analysis of the Classical Domainin the Study of Analytic Functions of Several Complex Variables).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

МАТЕМАТИКА

М. Г. КРЕЙН

О КОНТИНУАЛЬНОМ АНАЛОГЕ ОДНОЙ ФОРМУЛЫ КРИСТОФФЕЛЯ ИЗ ТЕОРИИ ОРТОГОНАЛЬНЫХ МНОГОЧЛЕНОВ

(Представлено академиком А. Н. Колмогоровым 15 XI 1956)

1. Пусть $\varphi(r;\lambda)$—решение дифференциальной системы

$$d^2\varphi/dr^2 - V(r)\varphi + \lambda\varphi = 0, \quad \varphi(0;\lambda) = 1, \ \varphi'(0;\lambda) = h \ (0 \leqslant r < r_\infty), \quad (S_{0,h})$$

где h — некоторое вещественное число; $V(r)$ $(0 \leqslant r < r_\infty;\ r_\infty \leqslant \infty)$ — вещественная непрерывная функция; λ — комплексный параметр.

Условимся в следующих обозначениях. Если комплексные числа α_j $(j = 1, 2, \ldots, p)$ все различны между собой, то символом

$$W_*(\varphi_{\alpha_1}, \varphi_{\alpha_2}, \ldots, \varphi_{\alpha_p}) \quad (1)$$

будем обозначать функцию от r, получающуюся из формально составленного определителя Вронского W для функций $\varphi(r;\alpha_1), \ldots, \varphi(r;\alpha_p)$ путем замены каждой четной производной $\varphi^{(2k)}(r;\alpha_j)$ на $(-\alpha_j)^k\varphi(r;\alpha_j)$ и нечетной $\varphi^{(2k+1)}(r;\alpha_j)$ на $(-\alpha_j)^k\varphi'(r;\alpha_j)$. Легко видеть, что если потенциал $V(r)$ непрерывно дифференцируем по крайней мере $p-3$ раз, а следовательно, функция $\varphi(r;\lambda)$ по крайней мере $p-1$ раз, то выражение (1) будет в точности совпадать с обычным определителем Вронского W указанной системы функций.

Полагая $\mathcal{P}(\lambda) = (\lambda-\alpha_1)(\lambda-\alpha_2)\ldots(\lambda-\alpha_p)$, будем писать:

$$V_{\mathcal{P}}(r) = V(r) - 2\frac{d^2}{dr^2}\ln W_*(\varphi_{\alpha_1}, \ldots, \varphi_{\alpha_p}), \quad (2)$$

$$\varphi_{\mathcal{P}}(r;\lambda) = (-1)^p\mathcal{P}^{-1}(\lambda)\, W_*(\varphi_\lambda, \varphi_{\alpha_1}, \ldots, \varphi_{\alpha_p}) / W_*(\varphi_{\alpha_1}, \ldots, \varphi_{\alpha_p}). \quad (3)$$

Случай, когда некоторые из чисел α_j совпадают друг с другом, можно рассматривать как предельный по отношению к тому, когда все эти числа различны. Исходя из этого, нетрудно сообразить, как естественно будет определить функции $V_{\mathcal{P}}(r)$ и $\varphi_{\mathcal{P}}(r;\lambda)$ в случае произвольного многочлена $\mathcal{P}(\lambda) = \lambda^p + a_1\lambda^{p-1} + \ldots + a_p$.

Можно показать (ср. [1]), что $V_{\mathcal{P}}(r)$ при $r \to 0$ имеет поведение:

$$V_{\mathcal{P}}(r) = p(p-1)/r^2 + O(1).$$

Как известно, у системы $(S_{0,h})$ всегда существует, по крайней мере, одна спектральная функция τ, т. е. неубывающая функция $\tau(\lambda) = \tau(\lambda - 0)$ $(-\infty < \lambda < \infty;\ \tau(-\infty) = 0)$ такая, что для всякой функции $f(r) \in L_2(0, r_\infty)$, равной нулю в некоторой левой окрестности точки r_∞:

$$\int_0^{r_\infty} |f(r)|^2\, dr = \int_{-\infty}^{\infty} \left| \int_0^{r_\infty} f(r)\varphi(r;\lambda)\, dr \right|^2 d\tau(\lambda). \quad (4)$$

Теорема 1. *Пусть* $\tau(\lambda)$ — *некоторая спектральная функция системы* $(S_{0,h})$, *а* $\mathcal{P}(\lambda) = \lambda^p + \ldots + a_p$ — *многочлен, неотрицательный на спектре функции* τ. *Тогда функция*

$$\tau_{\mathcal{P}}(\lambda) = \int_{-\infty}^{\lambda} \mathcal{P}(\mu)\, d\tau(\mu).$$

будет спектральной функцией дифференциальной системы

$$\psi'' - V_{\mathcal{P}}(r)\psi + \lambda\psi = 0, \quad \lim_{r \to 0} r^{-p}\psi(r;\lambda) = 1/1\cdot 3\ldots(2p-1) \qquad (5)$$

с непрерывным потенциалом $V_{\mathcal{P}}(r)$ $(0 \leqslant r < r_\infty)$, *определяемым по формуле* (2). *Решением* $\psi(r;\lambda)$ *этой системы будет функция* $\varphi_{\mathcal{P}}(r;\lambda)$, *определяемая по формуле* (3).

Таким образом, утверждается, что равенство (4) не нарушится, если в нем произвести замену функции $\varphi(r;\lambda)$ на $\varphi_{\mathcal{P}}(r;\lambda)$ и функции $\tau(\lambda)$ на $\tau_{\mathcal{P}}(\lambda)$.

Это утверждение следует рассматривать как континуальный аналог известного (соответственно переформулированного) правила Кристоффеля (см., например, [2], стр. 198) о преобразовании, испытываемом ортогональными многочленами по некоторому весу при умножении последнего на неотрицательный полином.

2. Пусть, например, $r_\infty < \infty$ и функция $V(r) \in C(0, r_\infty)$ (или, более обще: $V(r) \in L_1(0, r_\infty)$). Тогда, добавив к системе $(S_{0,h})$ какое-либо граничное условие: $\varphi'(r_\infty;\lambda) + H\varphi(r_\infty;\lambda) = 0$ с вещественным H $(\leqslant\infty)$, мы получим краевую задачу Штурма — Лиувилля с некоторым спектром: $\lambda_0 < \lambda_1 < \lambda_2 < \ldots$, который одновременно будет спектром (множеством точек роста) некоторой спектральной (ортогональной) функции τ системы $(S_{0,h})$. Если положить $\mathcal{P}(\lambda) = (\lambda - \lambda_0)(\lambda - \lambda_1)\ldots(\lambda - \lambda_{p-1})$, то на основании теоремы 1 можно будет утверждать, что спектр системы (5) с дополнительным условием: $\psi(r_\infty;\lambda) = 0$, если $p = 1$, и $\psi(r;\lambda) \in L_2(0, r_\infty)$, если $p > 1$, будет состоять из укороченной последовательности $\{\lambda_n\}_p^\infty$, причем $\{\varphi_{\mathcal{P}}(r;\lambda_n\}_p^\infty$ будет соответствующей последовательностью фундаментальных функций. Этот частный результат был ранее получен Крумом ([1]) и послужил толчком к установлению общей теоремы 1.

Отметим, в частности, еще следующий вывод из теоремы 1 (получающийся при более общем выборе многочлена $\mathcal{P}$: $\mathcal{P}(\lambda) = (\lambda - \lambda_{k_1})(\lambda - \lambda_{k_2})\ldots(\lambda - \lambda_{k_n})$).

Последовательность $\{\varphi_n(r)\}_0^\infty$ фундаментальных функций любой регулярной задачи Штурма — Лиувилля на интервале (a, b) всегда обладает следующим свойством:

Пусть целые числа $(0 \leqslant) k_1 < k_2 < \ldots < k_p$ *таковы, что произведение* $(k - k_1)(k - k_2)\ldots(k - k_p)$ *неотрицательно при* $k = 0, 1, 2, \ldots$; *тогда определитель* $W_*(\varphi_{k_1}, \varphi_{k_2}, \ldots, \varphi_{k_n})$ *сохраняет знак внутри* (a, b).

3. Теорема 1 вместе с предыдущими результатами ([3]) позволяет указать простую процедуру восстановления дифференциальной системы по ее спектральной функции τ вида

$$\tau(\lambda) = \frac{1}{\pi}\int_0^\lambda R(\mu)\frac{d\mu}{\sqrt{\mu}} \quad (\lambda \geqslant 0); \quad \tau(\lambda) = 0 \quad (\lambda \leqslant 0), \qquad (6)$$

где $R(\lambda)$ — некоторая рациональная функция, неотрицательная на положительной оси. Здесь идет речь о восстановлении по функции τ непрерывного потенциала $V(r)$ $(0 \leqslant r < \infty)$, а также константы h в случае

системы $(S_{0,h})$ (с $r_\infty = \infty$) и функции $V(r) = p(p-1)/r^2 + q(r)$ $(0 \leqslant r < \infty)$ в случае системы:

$$\psi'' - \left[\frac{p(p-1)}{r^2} + q(r)\right]\psi + \lambda\psi = 0, \quad \lim_{r \to 0} r^{-p}\psi(r;\lambda) = 1/1\cdot 3\ldots(2p-1), \quad (S_p)$$

где $q(r)$ $(0 \leqslant r < \infty)$ — некоторая непрерывная функция, а p — натуральное число.

В первом случае должно быть $R(\lambda) = 1 + o(1)$, а во втором $R(\lambda) = \lambda^p + o(\lambda^p)$ при $\lambda \to \infty$. При выполнении этих необходимых условий задача будет иметь единственное решение. Так как во втором случае функция $R(\lambda)$ всегда может быть представлена в виде $R(\lambda) = \mathcal{P}_1(\lambda)R_1(\lambda)$, где $\mathcal{P}_1(\lambda)$ — многочлен степени p, неотрицательный при $\lambda \geqslant 0$, а $R_1(\lambda)$ — рациональная функция, конечная при $\lambda \geqslant 0$ и такая, что $R_1(\lambda) = 1 + o(1)$ при $\lambda \to \infty$, то, на основании теоремы 1, достаточно привести решение задачи для первого случая. Путь получения эффективного решения задачи для этого случая был указан еще в [3]. Приведем окончательные формулы.

Пусть $R(\lambda) = P(\lambda)/Q(\lambda)$, где $P(\lambda)$ и $Q(\lambda)$ — несократимые многочлены степени n со старшими коэффициентами, равными единице. Так как $Q(k^2) > 0$ при вещественном k, то $Q(k^2) = Q_+(k)\,Q_-(k)$, где $Q_+(k)$ — многочлен степени n со старшим коэффициентом единица, имеющий корни только внутри верхней полуплоскости $\operatorname{Im} k > 0$, а $Q_-(k) = (-1)^n Q_+(-k) = \overline{Q}_+(k)$. Положим

$$C(r;k) = \frac{i^n}{2}\left[Q_+(k)\,e^{ikr} + Q_+(-k)\,e^{-ikr}\right], \tag{7}$$

$$S(r;k) = \frac{i^n}{2i}\left[Q_+(k)\,e^{ikr} - Q_+(-k)\,e^{-ikr}\right].$$

Предполагая, далее, что $P(k^2) = (k^2 - k_1^2)(k^2 - k_2^2)\ldots(k^2 - k_n^2)$, где все k_j^2 $(j = 1, 2, \ldots, n)$ различны, можно утверждать, что рассматриваемой спектральной функции τ отвечает система $(S_{0,h})$ с $r_\infty = \infty$,

$$V(r) = -2\frac{d^2}{dr^2}\ln W(C(r;k_1), \ldots, C(r;k_n)) \tag{8}$$

и h, равным произведению на $-2i$ суммы всех вычетов внутри верхней полуплоскости функции $R(k^2) - 1$. Примечательно, что для решения φ этой системы можно дать явную формулу, а именно:

$$\varphi(r;\lambda) = P^{-1}(\lambda)\,W(C(r;k), C(r;k_1), \ldots, C(r;k_n))\,/\,W(C(r;k_1),\ldots,C(r;k_n)). \tag{9}$$

Заслуживает также быть отмеченным то, что, если в последнем выражении заменить функции $C(r;k)$, $C(r;k_j)$ $(j = 1, 2, \ldots, n)$ на соответствующие функции $S(r;k)$, $S(r;k_j)$ $(j = 1, 2, \ldots, n)$, то вместо функции φ мы получим умноженное на $k = \sqrt{\lambda}$ решение ψ системы (S_p) (для случая $p = 1$) с $V(r) = q(r)$, выражающимся по формуле (8) с заменой $C(r;k_j)$ соответствующими функциями $S(r;k_i)$ $(j = 1, 2, \ldots, n)$, при этом указанной дифференциальной системе (S_1) будет отвечать спектральная функция $\tau(\lambda)$, имеющая следующее выражение:

$$\tau(\lambda) = \frac{1}{\pi}\int_0^\lambda R(\mu)\sqrt{\mu}\,d\mu \quad (\lambda \geqslant 0); \qquad \tau(\lambda) = 0 \quad (\lambda \leqslant 0).$$

Естественно, все указанные в п. 3 результаты непосредственно обобщаются на случай, когда многочлен $P(\lambda)$ имеет кратные корни.

4. Для упрощения окончательных формулировок мы предполагали всюду, что функции $V(r)$ и $q(r)$ непрерывны в $(0, r_\infty]$; однако все наши выводы нетрудно переформулировать на тот случай, когда эти функции принадлежат классу $L_1(0, r_\infty]$, т. е. суммируемы в каждом интервале $(0, l)$, где $l < r_\infty$.

Теорема 2. *Для того чтобы данная неубывающая функция* $\tau(\lambda) = \tau(\lambda - 0)$ $(-\infty < \lambda < \infty;\ \tau(-\infty) = 0)$ *была спектральной функцией некоторой системы* $(S_{0,h})$ *с потенциалом* $V(r) \in L_1(0, r_\infty]$, *где* r_∞ $(0 < r_\infty \leqslant \infty)$ *задано, необходимо и достаточно, чтобы*: 1) *функция*

$$\Pi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1 - \cos \sqrt{\lambda}\, t}{\lambda}\, d\tau(\lambda) \quad (0 \leqslant t < 2r_\infty)$$

была конечной и имела две абсолютно непрерывные производные на любом сегменте $(0, l)$ $(l < 2r_\infty)$; 2) $\Pi'(0) = 1$; 3) $\limsup\limits_{\rho \to \infty} (N(\rho) / \sqrt{\rho}) \geqslant r_\infty / \pi$, *где* $N(\rho)$ *— число точек спектра функции* τ *в интервале* $(0, \rho)$.

Впервые эта теорема была указана в ([4]) (см. теорему 6); однако там при ее формулировке по недосмотру было опущено третье условие теоремы 2. Некоторые из методов, необходимых при ее доказательстве, приведены также в ([5]). Напомним еще, что «переходная» функция $\Pi(t)$ однозначно определяется системой $(S_{0,h})$ (не зависит от выбора ее спектральной функции), при этом $\Pi''(0) = -h$, а функция $\Pi'''(2r)$ всегда той же гладкости, что и функция $V(r)$ $(0 \leqslant r < r_\infty)$. Последнее означает, что если одна из функций $\Pi'''(2r)$, $V(r)$ непрерывна или абсолютно непрерывна, или, более того, имеет некоторое число непрерывных (абсолютно непрерывных) производных в каждом сегменте $(0, l)$ полуоткрытого интервала $(0, r_\infty]$, то этим же свойством будет обладать и другая функция.

Теорема 3. *Для того чтобы неубывающая функция* $\tau(\lambda) = \tau(\lambda - 0)$ $(-\infty < \lambda < \infty;\ \tau(-\infty) = 0)$ *была спектральной функцией некоторой системы* (S_p) *с непрерывной функцией* $q(r)$ $(0 \leqslant r < r_\infty)$ *и натуральным* p, *необходимо и достаточно, чтобы функция*

$$\tau_*(\lambda) = \int_{-\infty}^{\lambda} \frac{d\tau(\mu)}{(\mu^2 + 1)^{p/2}}$$

была спектральной функцией некоторой системы $(S_{0,h})$ *с непрерывным потенциалом* $V(r)$ $(0 \leqslant r < r_\infty)$, *при этом функция* $q(r)$ $(0 \leqslant r < r_\infty)$ *всегда будет той же гладкости, что и потенциал* $V(r)$ $(0 \leqslant r < r_\infty)$.

Так как асимптотическое поведение спектральных функций систем $(S_{0,h})$ хорошо изучено ([6], [7]), то теорема 3 позволяет сделать ряд заключений об асимптотическом поведении спектральных функций систем (S_p) (в частности, уточнить результат, полученный для них в ([6])).

Одесский
гидротехнический институт

Поступило
24 IX 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] M. M. Crum, Quart. J. Math. Oxford (2), 6 (1955). [2] Л. В. Гончаров, Теория приближения и интерполирования функций, 1934. [3] М. Г. Крейн, ДАН, **94**, № 6 (1954). [4] М. Г. Крейн, ДАН, **88**, № 3 (1953). [5] М. Г. Крейн, ДАН, **97**, № 1, (1954)*. [6] Б. М. Левитан, Изв. АН СССР, сер. матем., **19**, № 1 (1955). [7] В. А. Марченко, Изв. АН СССР, сер. матем., **19**, № 6 (1955).

* Автор пользуется случаем указать, что в формуле (17) этой статьи перед знаком интеграла пропущен коэффициент 2.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

МАТЕМАТИКА

Член-корреспондент АН СССР Ю. В ЛИННИК

ОБ «ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ» СТАТИСТИКАХ; ОДНО ОБОБЩЕНИЕ ПРОБЛЕМЫ МОМЕНТОВ

Пусть X — одномерная случайная величина с законом распределения $F(x) = P(X < x)$, а $\vec{\xi} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ — соответствующая повторная выборка (случайный вектор с независимыми компонентами, распределенными по закону $F(x)$). Пусть над X производятся непрямые наблюдения, дающие значения некоторой непрерывной статистики $Q(\vec{\xi})$.

Естественно поставить вопрос: в каких случаях наблюдения над статистикой $Q(\vec{\xi})$ помогут восстановить закон $F(x)$; когда, например, подобные наблюдения над $Q(\vec{\xi})$ позволяют построить разумную доверительную полосу для $F(x)$. Здесь мы займемся более легким аналитическим вопросом, когда можно, точно зная закон распределения статистики

$$F_Q(x) = P(Q < x)$$

однозначно восстановить закон $F(x)$. Если для данной статистики $Q(\vec{\xi})$ это можно сделать в классе законов R, то будем говорить, что статистика $Q(\vec{\xi})$ является «определяющей» в данном классе R законов $F(x)$.

Задача исследования определяющих статистик и соответствующих им классов законов связана с классической проблемой моментов и может быть рассматриваема как обобщение этой проблемы. Для подтверждения этих соображений рассмотрим статистику $Q = \gamma_1 x_1 + \gamma_2 x_2 + \ldots + \gamma_n x_n$, где $\gamma_i > 0$ фиксированы, и класс R законов $F(x)$ на отрезке $(-\infty, \infty)$, имеющих все моменты и однозначно определяющихся последними. Легко заметить, что статистика Q будет определяющей в классе R, ибо начальные моменты

$$\alpha_r = \int_{-\infty}^{\infty} x^r dF(x)$$

однозначно выражаются через моменты EQ^r статистики Q. Легко привести также примеры статистик, не определяющих для класса всех законов $F(x)$ при $n = 2$; статистика $Q = x_1 - x_2$ будет иметь одно и то же распределение для законов вида $F_Q(x + \alpha)$ при любом α.

Здесь мы займемся статистиками Q однородными, измерения $\mu > 0$ и такими, что поверхности уровня для них $Q(\vec{\xi}) = c$ — кусочно-гладкие, звездчатые поверхности, расположенные в конечной области выборочного пространства (в частности, пустые множества). Такие статистики будем называть для краткости дефинитными, остальные индефинитными. Будем говорить далее, что генеральный закон $F(x)$ индуцирует распределение статистики $F_Q(x)$, если выборка $\vec{\xi}$ сделана соответственно этому закону.

Надо заметить, что дефинитные статистики вообще не будут определяющими в классе R всех законов $F(x)$; легко привести простые примеры по

этому поводу. Однако в широких классах симметрических законов дефинитные статистики будут определяющими, в настоящей заметке и рассматриваются подобные явления.

Введем здесь некоторые определения. Будем говорить, что множество непрерывных функций, заданных на сегменте $[a, b]$, образует класс типа $(Д)$, если разность любых двух функций этого множества либо тождественно исчезает на $[a, b]$, либо имеет там лишь конечное число нулей. Примерами классов типа $(Д)$ могут служить: полиномы; функции, голоморфные в каждой точке $[a, b]$; квазианалитические класса (Δ) [1]. Если множество функций $y(x)$ образует класс типа $(Д)$, а $g(x)$ — какая-либо непрерывная функция, для которой уравнение $g(x) = c$ при любом c имеет конечное число решений, что суперпозиции функций $y(g(x))$ также образуют класс типа $(Д)$ — так получаются примеры достаточно широких классов $(Д)$ из недифференцируемых функций. Сдвиг всех функций класса типа $(Д)$ на одну и ту же непрерывную функцию снова дает класс типа $(Д)$; это позволяет любую непрерывную функцию погрузить в класс типа $(Д)$.

Классом типа $\{Д_{кус}\}$ на сегменте $[-\alpha, \alpha]$ $(\alpha \leqslant \infty)$ будем называть класс функций таких, что каждый конечный сегмент $[a, b] \subset [-\alpha, \alpha]$ можно разбить на конечное число сегментов, на которых наши функции будут принадлежать классу типа $(Д)$.

Далее, вероятностную плотность $y(x)$ будем называть вполне симметрической, если отвечающую ей случайную величину Z можно представить в виде $Z_1 - Z_2$, где Z_1 и Z_2 — одинаково распределенные случайные величины, имеющие плотность, принадлежащую $L_2(-\alpha, \alpha)$, где $[-\alpha, \alpha]$ — сегмент задания $y(x)$.

Теорема 1. *В классе четных непрерывных вероятностных плотностей типа* $\{Д_{кус}\}$, *заданных на сегменте* $[-\alpha, \alpha]$ *и имеющих там не более чем счетное множество нулей каждая, дефинитные статистики* $Q(\vec{\xi})$ *являются определяющими.*

Несколько отличается от теоремы 1 следующая теорема.

Теорема 2. *Если четная непрерывная вероятностная плотность* $y(x)$ *погружена в класс типа* $\{Д_{кус}\}$ *и не имеет нулей внутри сегмента задания* $[-\alpha, \alpha]$, *то распределение дефинитной статистики* $Q(\vec{\xi})$, *индуцированное* $y(x)$, *определяет ее в этом классе.*

Теорема 3. *Пусть дана вполне симметрическая плотность* $y(x)$, *голоморфная во всех точках реальной оси и индуцирующая распределение дефинитной статистики* $Q(\vec{\xi})$. *Тогда это распределение определяет* $y(x)$ *в классе всех вполне симметрических плотностей с ограниченной вариацией в окрестности нуля.*

Частным случаем является приложение к нормальному закону.

Теорема 3′. *Нормальная плотность* $\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-x^2/2\sigma^2}$ *определяется индуцируемым ею распределением какой-либо дефинитной статистики в классе всех вполне симметрических плотностей ограниченной вариации в окрестности* $x = 0$.

Теоремы 3 и 3′ опираются на одну лемму из теории положительно-определенных функций.

Лемма. *Пусть* $g(x)$, $\varphi(x)$ — *четные положительно-определенные функции, причем* $\varphi(x)$ *голоморфна в окрестности* $x = 0$, *а про* $g(x)$ *этого не предполагается. Если разность* $g(x) - \varphi(x)$ *имеет бесконечно много нулей в любой окрестности* $x = 0$, *то* $g(x) \equiv \varphi(x)$ *на всей реальной оси.*

Методом доказательства указанных теорем является изучение некоторых нелинейных интегро-функциональных уравнений со сдвигающимися аргументами; для исследования вопросов единственности их решения они приближенно линеаризируются в области малых приращений решений.

Подобным же образом можно трактовать вопрос об определении распре-

деления случайного вектора $(X_1, \ldots, X_m)$ по совместному распределению нескольких статистик.

Поведение индефинитных статистик тем методом, каким доказаны приведенные теоремы, вообще говоря, не может быть изучено, хотя, как видно из примера, приведенного ранее, многие линейные статистики будут определяющими в весьма широких классах законов $F(x)$. Однако существует некоторый класс индефинитных статистик, для которых могут быть доказаны теоремы, аналогичные теоремам 1, 2 и 3, именно — однородные положительного измерения статистики, поверхности уровня которых не затрагивают координатных плоскостей. Эти поверхности должны быть кусочно-гладкими, но могут состоять из нескольких кусков.

Ленинградское отделение
Математического института им. В. А. Стеклова
Академии наук СССР

Поступило
29 X 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] С. Мандельбройт, Квазианалитические классы функций, 1937.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

МАТЕМАТИКА

В. Е. МИРАКОВ

ПРИНЦИП МАЖОРАНТ И МЕТОД КАСАТЕЛЬНЫХ ПАРАБОЛ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

(Представлено академиком А. Н. Колмогоровым 15 XI 1956)

Пусть требуется найти приближенное решение функционального уравнения

$$P(x) = 0, \tag{1}$$

где $y = P(x)$ — нелинейная операция, преобразующая $x \in X$ в $y \in Y$. Под X и Y мы понимаем полные линейные пространства, нормированные по Л. В. Канторовичу посредством линейных полуупорядоченных пространств Z и W, — пространства типа B_k ([1], [2]).

Будем решать уравнение (1) методом последовательных приближений, итерации в котором определяются следующим равенством ([3], [4]):

$$x_{n+1} = x_n + \sum_{k=1}^{m} \frac{(-1)^k}{k!} \Phi^{(k)}(P(x_n))\,(P(x_n))^k, \tag{2}$$

где

$$\Phi'(P(x_n)) = [P'(x_n)]^{-1} = \Gamma_n, \quad \Phi''(P(x_n)) = -\tfrac{1}{2}\Gamma_n P''(x_n)\,\Gamma_n^2 \text{ и т. д.}$$

Метод (2) в случае $m = 1$ дает метод Ньютона $x_{n+1} = x_n - \Gamma_n P(x_n)$, рассмотренный в ([1]) для пространств типа B_k.

При $m = 2$ получим метод Чебышева $x_{n+1} = x_n - \Gamma_n P(x_n) - \tfrac{1}{2}\Gamma_n P''(x_n)\,[\Gamma_n P(x_n)]^2$, рассмотренный в ([4], [5]) для пространств Банаха и в ([6]) для пространств типа B_k.

Процесс (2) естественно называть аналогом процесса касательных парабол, так как в случае действительного уравнения нахождение приближения x_{n+1} через x_n эквивалентно нахождению точки пересечения оси абсцисс с параболой $x = \sum_{k=0}^{m} a_k y^k$, с соответствующим образом подобранными коэффициентами a_k, имеющей с кривой $y = P(x)$ в точке $(x_n, P(x_n))$ касание порядка m.

Процесс, аналогичный (2), рассмотрим для уравнения

$$Q(z) = 0, \tag{3}$$

где Q — операция из Z в W.

Теорема 1. *Если в уравнениях* (1) *и* (3) P, Q *— непрерывные операции, имеющие соответственно на путях* $x_0, x_1, x_2, \ldots$ *и* $z_0, z_1, z_2, \ldots$ *слабые производные в смысле Гато до порядка* $m+1$ *включительно и выполнены условия:*

1) *существуют* $[P'(x_0)]^{-1} = \Gamma_0$ *и* $[Q'(z_0)]^{-1} = \Delta_0$, *причем* Δ_0 *(оо)-непрерывна и* $|\Gamma_0| \leqslant -\Delta_0$;

2) $|\Gamma_0 P(x_0)| \leqslant -\Delta_0 Q(z_0)$;

3) $|\Gamma_0 P^{(k)}(x_0)| \leqslant -\Delta_0 Q^{(k)}(z_0)$ *для* $k = 2, 3, \ldots, m$; $m > 1$ (*при* $m =$ *условие* 3) *отпадает*);

4) $|\Gamma_0 P^{(\xi+1)}(x)| \leqslant -\Delta_0 Q^{(m+1)}(z)$ *для* $x \leftrightarrow z$ (*точке* $x = x_n + \theta(x_{n+1} - x_n)$ *сопоставлена точка* $z = z_n + \theta(z_{n+1} - z_n)$; $0 \leqslant \theta \leqslant 1$), *то из осуществимости и сходимости процесса касательных парабол для уравнения* (3) *следует его осуществимость и сходимость для уравнения* (1).

Доказательство. Обозначим через $\Delta x_{l,n}$ общий член суммы (2)

$$\Delta x_{l,n} = \frac{(-1)^l}{l!} \Phi^{(l)}(P(x_n))(P(x_n))^l.$$

Тогда, согласно (7), будем иметь

$$\Delta x_{1,n} = -\Gamma_n P(x_n);$$

$$\Delta x_{l,n} = -\Gamma_n \sum_{k=2}^{l} \frac{1}{k!} P^{(k)}(x_n) \sum_{\substack{i_1+\ldots+i_{l-1}=k \\ 1\cdot i_1+\ldots+(l-1)\, i_{l-1}=l}} \frac{k!}{i_1!\ldots i_{l-1}!} \Delta x_{1,n}^{i_1} \ldots \Delta x_{l-1,n}^{i_{l-1}}. \quad (4)$$

Из условия теоремы непосредственно следует, что $|x_1 - x_0| \leqslant z_1 - z_0$. Далее, на основании формулы Тэйлора

$$\Gamma_0 P(x_1) = \Gamma_0 \sum_{k=0}^{m} \frac{P^{(k)}(x_0)}{k!}(x_1 - x_0)^k + \frac{1}{m!}\Gamma_0 \int_{x_0}^{x_1} P^{(m+1)}(\bar{x})(x_1 - \bar{x})^m d\bar{x}. \quad (5)$$

Положив в (4) $n = 0$ и подставив в (5), получим

$$|\Gamma_0 P(x_1)| = \left| \Gamma_0 \sum_{k=2}^{m} \frac{P^{(k)}(x_0)}{k!} \sum_{\substack{i_1+\ldots+i_m=k \\ 1\cdot i_1+\ldots+m i_m > m}} \frac{k!}{i_1!\ldots i_m!} \Delta x_{1,0}^{i_1} \ldots \Delta x_{m,0}^{i_m} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{m!}\Gamma_0 \int_{x_0}^{x_1} P^{(m+1)}(\bar{x})(x_1 - \bar{x})^m d\bar{x} \right| \leqslant -\Delta_0 Q(z_1). \quad (6)$$

Так как

$$|I - \Gamma_0 P'(x_1)| =$$

$$= \left| -\Gamma_0 \sum_{k=2}^{m} \frac{P^{(k)}(x_0)}{k!}(x_1 - x_0)^k - \frac{1}{m!}\Gamma_0 \int_{x_0}^{x_1} P^{(m+1)}(\bar{x})(x_1 - \bar{x})^m d\bar{x} \right| \leqslant$$

$$\leqslant I - \Delta_0 Q'(z_1),$$

заключаем аналогично (1), что существует оператор $\Gamma_1 = [P'(x_1)]^{-1}$ и при этом $|\Gamma_1| \leqslant -\Delta_1 = -[Q'(z_1)]^{-1}$; $|\Gamma_1 P(x_1)| \leqslant -\Delta_1 Q(z_1)$. Теперь легко проверить, что если заменить в условиях теоремы точки x_0 и z_0 на x_1 и z_1, то эти условия по-прежнему будут выполнены, а потому аналогичный процесс может быть продолжен далее.

Рассмотрим теперь случай, когда X и Y являются пространствами Банаха.

Теорема 2. *Если*

1) *существует* $\Gamma_0 = [P'(x_0)]^{-1}$ *и* $\|\Gamma_0\| \leqslant B$;

2) $\|\Gamma_0 P(x_0)\| \leqslant \eta$;

3) $\|P^{(k)}(x_0)\| \leqslant M_k$ *для* $k = 2, 3, \ldots, m$; $m > 1$ (*при* $m = 1$ *условие* 3) *отпадает*);

4) $\|P^{(m+1)}(x)\| \leqslant M_{m+1}$ *в области, содержащей путь* $x_0, x_1, x_2, \ldots$ *(достаточно при* $\|x - x_0\| \leqslant z^* \leqslant 2\eta$*) и выполнено условие*

$$h = B\eta \sum_{k=2}^{m+1} \frac{M_k}{(k-2)!} (2\eta)^{k-2} \leqslant \frac{1}{2} \qquad (7)$$

существования положительного корня z^* *(где* z^* *— наименьший положительный корень) уравнения*

$$Q(z) = \frac{\eta}{B} - \frac{z}{B} + \sum_{k=2}^{m+1} \frac{M_k z^k}{k!} = 0, \qquad (8)$$

то процесс касательных парабол сходится к решению x^* *уравнения* (1), *которое существует и лежит в области*

$$\|x - x_0\| \leqslant z^*. \qquad (9)$$

Быстрота сходимости характеризуется неравенством

$$\|x^* - x_n\| \leqslant z^* - z_n. \qquad (10)$$

Замечание. Следует отметить, что оценки (9) и (10), полученные в теореме 2, не могут быть улучшены, так как они достигаются для уравнения (8).

Московский
физико-технический институт

Поступило
3 IX 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Л. В. Канторович, ДАН, **76**, № 1, 17 (1951). [2] Л. В. Канторович, Б. З. Вулих, А. Г. Пинскер, Функциональный анализ в полуупорядоченных пространствах, М. — Л., 1950, стр. 455. [3] П. Л. Чебышев, Собр. соч., **5**, Изд. АН СССР, 1951, стр. 7. [4] М. И. Нечепуренко, Усп. матем. наук, **9**, в. 2, 163 (1954). [5] М. А. Мертвецова, Изв. Казанск. фил. АН СССР, сер. физ.-матем. и техн. наук, в. 8, 154 (1955) [6] В. Е. Мираков, Усп. матем. наук, **11**, в. 3, 171 (1956). [7] Э. Э. Тамме, ДАН, **103**, № 5, 769 (1955).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

МАТЕМАТИКА

И. И. ПЯТЕЦКИЙ-ШАПИРО

ОБ ОЦЕНКЕ РАЗМЕРНОСТИ ПРОСТРАНСТВА АВТОМОРФНЫХ ФОРМ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ТИПОВ ДИСКРЕТНЫХ ГРУПП

(Представлено академиком А. Н. Колмогоровым 30 X 1956)

Пусть D — ограниченная область в n-мерном комплексном пространстве, Γ — дискретная группа аналитических автоморфизмов. Если фундаментальная область D/Γ компактна, то совокупность автоморфных функций образует поле алгебраических функций от n независимых переменных [1]. Это утверждение сохраняет свою силу также и для некоторых дискретных групп с некомпактной фундаментальной областью, например для модулярных групп Зигеля, Гильберта и эрмитовой модулярной группы, введенной Браун. Как известно, для его доказательства достаточно показать, что размерность пространства автоморфных форм веса m при $m \to \infty$ растет не быстрей, чем cm^n, где n — комплексная размерность области определения автоморфных форм, а c — некоторая постоянная [1].

В настоящей работе описан общий класс дискретных групп в ограниченных симметрических областях, для которых имеет место нужная оценка.

Зигель, а вслед за ним другие авторы использовали для оценки размерности пространства автоморфных форм аналитическое отображение ограниченной симметрической области на некоторую неограниченную область, аналогичную верхней полуплоскости в случае одного переменного, и ряды Фурье. Мы рассмотрим два сорта областей, играющих роль верхних полуплоскостей, названных в настоящей заметке областями Зигеля первого и второго родов. В областях Зигеля первого рода используются ряды Фурье, в областях Зигеля второго рода используются ряды Фурье, коэффициенты которых являются якобиевыми функциями.

Перейдем теперь к определению областей Зигеля первого рода.

Определение 1. Пусть V — открытый выпуклый конус в n-мерном евклидовом пространстве, не содержащий всех точек одной прямой. Цилиндрическую область H с основанием V условимся называть областью Зигеля первого рода.

Отметим некоторые общие свойства областей Зигеля первого рода.

1) Любая область Зигеля первого рода аналитически эквивалентна ограниченной области.

2) Линейные преобразования области Зигеля первого рода в себя имеют вид

$$z \to Lz + b,$$

где L — аффинное преобразование конуса V в себя; b — вещественный вектор.

3) Пусть Γ — дискретная группа линейных преобразований H в себя, Γ_0 — подгруппа Γ, состоящая из параллельных переносов. Мы будем называть Γ нормальной дискретной группой, если Γ_0 имеет n образующих.

Для точек n-мерного евклидова пространства можно ввести понятие «больше» с помощью конуса V. Условимся говорить, что $a > b$, если $a - b \in V$. Обозначим теперь через H_a совокупность всех точек $z = x + iy$ для которых $y > a$.

Лемма 1. *Пусть a, b — точки n-мерного евклидова пространства, $b > a > 0$; M — некоторая положительная постоянная; E_M — линейное пространство аналитических в H автоморфных относительно нормальной дискретной группы Γ функций, причем для любой функции $f \in E_M$ имеет место неравенство*

$$\max_{z \in H_a} |f(z)| < M \max_{z \in H_b} |f(z)|. \tag{1}$$

Тогда размерность E_M не превосходит

$$c (\ln M)^n, \tag{2}$$

где c зависит только от V, a, b, Γ и не зависит от M.

Приведем некоторые примеры областей Зигеля первого рода:

1) Совокупность всех комплексных квадратных матриц Z, для которых *

$$\frac{Z - \overline{Z}'}{i} > 0.$$

2) Совокупность всех комплексных кососимметрических матриц Z четного порядка, для которых

$$ZJ + J\overline{Z} > 0.$$

3) Совокупность всех комплексных симметрических матриц $Z = X + iY$. для которых $Y > 0$.

4) Совокупность всех точек $z = x + iy$ n-мерного комплексного пространства, для которых

$$y_1 > \sqrt{y_2^2 + \ldots + y_n^2}, \quad y = (y_1, y_2, \ldots, y_n).$$

Области, рассмотренные в этих четырех примерах, аналитически эквивалентны неприводимым ограниченным симметрическим однородным областям. К сожалению, не для всякой ограниченной симметрической области существует эквивалентная ей область Зигеля первого рода. Мы сейчас введем еще один класс неограниченных областей (области Зигеля второго рода) и покажем, что любая неприводимая симметрическая область** аналитически эквивалентна либо области Зигеля первого рода, либо области Зигеля второго рода.

Определение 2. Пусть V — конус в n-мерном евклидовом пространстве; $F(u, v)$ — функция от пары векторов u и v m-мерного комплексного пространства, значение которой — n-мерный вектор. $F(u, v)$ условимся называть V-эрмитовой, если выполняются следующие условия:

1) $F(u, v) = \overline{F(v, u)}$.

2) $F(\lambda u_1 + \mu u_2, v) = \lambda F(u_1, v) + \mu F(u_2, v)$.

3) $F(u, u) \in \overline{V}$ ($\overline{V}$ — замыкание конуса V).

4) Выпуклая оболочки, натянутая на векторы $F(u, u)$, совпадает с $\overline{V}$.

5) $F(u, u) = 0$ только если $u = 0$.

---

* Эрмитова матрица $A > 0$, если все ее собственные значения положительны.

** Как известно, существуют 6 типов неприводимых ограниченных симметрических областей, из которых 2 являются исключительными. В настоящей заметке рассматриваются только неисключительные типы областей.

Определение 3. Областью Зигеля второго рода характеристики (n, m) условимся называть совокупность всех точек (z, u) $(n+m)$-мерного комплексного пространства, для которых

$$\operatorname{Im} z - F(u,u) > 0.$$

Отметим следующие свойства областей Зигеля второго рода:

1) Любая область Зигеля второго рода аналитически эквивалентна ограниченной области.

2) Область Зигеля второго рода допускает группу преобразований

$$(z, u) \to (z + a + 2iF(u, c) + iF(c, c), u + c), \tag{3}$$

где a — любой действительный вектор; c — любой комплексный вектор.

3) Область Зигеля второго рода является косым произведением, база которого — m-мерное комплексное пространство, а слой — область Зигеля первого рода.

4) Пусть D — неприводимая ограниченная симметрическая область в N-мерном комплексном пространстве; D_0 — инвариантная относительно аналитических автоморфизмов D часть границы D минимальной размерности; ν — вещественная размерность D_0. Всегда $\nu \geqslant N$. Если $\nu = N$, то D аналитически эквивалентна некоторой области Зигеля первого рода, если же $\nu > N$, то D аналитически эквивалентна области Зигеля второго рода характеристики $(2N - \nu, \nu - N)$.

5) Пусть Γ — дискретная подгруппа группы преобразований вида (3). Будем называть Γ нормальной дискретной группой, если ее коммутант и фактор-группа по коммутанту имеют, соответственно, n и $2m$ образующих. Обозначим через H_a совокупность (z, u), для которых $\operatorname{Im} z - F(u, u) > a$.

Лемма 2. *Любая аналитическая в H автоморфная относительно нормальной дискретной группы Γ функция ограничена в H_a, $a > 0$.*

Пусть E — линейное пространство аналитических автоморфных относительно Γ функций, для которых имеет место неравенство.

$$\max_{z \in H_a} |f(z)| < M \max_{z \in H_b} |f(z)|, \quad a < b.$$

Размерность E не превосходит $c(\ln M)^{n+m}$, где c — некоторая постоянная.

6) Приведем некоторые примеры областей Зигеля второго рода.

а) Пусть Z — квадратная матрица порядка r; U — прямоугольная матрица из r строк и k столбцов. Совокупность всех (Z, U), для которых

$$\frac{1}{2i}(Z - \bar{Z}') - U\bar{U}' > 0,$$

образует область Зигеля второго рода.

б) Пусть Z — кососимметрическая матрица порядка $2t$; U — прямоугольная матрица из $2t$ строк и 2 столбцов, удовлетворяющих условию

$$J_t \bar{U} = U J_1,$$

где $J_t = \begin{pmatrix} 0 & E_t \\ -E_t & 0 \end{pmatrix}$, E_t — единичная матрица порядка t. Совокупность всех (Z, U), для которых

$$ZJ + J\bar{Z} - U\bar{U}' > 0,$$

образует область Зигеля второго рода.

Очевидно, что любая ограниченная симметрическая область эквивалентна либо области Зигеля первого рода, либо области Зигеля второго рода, либо произведению областей Зигеля первого и второго родов.

В дальнейшем, говоря «область Зигеля», мы будем подразумевать либо область Зигеля первого рода, либо область Зигеля второго рода, либо произведение областей Зигеля первого и второго родов.

Области вида H_a, где H — некоторая область Зигеля ($a > 0$), условимся называть окрестностями бесконечно удаленной точки.

Пусть D — некоторая ограниченная область в N-мерном комплексном пространстве; z — некоторая точка границы D; φ — аналитическое отображение D на область Зигеля, переводящее z в бесконечно удаленную точку; Γ — дискретная группа аналитических автоморфизмов D. Будем называть z нормальной параболической точкой для группы Γ, если при указанном выше отображении Γ переходит в группу, содержащую нормальную дискретную подгруппу. Пусть F — некоторая обобщенная фундаментальная область для Γ. Предположим, что существует конечное число нормальных параболических точек $z_1, \ldots, z_k$ с окрестностями $S_1, \ldots, S_k$, так что $F - \sum_{\nu=1}^{k} F_\nu$ содержится строго внутри F, где $F_\nu = S_\nu \cap F$. Дискретную группу, обладающую обобщенной фундаментальной областью с указанными выше свойствами, будем называть дискретной группой правильной структуры.

Определение 4. Регулярная в D функция $f(z)$ называется автоморфной формой, если:

1) $f(\gamma z) = j_\gamma^{-m}(z) f(z)$.

2) Пусть z_0 — нормальная параболическая точка. Отношение $\left| \frac{f(z)}{j_{\varphi_0}^{m}(z)} \right|$ ограничено в любой окрестности z_0.

Сформулируем теперь основную теорему настоящей заметки.

Теорема. *Пусть D — ограниченная область в N-мерном комплексном пространстве; Γ — дискретная группа аналитических автоморфизмов D правильной структуры. Размерность пространства автоморфных форм веса m не превосходит cm^N, где c не зависит от m и зависит только от D и Γ.*

В заключение выражаю благодарность А. О. Гельфанду и И. Р. Шафаревичу за внимание к настоящей работе.

Калужский государственный
педагогический институт

Поступило
15 X 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] К. Зигель, Автоморфные функции от нескольких комплексных переменных, М., 1954.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

МАТЕМАТИКА

Д. А. РАЙКОВ

ИНДУКТИВНЫЕ И ПРОЕКТИВНЫЕ ПРЕДЕЛЫ С ВПОЛНЕ НЕПРЕРЫВНЫМИ ОТОБРАЖЕНИЯМИ

(Представлено академиком А. Н. Колмогоровым 30 X 1956)

В работе Себастьяна-и-Силва ([1]) рассмотрены два класса локально выпуклых пространств, охватывающие большинство пространств аналитических, бесконечно дифференцируемых и обобщенных функций, применяемых сейчас в анализе. В настоящей заметке сообщаются дальнейшие свойства этих классов и, кроме того, приводятся некоторые свойства проективного предела любого обратного спектра локально выпуклых пространств относительно вполне непрерывных отображений.

Определение 1. Пусть $E_1, E_2, \ldots$ — расширяющаяся последовательность локально выпуклых пространств (т. е. каждое из них есть векторное подпространство следующего) и пусть вложение (т. е. тождественное отображение) каждого в следующее непрерывно. Индуктивным пределом этой последовательности пространств (относительно указанных вложений) называют их объединение E, наделенное наиболее сильной локально выпуклой топологией, в которой все вложения $E_n \to E$ непрерывны.

Определение 2. Пусть E и G — локально выпуклые пространства. Линейное отображение E в G называют вполне непрерывным, если образ некоторой окрестности нуля из E имеет в G бикомпактное замыкание.

Определение 3. Регулярной последовательностью локально выпуклых пространств называется всякая расширяющаяся их последовательность с вполне непрерывными вложениями. Пространством (LN^*) называется, по Себастьяну-и-Силва, индуктивный предел регулярной последовательности нормированных пространств.

Теорема 1. *Индуктивный предел любой регулярной последовательности локально выпуклых пространств есть пространство* (LN^*).

Теорема 2. *Фактор-пространство пространства* (LN^*) *по его замкнутому подпространству есть пространство* (LN^*).

Теорема 3. *Замкнутое подпространство пространства* (LN^*) *есть пространство* (LN^*).

Определение 4. Если $E_1, E_2, \ldots$ — последовательность локально выпуклых пространств и $\pi_m{}^n$ для всех m и $n > m$ — непрерывные линейные отображения E_n в E_m такие, что $\pi_m{}^p = \pi_m{}^n \pi_n{}^p$ при $m < n < p$, то говорят, что пространства E_n образуют обратный спектр относительно отображений $\pi_m{}^n$. Пусть E — совокупность всевозможных «нитей» $x = (x_n)$, т. е. последовательностей $x_1, x_2, \ldots$, где каждое $x_n \in E_n$ и $x_m = \pi_m{}^n(x_n)$ для всех m и $n > m$. E есть векторное пространство относительно «покоординатного» сложения и умножения на скаляры, а $x \to x_n = \pi_n(x)$ — линейное отображение («проекция») E в E_n. Проективным пределом последовательности $E_1, E_2, \ldots$ относительно отображений $\pi_m{}^n$ называют пространство E, наделенное наиболее слабой топологией, при которой все проекции π_n непрерывны.

Определение 5. Пространством (M^*) называется, по Себастьяну-и-Силва, проективный предел последовательности нормированных пространств, образующей обратный спектр относительно вполне непрерывных отображений.

Теорема 1′. *Проективный предел любой последовательности локально выпуклых пространств, образующей обратный спектр относительно вполне непрерывных отображений, есть пространство* (M^*).

Теорема 2′. *Замкнутое подпространство пространства* (M^*) *есть пространство* (M^*).

Теорема 3′. *Фактор-пространство пространства* (M^*) *по его замкнутому подпространству есть пространство* (M^*).

Таким образом, каждый из классов (LN^*) и (M^*) замкнут относительно перехода к фактор- и подпространствам.

Определение 6. Будем говорить, что локально выпуклые пространства E, G образуют сильно дуальную пару, если каждое из них изоморфно наделенному сильной топологией пространству, сопряженному к другому.

Как показал Себастьян-и-Силва, пространства (M^*) и (LN^*) рефлексивны, и если E — пространство (M^*) (соответственно (LN^*)), то E', наделенное сильной топологией,— пространство (LN^*) (соответственно (M^*)).

Теорема 4. *Пусть* E, G *— сильно дуальная пара, причем одно из них — пространство* (M^*) *и, значит, другое — пространство* (LN^*). *Пусть, далее,* F *— произвольное замкнутое подпространство в* E, *а* H *— его ортогональное дополнение, т. е. аннулятор в* G. *Тогда* F, G/H *и* E/F, H *— также сильно дуальные пары.*

Таким образом, сильная двойственность, установленная Себастьяном-и-Силва для пространств (M^*) и (LN^*), распространяется и на их фактор- и подпространства.

В основе доказательства теорем 2, 3, 2′, 3′ и 4 лежит следующее предложение:

Пространство (LN^*) *содержит «регулярные» последовательности бикомпактных подмножеств и является свободным объединением каждой такой последовательности.*

При этом последовательность бикомпактных подмножеств $K_1, K_2, \ldots$ локально выпуклого пространства E мы называем регулярной, если выполнены следующие условия: 1) все K_n абсолютно выпуклы; 2) каждое K_n содержится алгебраически внутри K_{n+1}; 3) $E = \cup K_n$ и 4) каждое K_n бикомпактно в линейной оболочке F_{n+1} множества K_{n+1}, рассматриваемой как нормированное пространство с единичным шаром K_{n+1}. Утверждение же, что E есть свободное объединение множеств K_n, означает, что множество $M \subset E$ замкнуто тогда и только тогда, когда каждое $M \cap K_n$ замкнуто в K_n.

Определение 7. Пространством типа (c) мы называем локально выпуклое пространство, не допускающее более сильной локально выпуклой топологии, при которой оставались бы бикомпактными все абсолютно выпуклые множества, бикомпактные в исходной топологии.

Теорема 5. *Непрерывное линейное отображение пространства* (LN^*) *на пространство типа* (c) *открыто.*

Эта теорема сильнее теоремы, получающейся из общей «теоремы B» Гротендика в (2), когда отображаемым пространством (LF) служит пространство (LN^*). Действительно, каждое гротендиковское пространство типа (β) является пространством типа (c), тогда как существуют пространства типа (c), не являющиеся пространствами типа (β).

Как известно, определение 4 непосредственно распространяется на любой обратный спектр $(E_\alpha, \pi_\alpha^\beta)$, где α, β пробегают направленное множество индексов A, E_α — локально выпуклые пространства, отнесенные всем $\alpha \in A$, и π_α^β $(\beta > \alpha)$ — непрерывные линейные отображения E_β в E_α,

удовлетворяющие условию $\pi_\alpha{}^\gamma = \pi_\alpha{}^\beta \pi_\beta{}^\gamma$ при $\alpha < \beta < \gamma$. Двойственным же ему является определение индуктивного предела прямого спектра:

Определение 8. Пусть A — направленное множество индексов, каждому $\alpha \in A$ отнесено локально выпуклое пространство E^α и каждой паре $\alpha, \beta \in A$, где $\beta > \alpha$, — непрерывное линейное отображение $\pi^\alpha{}_\beta$ пространства E^α в E^β, причем $\pi^\alpha{}_\gamma = \pi^\beta{}_\gamma \pi^\alpha{}_\beta$ при $\alpha < \beta < \gamma$. Тогда говорят, что E^α образуют прямой спектр относительно отображений $\pi^\alpha{}_\beta$ или, короче, что дан прямой спектр $(E^\alpha, \pi^\alpha{}_\beta)$. Пусть E — совокупность всевозможных «волокон», т. е. наборов $(\pi^\alpha{}_\beta x^\alpha)$, где α может быть любым фиксированным индексом из A, x^α — любым элементом из E^α, а β пробегает все индексы $> \alpha$, причем волокна, с какого-нибудь места сливающиеся, отождествляются. E есть векторное пространство относительно «покоординатного» сложения и умножения на скаляры, а $x^\alpha \to x = (\pi^\alpha{}_\beta x^\alpha) = \pi^\alpha(x^\alpha)$ — линейное отображение («инъекция») E^α в E. Индуктивным пределом прямого спектра $(E^\alpha, \pi^\alpha{}_\beta)$ называется пространство E, наделенное наиболее сильной локально выпуклой топологией, при которой все инъекции π^α непрерывны.

В том частном случае, когда A — натуральный ряд с его естественным порядком, E^m — векторное подпространство в E^n для всех m и $n > m$, а $\pi^m{}_n$ — вложение E^m в E^n, E естественно отождествляется с $\cup E^n$, а инъекция π^n — с вложением E^n в E, и мы приходим к определению 1.

Теорема 6. *Пусть E — проективный предел обратного спектра (E_α, π^β), причем для каждого α существует $\beta > \alpha$ такое, что $\pi_\alpha{}^\beta$ вполне непрерывно.*

Тогда: 1) *E есть проективный предел обратного спектра банаховских пространств и потому является полным локально выпуклым пространством*; 2) *каждое замкнутое ограниченное множество в E бикомпактно*; 3) *E', наделенное сильной топологией, изоморфно индуктивному пределу прямого спектра $(E^\alpha, \pi^\alpha{}_\beta)$, где E^α — сильное сопряженное к E_α, а $\pi^\alpha{}_\beta$ — отображение E^α в E^β, сопряженное к $\pi_\alpha{}^\beta$* (в предположении, что $\pi_\alpha E$ плотно в E_α для каждого α).

Московский заочный
педагогический институт

Поступило
30 X 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] J. Sebastiãoe Silva, Rend. mat. pura e appl., **14**, 388 (1955) (русск. пер. Математика, **1**, 60 (1957)). [2] A. Grothendieck, Mem. Am. Math. Soc., **16** (1955).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

МАТЕМАТИКА

Г. Ш. РУБИНШТЕЙН

ОБОБЩЕНИЕ ЗАДАЧИ О КРАЙНЕЙ ТОЧКЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ОСИ С ВЫПУКЛЫМ МНОГОГРАННИКОМ

(Представлено академиком В. И. Смирновым 5 XI 1956)

Л. В. Канторович ([1]) рассмотрел несколько экстремальных задач производственно-экономического характера, для решения которых им был разработан метод разрешающих множителей. Затем метод применялся в работах ([2-6, 14]), посвященных детальному изучению некоторых из ранее рассмотренных задач, а также исследованию новых вопросов. В работах ([7-9]) методом разрешающих множителей решена одна геометрическая задача, к которой приводятся все предыдущие и некоторые другие задачи. Однако при решении ряда конкретных вопросов (в частности, некоторых задач из ([1, 3])) путем сведения к этой геометрической задаче не используется полностью специфика вопросов и получаются решения более трудоемкие, чем при непосредственном применении метода разрешающих множителей.

В настоящей работе рассматривается более общая геометрическая задача, решаемая методом разрешающих множителей, при сведении к которой конкретных вопросов более полно отражается их специфика, в результате чего получаемые решения (во всяком случае для известных нам задач) мало отличаются от полученных при непосредственном применении метода разрешающих множителей. Задача иллюстрируется двумя примерами.

Основная задача. В вещественном n-мерном пространстве R_n заданы конечные множества точек $A_i = \{a_{ik}\}_{k=1, 2, \ldots, l_i}$ $(i = 1, 2, \ldots, m)$ и точки c и d. Рассматриваются многогранник $M = \sum_i M_i$ *, где M_i — выпуклая оболочка множества A_i, и ось $B = \{b = c + \lambda d\}_{\lambda \in (-\infty, +\infty)}$. Требуется:

1. Установить, имеют ли B и M общие точки.

2. Если $B \cap M \neq \Lambda$, то: а) определить λ_0, равное максимальному из тех λ, для которых $b = c + \lambda d \in M$; б) в множествах A_i указать вершины тех симплексов, внутри которых лежат (соответственно) точки a_{i0} такие, что крайняя точка пересечения оси B с многогранником M — точка $b_0 = c + \lambda_0 d = \sum_i a_{i0}$; в) найти гиперплоскость H_0, строго отделяющую луч $Л(b_0, b_0 + d) = \{b = b_0 + \lambda d\}_{\lambda > 0}$ от многогранника M (многогранник M расположен по одну сторону от H_0, $Л(b_0, b_0 + d)$ — по другую, причем $Л(b_0, b_0 + d) \cap H_0 = \Lambda$).

3. Если $B \cap M = \Lambda$, то найти гиперплоскость H_0, строго отделяющую ось B от многогранника M.

Сформулированная задача в дальнейшем именуется задачей о крайней точке пересечения оси B с многогранником M, или просто задачей о

* $\sum_i M_i = \left\{a = \sum_i a_i;\ a_i \in M_i\right\}$, т. е. эта сумма множеств по Минковскому.

крайней точке. В ([7–9]) рассматривался частный случай этой задачи, соответствующий значению $m = 1$. К этому случаю может быть сведена общая задача, так как многогранник M является выпуклой оболочкой множества $A = \sum_i A_i$. Однако, если в первоначальной задаче фигурирует $N = \sum_i l_i$ точек, то в новой их $N' = \prod_i l_i$, что значительно увеличивает трудоемкость вычислений.

В задаче о крайней точке объединены две двойственные задачи: одна связана с определением крайней точки b_0, другая — с разысканием отделяющей гиперплоскости H_0. Метод разрешающих множителей состоит в сведении первой задачи ко второй. Поэтому в нашем случае для полного решения задачи достаточно найти отделяющую гиперплоскость H_0, которую мы называем разрешающей. Для вычисления уравнения разрешающей гиперплоскости может быть использован с некоторыми изменениями алгорифм, изложенный в ([7,9]).

Приведем примеры сведения вопросов к задаче о крайней точке.

Задача загрузки оборудования*. Имеется m различных станков, каждый из которых может выполнять n видов работ. Известно, что производительность (количество работы, выполняемое в единицу времени) i-го ($i = 1, 2, \ldots, m$) станка при выполнении работы j-го ($j = 1, 2, \ldots, n$) вида составляет α_{ij} единиц **. Требуется составить план распределения работ, т. е. найти числа h_{ij} $\left(h_{ij} \geqslant 0,\ \sum_j h_{ij} \leqslant 1\right)$, показывающие, какую часть рабочего времени i-й станок должен выполнять работу j-го вида, чтобы при этом:

1) выдерживался необходимый ассортимент, т. е. числа $z_j = \sum_i \alpha_{ij} h_{ij}$ выражающие количества работ различных видов, выполняемые всей совокупностью станков в единицу времени, находились в данном отношении $\frac{z_1}{k_1} = \frac{z_2}{k_2} = \cdots = \frac{z_n}{k_n}$;

2) общее значение z этих отношений, выражающее комплексную производительность при данном плане, имело максимальную возможную величину.

План работы, удовлетворяющий условиям 1) и 2), называется оптимальным.

Метод разрешающих множителей сводит поставленную задачу, в которой требуется определить mn неизвестных, к задаче разыскания n чисел (разрешающих множителей) $t_1, t_2, \ldots, t_n$ ($t_j \geqslant 0$), при которых величина $\sum_i p_i \Big/ \sum_j t_j k_j$, где $p_i = \max_j t_j \alpha_{ij}$ имеет минимальное возможное значение. Последнее значение совпадает с максимальной комплексной производительностью. Числа t_j можно трактовать как условные трудоемкости различных видов работ, а числа p_i — как условные производительности станков в условиях данной задачи.

Чтобы перевести рассматриваемую задачу на геометрический язык, производительность i-го станка при каждом плане $\|h_{ij}\|$ будем характеризовать точкой $a_i \in R_n$, j-я координата которой равна производительности при этом плане i-го станка по j-му виду работы. Тогда общая производительность характеризуется точкой $a = \sum_i a_i$. Точки a_i, соответствующие всевозможным планам работы i-го станка, заполняют, очевидно

---

* Это одна из задач, рассмотренных в ([1]).

** Каждый вид работы может измеряться своей единицей.

симплекс M_i с вершинами, соответствующими случаям, когда i-й станок все время выполняет работу одного вида или вовсе не работает. Точки a, соответствующие всевозможным общим планам, заполняют многогранник $M = \sum_i M_i$. Планам, при которых выполняется необходимый ассортимент, отвечают точки оси $B = \{b = \lambda d\}$, где $d = (k_1, k_2, \ldots, k_n)$. При этом комплексная производительность при каждом таком плане равна λ. Отсюда ясно, что оптимальными будут те и только те планы, которым отвечает крайняя точка пересечения оси B с многогранником M.

Таким образом, вопрос сведен к задаче о крайней точке. В данном случае всегда $B \cap M \neq \Lambda$, так как B и M содержат начало координат. Направляющие коэффициенты разрешающей гиперплоскости H_0 являются разрешающими множителями, т. е. выражают условные трудоемкости различных видов работ, а свободные члены в уравнениях гиперплоскостей, параллельных H_0 и опорных к симплексам M_i, выражают условные производительности соответствующих станков.

Транспортная задача *. Имеется m пунктов производства (п. пр.) однородного продукта и n пунктов потребления (п. потр.) этого продукта. Заданы производительности $p_i\,(i = 1, 2, \ldots, m)$ в каждом п. пр., потребления $r_j\,(j = 1, 2, \ldots, n)$ в каждом п. потр. $\left(\sum_i p_i = \sum_j r_j\right)$ и затраты c_{ij} по перевозке единицы продукта из i-го п. пр. в j-й п. потр. Требуется составить план перевозок, т. е. найти числа $h_{ij} \geqslant 0$, выражающие количество продукта, перевозимого из i-го п. пр. в j-й п. потр., чтобы при этом: 1) $\sum_j h_{ij} = p_i$; 2) $\sum_i h_{ij} = r_j$; 3) общие затраты по перевозкам $z = \sum_{i,j} c_{ij} h_{ij}$ были минимальными.

План перевозок, удовлетворяющий условиям 1), 2) и 3), называется оптимальным.

Метод разрешающих множителей сводит поставленную задачу к разысканию n чисел $u_1, u_2, \ldots, u_n$ таких, что величина $\sum_i v_i p_i - \sum_j u_j r_j$, где $v_i = \min_j (u_j + c_{ij})$, имеет максимальное возможное значение. Последнее значение совпадает с минимальными затратами по перевозкам. Числа u_j, v_i можно трактовать как потенциалы соответствующих пунктов ([3]). Грузы нужно направлять лишь по путям, у которых напряжение $v_i - u_j = c_{ij}$.

Чтобы перевести поставленную задачу на геометрический язык, перевозки из i-го п. пр. при каждом плане $\|h_{ij}\|$ будем характеризовать точкой $a_i \in R_{n+1}$, j-я $(j = 1, 2, \ldots, n)$ координата которой равна количеству продукта, перевозимого при этом плане из i-го п. пр. в j-й п. потр., а $(n+1)$-я координата равна необходимым при этом затратам. Тогда общий план перевозок характеризуется точкой $a = \sum_i a_i$. Точки a_i,

---

* Впервые, очевидно, эта задача выделяется из широкого круга вопросов организации транспортных перевозок в нематематической работе ([10]), но не находит там полного решения. В ([2]) устанавливается признак оптимальных перемещений для значительно более общей задачи. Там же указывается на подготовленную к печати подробную статью ([3]), посвященную интересующему нас частному случаю. Опубликование последней в связи с войной задержалось до 1949 г. Работа ([3]), как, впрочем, и работы ([1,4,6,10]), осталась до сих пор неизвестной за границей. Там после работы Хичкока ([11]), в которой формулируется рассматриваемая задача, появилось много посвященных этой задаче работ. Из них в первую очередь следует отметить работу ([12]), в которой автор с помощью разработанного им симплекс-метода получает удовлетворительное решение. В ряде последующих работ это решение совершенствуется; отметим работу ([13]), в которой получено решение, по существу совпадающее с содержащимся в ([3]).

соответствующие всевозможным планам перевозок из i-го п. пр., заполняют, очевидно, симплекс M_i с вершинами, соответствующими случаям, когда из i-го п. пр. весь продукт перевозится в один п. потр. Точки a, соответствующие всевозможным общим планам перевозок, заполняют многогранник $M = \sum_i M_i$. Планам, при которых в каждый п. пр. завозится необходимое количество продукта, отвечают точки оси $B = \{b = c + \lambda d\}$, где $c = (r_1, r_2, \ldots, r_n, 0)$, $d = (0, 0, \ldots, 0, -1)$. При этом затраты по перевозкам составляют $-\lambda$. Поэтому оптимальными будут те и только те планы, которым отвечает крайняя точка пересечения оси B с многогранником M.

Таким образом, вопрос сведен к задаче о крайней точке. В этом случае всегда $B \cap M \neq \Lambda$. Первые n направляющих коэффициентов разрешающей гиперплоскости H_0 (при $(n+1)$-м, равном 1) являются потенциалами п. потр., а свободные члены в уравнениях гиперплоскостей, параллельных H_0 и опорных к симплексам M_i, равны потенциалам соответствующих п. пр., умноженным на количество производимого там продукта.

Замечание к задаче о крайней точке пересечения оси с неограниченным многогранником. Исследование некоторых вопросов может привести к задаче о крайней точке, в которой одно или несколько M_i — неограниченные многогранники, т. е. $M_i = \left\{a_i = \sum_s \mu_s a_{is} + \right.$ $\left. + \sum_t \nu_t a'_{it} + \sum_r \rho_r a''_{ir}\right\}$, где $\mu_s \geqslant 0$; $\sum_s \mu_s = 1$; $\nu_t \geqslant 0$; ρ_r — произвольные вещественные числа. Для решения такой задачи достаточно решить задачу о пересечении оси с ограниченным многогранником $\overline{M} = \sum_{i=1}^{m+1} \overline{M}_i$, в которой $\overline{A}_i = \{a_{is}\}$ $(i = 1, 2, \ldots, m)$, $\overline{A}_{m+1} = \{\theta, Na'_{it}, \pm Na''_{ir}\}$, где N — неопределенное большое число. При этом, правда, может оказаться что $B \cap \overline{M} \neq \Lambda$, но $\overline{\lambda}_0$ зависит от N. Тогда многогранник M содержит бесконечную часть оси B и $\sup_{c+\lambda d \in M} \lambda = +\infty$.

Поступило
2 XI 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Л. В. Канторович, Математические методы в организации и планировании производства, Л., 1939. [2] Л. В. Канторович, ДАН, **37**, № 7—8, 227 (1942). [3] Л. В. Канторович, М. К. Гавурин, Сборн. Проблемы повышения эффективности работы транспорта, Изд. АНСССР, 1949, стр. 110—138. [4] Л. В. Канторович, Лесн. пром., № 7, 15 (1949); № 8, 17 (1949). [5] Л. В. Канторович, ДАН, **28**, № 3, 212 (1940). [6] Л. В. Канторович, В. А. Залгаллер, Расчет рационального раскроя промышленных материалов, Л., 1951. [7] Г. Ш. Рубинштейн, ДАН, **100**, № 4, 627 (1955). [8] Г. Ш. Рубинштейн, Усп. матем. наук, **10**, в. 4 (66), 206 (1955). [9] Г. Ш. Рубинштейн, Задача о крайней точке пересечения оси с ограниченным выпуклым многогранником и некоторые ее приложения, Диссертация, Ленингр. гос. пед. инст. им. А. И. Герцена, 1955. [10] А. Толстой, Соц. трансп., № 9, 28 (1939). [11] F. L. Hitchcock, J. Math. Phys., **20**, 224 (1941). [12] G. B. Dantzig, Activity Analysis of Production and Allocation, Ch. XXIII, N. Y., 1951, p. 359. [13] M. M. Flood, Pacific J. Math., **3**, № 2, 369 (1953). [14] Л. В. Канторович, Усп. мат. наук, **3**, в. 2 (24), 225 (1948).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

МАТЕМАТИКА

А. Д. СОЛОВЬЕВ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КЛАССА СХОДИМОСТИ ИНТЕРПОЛЯЦИОННОГО РЯДА ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ

(Представлено академиком А. Н. Колмогоровым 12 X 1956)

Пусть задана целая функция $\Phi(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{m_n}$, где числа m_n удовлетворяют условиям: $m_n \neq 0$ и $|m_{n+1}/m_n|$ монотонно стремится к бесконечности. Классом $[\Phi, \sigma]$ назовем класс целых функций $F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k z^k$, для которых $\overline{\lim_{n\to\infty}} \sqrt[n]{|c_n m_n|} < \sigma < \infty$. Нетрудно показать, что для функций из этого класса

$$\overline{\lim_{r\to\infty}} \frac{m(r)}{m^{\Phi}(\sigma r)} = 0,$$

где $m(r) = \ln \max_{|z|=r} |F(z)|$, $m^{\Phi}(r) = \ln \max_{|z|=r} |\Phi(z)|$.

Функцию $f^{\Phi}(\zeta) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{c_n m_n}{\zeta^{n+1}}$ назовем Φ-ассоциированной с функцией $F(z)$. Для целых функций из класса $[\Phi, \sigma]$ все особенности Φ-ассоциированных функций лежат внутри круга $|\zeta| < \sigma$.

Рассмотрим последовательность линейных функционалов

$$A_n = A_n[F] = \frac{1}{2\pi i} \int_C \zeta^n \varphi_n^{\Phi}(\zeta) f^{\Phi}(\zeta)\, d\zeta, \quad n = 0, 1, 2, \ldots, \tag{1}$$

где $\varphi_n^{\Phi}(\zeta) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{a_{nk}}{m_{n+k}} \zeta^k$ $(a_{n0} = 1)$ регулярны при $|z| < R$; $F(z) \in [\Phi, R]$; контур C охватывает все особенности $f^{\Phi}(\zeta)$ и лежит в круге $|z| < R$. Функционалы (1), инвариантные относительно функции $\Phi(z)$, мы будем называть моментами.

Напишем формальное тождество

$$\Phi(z \cdot \zeta) = \sum_{n=0}^{\infty} p_n(z) \cdot \zeta^n \varphi_n^{\Phi}(\zeta).$$

Сравнивая коэффициенты при одинаковых степенях ζ, мы получим конечные рекуррентные соотношения для $p_n(z)$, из которых последовательно и притом однозначно определяются эти функции. Легко показать, что $p_n(z)$ — многочлен степени n, инвариантный относительно функции $\Phi(z)$. Функции $p_n(z)$ называют интерполяционными многочленами, а ряд

$$\sum_{n=0}^{\infty} A_n p_n(z) \sim F(z) \tag{2}$$

интерполяционным рядом функции $F(z)$.

Мы скажем, что класс $[\Phi, \sigma]$ является точным классом сходимости интерполяционного ряда, если для любой целой функции $F(z) \in [\Phi, \sigma]$ ряд (2) сходится к $F(z)$ равномерно в каждом конечном круге и для любого $\varepsilon > 0$ существует $F_1(z) \in [\Phi, \sigma + \varepsilon]$, для которой ряд (2) расходится по крайней мере в одной точке. Обозначая точный класс сходимости через K_0, будем записывать этот факт так: $K_0 = [\Phi, \sigma]$.

Справедливо утверждение ([2]):

Теорема 1. *Пусть заданы моменты* (1) и *пусть* $\lim\limits_{n \to \infty} m_n \varphi_n^{\Phi}(\zeta) = \varphi(\zeta)$ *равномерно в любом круге* $|\zeta| \leqslant r < R_1 \leqslant R$.

Если $\varphi(\zeta)$ *имеет нули внутри круга* $|\zeta| < R_1$, *то* $K_0 = [\Phi, |\alpha_1|]$, *где* α_1 — *ближайший к началу нуль функции* $\varphi(\zeta)$.

Обобщением этой теоремы является теорема 2.

Теорема 2. *Пусть заданы моменты* (1) *и пусть*

$$\lim_{n \to \infty} m_{nk+s} \varphi_{nk+s}^{\Phi}(\zeta) = \varphi_s(\zeta), \quad s = 0, 1, 2, \ldots, k-1,$$

равномерно в любом круге $|\zeta| \leqslant r < R_1 \leqslant R$.

Если функция

$$\Delta(\zeta) = \begin{vmatrix} \varphi_0(\zeta) & \varphi_1(\zeta) & \ldots & \varphi_{k-1}(\zeta) \\ \varphi_0(\varepsilon\zeta) & \varepsilon\varphi_1(\varepsilon\zeta) & \ldots & \varepsilon^{k-1}\varphi_{k-1}(\zeta) \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \varphi_0(\varepsilon^{k-1}\zeta) & \ldots & \ldots & \varepsilon^{(k-1)^2}\varphi_{k-1}(\varepsilon^{k-1}\zeta) \end{vmatrix},$$

где $\varepsilon = e^{2\pi i/k}$, *имеет нули в круге* $|\zeta| < R_1$, *то* $K_0 = [\Phi, |\alpha_1|]$, *где* α_1 — *ближайший к началу нуль функции* $\Delta(\zeta)$.

В силу принципа двойственности ([3]) эти теоремы утверждают, что система $\{z^n \varphi_n^{\Phi}(z)\}$ образует базис в круге $|z| < |\alpha_1|$ и не образует его ни в каком большем круге.

Докажем простое утверждение, позволяющее применить эти теоремы в ряде интересных задач.

Теорема 3. *Пусть заданы моменты* (1) *и пусть* $\{\lambda_n\}$ — *последовательность комплексных чисел, удовлетворяющих условиям*:

$$\lim_{n \to \infty} \frac{\lambda_n}{\lambda_{n+1}} = q, \quad |\lambda_n| \leqslant |\lambda_{n+1}|, \quad n = 0, 1, 2, \ldots$$

Если

$$\lim_{n \to \infty} m_n \varphi_n^{\Phi}\left(\frac{\zeta}{\lambda_n}\right) = \widetilde{\varphi}(\zeta) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \zeta^k$$

равномерно в любом круге $|\zeta| \leqslant r \leqslant R_1$, *то*

$$\lim_{n \to \infty} m'_n \varphi_n^{\Psi}(\zeta) = \varphi(\zeta) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k q^{k(k-1)/2} \zeta^k$$

равномерно в любом круге $|\zeta| \leqslant r < R_1$, *где* $\Psi(z) = \sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{m'_n}$; $m'_n = m_n \lambda_1 \ldots \lambda_{n-1}$ $(m'_0 = m_0, m'_1 = m_1)$.

Иными словами, в этом случае $K_0 = [\Psi, |\alpha_1|]$, *где* α_1 — *ближайший к началу нуль функции* $\varphi(\zeta)$ ($|\alpha_1| < R_1$).

Доказательство. Имеем

$$m_n \varphi_n^{\Phi}\left(\frac{\zeta}{\lambda_n}\right) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{a_{nk} m_n}{m_{n+k} \lambda_n^k} \zeta^k,$$

$$m_n' \varphi_n^{\Psi}(\zeta) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{a_{nk} m_n}{m_{n+k} \lambda_n \cdots \lambda_{n+k-1}} \zeta^k.$$

Далее:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{nk} m_n}{m_{n+k} \lambda_n \cdots \lambda_{n+k-1}} = a_k q^{k(k-1)/2}$$

и, кроме того:

$$\left| \frac{a_{nk} m_n}{m_{n+k} \lambda_n \lambda_{n+1} \cdots \lambda_{n+k-1}} \right| \leqslant \left| \frac{a_{nk} m_n}{m_{n+k} \lambda_n^k} \right|,$$

откуда и следует утверждение теоремы.

Аналогично формулируется утверждение, соответствующее теореме 2.

Рассмотрим несколько примеров, пользуясь обозначениями последней теоремы.

1. Задача Абеля—Гончарова.

$$\varphi_n^{\Phi}(\zeta) = \frac{1}{n!} e^{\lambda_n \zeta}, \quad \Phi(\zeta) = e^{\zeta}, \quad A_n[F] = \frac{F^{(n)}(\lambda_n)}{n!}.$$

Предположим, что

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\lambda_n}{\lambda_{n+1}} = q \neq 1, \quad |\lambda_n| \leqslant |\lambda_{n+1}|.$$

Тогда

$$K_0 = [\Psi, |\alpha_1|],$$

где

$$\Psi(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n! \lambda_1 \cdots \lambda_{n-1}}, \quad \varphi(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{q^{n(n-1)/2}}{n!} z^n.$$

Рассмотрим частные случаи:

а) $$\lambda_n = \nu_n e^{i\alpha(-1)^n}, \quad \nu_n \leqslant \nu_{n+1}, \quad \frac{\nu_n}{\nu_{n+1}} \to 1,$$

$$\Psi(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n! \nu_1 \cdots \nu_{n-1}}, \quad \Delta(z) = \cos(2z \sin\alpha).$$

Следовательно,

$$K_0 = \left[\Psi, \frac{\pi}{4 \sin\alpha}\right].$$

б) $$\frac{\lambda_n}{\lambda_{n+1}} \to 0, \quad \Psi(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n! \lambda_1 \cdots \lambda_{n-1}}, \quad \varphi(z) = 1 + z, \quad |\alpha_1| = 1.$$

Значит,

$$K_0 = [\Psi, 1].$$

2. Обобщение задачи Абеля—Гончарова.

$$\varphi_n^{\Phi}(z) = \frac{1}{n!} f(\lambda_n z), \quad \Phi(z) = e^z, \quad f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k z^k, \quad a_0 = 1.$$

Пусть опять

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\lambda_n}{\lambda_{n+1}}=q,\quad |\lambda_n|\leqslant|\lambda_{n+1}|.$$

Тогда

$$K_0=[\Psi,|\alpha_1|],$$

где

$$\Psi(z)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{z^n}{n!\lambda_1\cdots\lambda_{n-1}},\quad \varphi(z)=\sum_{k=0}^{\infty}a_kq^{k(k-1)/2}z^k.$$

3. К проблеме моментов А. О. Гельфонда [1].

а)
$$\zeta^n\varphi_n^{\Phi}(\zeta)=\frac{u^n(\zeta)+v^n(\zeta)}{2n!},\quad \Phi(\zeta)=e^{\zeta},$$

$$u(\zeta)=\zeta+\alpha\zeta^{k+1}+\ldots,\quad v(\zeta)=\zeta+\beta\zeta^{k+1}+\ldots,\quad \alpha\neq\beta.$$

Тогда

$$K_0=[\Psi,|\alpha_1|],$$

где

$$\Psi(z)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{z^n}{(n!)^{1+1/k}},\quad \varphi(z)=e^{\alpha z^k}+e^{\beta z^k},\quad |\alpha_1|=\left(\frac{\pi}{|\alpha-\beta|}\right)^{1/k}.$$

Отсюда следует, что система $\{u^n(\zeta)+v^n(\zeta)\}$ при условии $\alpha\neq\beta$ не может образовывать базиса в окрестности начала. (Заметим, что условие $\alpha\neq\beta$ можно заменить условием $u(\zeta)\not\equiv v(\zeta)$.)

б)
$$\zeta^n\varphi_n^{\Phi}(\zeta)=\frac{u_{\alpha_n}^n(\zeta)}{n!},\quad \alpha_n=\begin{cases}0 & n=2k;\\ 1, & n=2k+1;\end{cases}\qquad \Phi(\zeta)=e^{\zeta}.$$

$$u_0(\zeta)=\zeta+\alpha\zeta^{k+1}+\ldots,\quad u_1(\zeta)=\zeta+\beta\zeta^{k+1}+\ldots,\quad \alpha\neq\beta.$$

Тогда

$$K_0=[\Psi,|\alpha_1|],$$

$$\Psi(z)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{z^n}{(n!)^{1+1/k}},\quad \Delta(\zeta)=\operatorname{ch}(\alpha-\beta)\zeta^k,\quad |\alpha_1|=\left(\frac{\pi}{2|\alpha-\beta|}\right)^{1/k}.$$

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило
12 X 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] А. О. Гельфонд, Исчисление конечных разностей, М.—Л., 1952. [2] М. А. Евграфов, Изв. АН СССР, сер. матем., 17, 421 (1953). [3] А. И. Маркушевич, Матем. сборн., 17 (59), 2, 211 (1945).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

МАТЕМАТИКА

А. Ф. ТИМАН и М. Ф. ТИМАН

ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ МОДУЛЯМИ ГЛАДКОСТИ ФУНКЦИЙ, ЗАДАННЫХ НА ВСЕЙ ВЕЩЕСТВЕННОЙ ОСИ

(Представлено академиком А. Н. Колмогоровым 15 XI 1956)

Пусть $1 \leqslant p \leqslant \infty$ и $f(x)$ — произвольная измеримая функция, заданная на интервале $(-\infty, \infty)$, для которой *

$$\|f\|_{L_p} = \left(\int_{-\infty}^{\infty} |f(x)|^p dx \right)^{1/p} < \infty. \tag{1}$$

При любом натуральном $k \geqslant 1$ рассмотрим функцию

$$\omega_k(f, t)_{L_p} = \sup_{|h| \leqslant t} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \left| \sum_{\nu=0}^{k} (-1)^{k-\nu} \binom{k}{\nu} f(x + \nu h) \right|^p dx \right]^{1/p}, \tag{2}$$

определенную на полуоси $t \geqslant 0$ и представляющую собой модуль гладкости порядка k для $f(x)$ в соответствующей метрике. Очевидно, что если $k < \nu$, то

$$\omega_\nu(f; t)_{L_p} \leqslant 2^{\nu-k} \omega_k(f; t)_{L_p}. \tag{3}$$

Можно указать примеры функций, для которых это неравенство, дающее оценку сверху модулей гладкости через модули гладкости низших порядков, в отношении порядка (при $t \to 0$) обращается в равенство.

Нам кажется представляющим интерес следующее предложение, позволяющее оценивать сверху порядок модулей гладкости функции через ее модули гладкости высших порядков.

Теорема. *Если* $1 \leqslant k < \nu$, *то при* $0 < t \leqslant 1/2$

$$\omega_k(f; t)_{L_p} \leqslant C_{\nu,k} t^k \int_t^1 \int_{t_1}^2 \dots \int_{t_{\nu-k-1}}^{\nu-k} \frac{\omega_\nu(f; t_{\nu-k})_{L_p}}{t_{\nu-k}^{\nu}} dt_1 \dots dt_{\nu-k}, \tag{4}$$

где $C_{\nu,k}$ — *константа, не зависящая от функции* f. *В частности, при* $\nu \geqslant 1$ *всегда справедливо неравенство*

$$\omega_k(f; t)_{L_p} \leqslant C_k t^k \int_t^1 \frac{\omega_{k+1}(f; u)_{L_p}}{u^{k+1}} du. \tag{5}$$

---

* В случае $p = \infty$ полагаем $\|f\|_{L_\infty} = \operatorname{vrai\,sup}_{-\infty < x < \infty} |f(x)|$.

Из неравенства (4) непосредственно вытекает

Следствие 1. Если $\nu > k$, $\alpha \leqslant \nu$ и $\omega_\nu(f; t)_{L_p} = O(t^\alpha)$, то при $t \to 0$

$$\omega_k(f; t)_{L_p} = \begin{cases} O(t^k), & \text{если } \alpha > k, \\ O\left(t^k \ln \frac{1}{t}\right), & \text{если } \alpha = k, \\ O(t^\alpha), & \text{если } \alpha < k. \end{cases} \tag{6}$$

При этом замена O на o (при $t \to 0$) в условии влечет за собой такую же замену в двух последних соотношениях (6).

В частности, при $k = 1$, $\nu = 2$, $0 < \alpha \leqslant 1$ отсюда вытекает известный результат ([1]), впервые обнаруженный для периодических функций Зигмундом ([2]).

Существуют примеры, показывающие, что применительно к равномерной метрике ($p = \infty$) оценку (4) в отношении порядка (при $t \to 0$) в общем случае улучшить нельзя. В этих случаях порядки (при $t \to 0$) левой и правой частей (4) совпадают. Вместе с тем в ряде случаев оценка (4), будучи с точки зрения порядка (при $t \to 0$) точной для равномерной метрики, оказывается уже грубой для метрики L_p при $1 < p < \infty$ *.

Это положение достаточно просто можно было бы проиллюстрировать на примере пространства L_2, когда $\nu = k + 1$. В данном случае справедливо неравенство

$$\omega_k(f; t)_{L_2} \leqslant C_k t^k \left[\int_t^1 \frac{\omega_{k+1}^2(f; u)_{L_2}}{u^{2k+1}}\, du\right]^{1/2} \quad (0 < t \leqslant 1/2).$$

Следствие 2. Если $k \geqslant 2$ и функция $f(x)$ на всей вещественной оси имеет производную $f'(x) \in L_p(-\infty, \infty)$ $(1 \leqslant p \leqslant \infty)$, то при $0 < t \leqslant 1/2$,

$$\frac{\omega_k(f; t)_{L_p}}{t^k} \leqslant C_k \int_t^1 \frac{\omega_k(f'; u)_{L_p}}{u^k}\, du,$$

где C_k — константа, не зависящая от f.

Интересно было бы определить наименьшее значение константы C_k в неравенстве (5). Легко видеть, что в обратном ему неравенстве (3) ($\nu = k + 1$) константу 2 в его правой части уменьшить нельзя.

В заключение укажем на две леммы, которыми можно пользоваться для доказательства неравенства (4).

Лемма 1. *Если $A_\sigma(f)_{L_p}$ — наилучшее приближение функции $f(x)$ целыми функциями конечной степени $\leqslant \sigma$ в метрике L_p на $(-\infty, \infty)$ $(1 \leqslant p \leqslant \infty)$, то при любом $k \geqslant 1$*

$$\omega_k\left(f; \frac{1}{n}\right)_{L_p} \leqslant \frac{B_k}{n^k} \sum_{i=1}^{n} i^{k-1} A_i(f)_{L_p}, \tag{7}$$

где B_k — константа, не зависящая от функции f.

Лемма 2. *Для любой функции $f(x) \in L_p(-\infty, \infty)$ $(1 \leqslant p \leqslant \infty)$ справедливо неравенство* **

$$A_\sigma(f)_{L_p} \leqslant B_k \omega_k\left(f; \frac{1}{\sigma}\right)_{L_p}, \tag{8}$$

где B_k — константа, не зависящая от функции f.

---

* В периодическом случае указанная особенность метрики L_p была отмечена нами ранее в ([4]). Относящийся сюда результат (см. ([4]), теорема 6) впоследствии был дополнен Зигмундом ([6]).

** Аналогичное неравенство в периодическом случае см. в ([5]).

Отметим здесь, что неравенство (7) для периодических функций $f(x)$ впервые было указано нами в ([4]) (см. теорему 6).

Из лемм 1 и 2, как следствие, вытекают некоторые известные прямые и обратные теоремы конструктивной теории функций, заданных на всей вещественной оси ([1,3]). Отметим также, что неравенство (7) в случае, когда $1 < p < \infty$, допускает улучшение. Так например, при $p \geqslant 2$

$$\omega_k\left(f; \frac{1}{n}\right)_{L_p} \leqslant \frac{B_{k,p}}{n^k}\left[\sum_{i=1}^{n} i^{2k-1} A_i^2 (f)_{L_p}\right]^{1/2}, \tag{9}$$

а при $1 \leqslant p \leqslant 2$

$$\omega_k\left(f; \frac{1}{n}\right)_{L_p} \leqslant \frac{B_{k,p}}{n^k}\left\{\sum_{\nu=1}^{n} \nu^{kp-1} A_\nu^p (f)_{L_p}\right\}^{1/p}.$$

Днепропетровский государственный университет
им. 300-летия воссоединения Украины с Россией

Поступило
24 IX 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Н. И. Ахиезер, Лекции по теории аппроксимации, 1947. [2] A. Zygmund, Duke Math. J., **12**, 47 (1945). [3] С. Н. Бернштейн, ДАН, **51**, № 5, 327 (1946). [4] А. Ф. Тиман, М. Ф. Тиман, ДАН, **71**, № 1, 17 (1950). [5] С. В. Стечкин, Изв. АН СССР, сер. матем., **15**, № 3 (1951). [6] A. Zygmund, Univ. Nac. Tucumán Revista, A **7**, 259 (1950).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

МАТЕМАТИКА

Е. А. ТРОИЦКАЯ

ПРИМЕНЕНИЕ ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ПРИБЛИЖЕННЫХ МЕТОДОВ К ИССЛЕДОВАНИЮ ЗАДАЧИ ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ СОБСТВЕННЫХ ЧИСЕЛ И СОБСТВЕННЫХ ВЕКТОРОВ

(Представлено академиком В. И. Смирновым 5 XI 1956)

Рассматриваются два вполне непрерывных оператора: A в линейном нормированном пространстве X и $\bar{A}$ в полном линейном нормированном пространстве $\bar{X}$, связанные следующим образом. В пространстве X существует подпространство $\tilde{X}$, изоморфное $\bar{X}$. Изоморфизм осуществляется с помощью линейной операции φ_0, имеющей обратную φ_0^{-1} и допускающей распространение φ на все пространство X.

Выполняются следующие условия:

I. Для всякого $\tilde{x} \in \tilde{X}$ $\quad \|\varphi A\tilde{x} - \bar{A}\varphi\tilde{x}\| \leqslant \varepsilon \|\tilde{x}\|$.

II. Для всякого $x \in X$ можно найти $\tilde{x} \in \tilde{X}$ так, что $\|Ax - \tilde{x}\| \leqslant \varepsilon_1 \|x\|$.

В работе Л. В. Канторовича (1) рассматриваются операторы $K = A - \lambda I$ и $\bar{K} = \bar{A} - \lambda \bar{I}$ и даются условия, выполнение которых гарантирует существование оператора $\bar{K}^{-1}$, если существует K^{-1}, и наоборот.

Пусть известно простое собственное число λ_0 и собственный элемент x_0 оператора A, а также собственный элемент f_0 сопряженного оператора A^*. Будем считать, что $f_0(x_0) = 1$, следовательно, пара λ_0, x_0 является решением системы

$$Ax - \lambda x = 0,$$

$$f_0(x) - 1 = 0,$$

Если ввести пространство U, элементами которого являются пары $u = \begin{pmatrix} x \\ \lambda \end{pmatrix}$ ($x \in X$; λ — комплексное число; $\|u\|^2 = \|x\|^2 + |\lambda|^2$), то эту систему можно записать в виде единственного нелинейного функционального уравнения в пространстве U

$$P\begin{pmatrix} x \\ \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Ax - \lambda x \\ f_0(x) - 1 \end{pmatrix} = 0. \tag{1}$$

Собственный элемент оператора $\bar{A}$ нормируем следующим образом: $f_0(\varphi_0^{-1}\bar{x}) = 1$. Тогда уравнению (1) можно сопоставить следующее уравнение в пространстве $\bar{U}$ элементов $\bar{u} = \begin{pmatrix} \bar{x} \\ \lambda \end{pmatrix}$ ($\bar{x} \in \bar{X}$; λ — комплексное число):

$$\bar{P}\begin{pmatrix} \bar{x} \\ \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{A}\bar{x} - \lambda\bar{x} \\ f_0(\varphi_0^{-1}\bar{x}) - 1 \end{pmatrix} = 0. \tag{2}$$

Пространство U содержит подпространство $\tilde{U} = \left\{ \begin{matrix} \tilde{x} \\ \lambda \end{matrix} \right\}$ ($\tilde{x} \in \tilde{X}$), изоморфное U. Изоморфизм осуществляется с помощью операции $\Phi_0\begin{pmatrix} x \\ \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varphi x \\ \lambda \end{pmatrix}$,

имеющей обратную $\Phi_0^{-1}\begin{pmatrix}\bar{x}\\ \lambda\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\varphi_0^{-1}\bar{x}\\ \lambda\end{pmatrix}$; $\Phi\begin{pmatrix}x\\ \lambda\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\varphi x\\ \lambda\end{pmatrix}$ является распространением Φ_0 на все пространство U.

Таким образом отыскание собственного числа $\bar{\lambda}_0$ и собственного вектора $\bar{x}_0$ оператора $\bar{A}$ сводится к решению нелинейного уравнения. При решении его можно использовать предложенный Л. В. Канторовичем аналог метода Ньютона для решения функциональных уравнений [1], для которого наиболее существенным является требование существования операции, обратной к производной операции $\bar{P}'_{u_0}$, вычисленной для начального приближения метода Ньютона взять элемент $\bar{u}_0=\begin{pmatrix}\varphi x_0\\ \lambda_0\end{pmatrix}$, то все условия его применимости выполняются.

Производные оператора $\bar{P}'_{\varphi x_0,\lambda_0}$ и P'_{x_0,λ_0} имеют вид:

$$\bar{P}'_{\varphi x_0,\lambda_0}\begin{pmatrix}\bar{x}\\ \lambda\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\bar{A}\bar{x}-\lambda_0\bar{x}-\lambda\varphi x_0\\ f_0(\varphi_0^{-1}\bar{x})\end{pmatrix},$$

$$P'_{x_0,\lambda_0}\begin{pmatrix}x\\ \lambda\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}Ax-\lambda_0 x-\lambda x_0\\ f_0(x)\end{pmatrix},$$

причем легко показать, что последний оператор имеет обратный:

$$(P'_{x_0,\lambda_0})^{-1}\begin{pmatrix}y\\ \mu\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}Ry+\mu x_0\\ -f_0(y)\end{pmatrix},\qquad \|(P'_{x_0,\lambda_0})^{-1}\|^2\leqslant\|R\|^2+\|x_0\|^2+\|f_0\|^2.$$

Здесь приняты обозначения: R — резольвентный оператор $R=(A-\lambda_0 I)^{-1}$, определенный и ограниченный на множестве тех x, для которых $f_0(x)=0$, и равный нулю на собственном подпространстве.

Операторы $\bar{P}'_{\varphi x_0,\lambda_0}$ и P'_{x_0,λ_0} связаны условиями, аналогичными условиям I и II:

I.

$$\left\|\Phi P'_{x_0,\lambda_0}\begin{pmatrix}\tilde{x}\\ \lambda\end{pmatrix}-\bar{P}'_{\varphi x_0,\lambda_0}\Phi\begin{pmatrix}\tilde{x}\\ \lambda\end{pmatrix}\right\|=$$

$$=\left\|\begin{pmatrix}\varphi A\tilde{x}-\lambda_0\varphi\tilde{x}-\lambda\varphi x_0\\ f_0(\tilde{x})\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}\bar{A}\varphi\tilde{x}-\lambda_0\varphi\tilde{x}-\lambda\varphi x_0\\ f_0(\varphi_0^{-1}\varphi\tilde{x})\end{pmatrix}\right\|=$$

$$=\|\varphi A\tilde{x}-\bar{A}\varphi\tilde{x}\|\leqslant\varepsilon\|\tilde{x}\|\leqslant\varepsilon\left\|\begin{pmatrix}\tilde{x}\\ \lambda\end{pmatrix}\right\|.$$

II. Надо аппроксимировать элементами пространства $\tilde{U}$ элементы

$$P'\begin{pmatrix}x\\ \lambda\end{pmatrix}+\lambda_0\begin{pmatrix}x\\ \lambda\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}Ax-\lambda x_0\\ f_0(x)+\lambda\lambda_0\end{pmatrix}.$$

Найдем $\tilde{x}_1$ так, чтобы $\|Ax-\tilde{x}_1\|\leqslant\varepsilon_1\|x\|$, и $\tilde{x}_0$ так, чтобы $\|Ax_0-\tilde{x}_0\|\leqslant\varepsilon_1\|x_0\|$. Тогда для $\tilde{x}=\tilde{x}_1-\frac{\lambda}{\lambda_0}\tilde{x}_0$ и $\tilde{\lambda}=-f_0(x)-\lambda\lambda_0$ имеем:

$$\left\|\begin{pmatrix}Ax-\lambda x_0\\ f_0(x)+\lambda\lambda_0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}\tilde{x}\\ \tilde{\lambda}\end{pmatrix}\right\|=\|Ax-\lambda x_0-\tilde{x}\|\leqslant\|Ax-\tilde{x}_1\|+\left\|\lambda x_0-\frac{\lambda}{\lambda_0}\tilde{x}_0\right\|\leqslant$$

$$\leqslant\varepsilon_1\|x\|+\left\|\frac{\lambda}{\lambda_0}Ax_0-\frac{\lambda}{\lambda_0}\tilde{x}_0\right\|\leqslant\varepsilon_1\left(1+\frac{\|x_0\|^2}{|\lambda_0|^2}\right)^{1/2}\left\|\begin{pmatrix}x\\ \lambda\end{pmatrix}\right\|.$$

Если величина

$$q=\left\{\varepsilon+\varepsilon_1\sqrt{1+\frac{\|x_0\|^2}{|\lambda_0|^2}}\left(\varepsilon+\|\Phi\|\sqrt{\|A-\lambda_0 I\|^2+\|f_0\|^2+\|x_0\|^2}\right)\right\}\times$$

$$\times\|\Phi_0^{-1}\|\sqrt{\|R\|^2+\|f_0\|^2+\|x_0\|^2}<1,$$

то, согласно теоремам общей теории приближенных методов (1), из существования $(P'_{x_0,\lambda_0})^{-1}$ следует существование $(\bar{P}'_{\varphi x_0\lambda_0})^{-1}$, при этом

$$\|(\bar{P}_{\varphi x_0,\lambda_0})^{-1}\| \leqslant \frac{\left(1+\sqrt{1+\frac{\|x_0\|^2}{|\lambda_0|^2}}\right)\|\Phi\|\,\|\Phi_0^{-1}\|\sqrt{\|R\|^2+\|f_0\|^2+\|x_0\|^2}}{1-q} \equiv B_0.$$

Оценим $\bar{P}\begin{pmatrix}\varphi x_0\\ \lambda_0\end{pmatrix}$:

$$\bar{P}\begin{pmatrix}\varphi x_0\\ \lambda_0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\bar{A}\varphi x_0 - \lambda_0\varphi x_0\\ f_0(\varphi_0^{-1}\varphi x_0) - 1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\bar{A}\varphi x_0 - \varphi A x_0\\ f_0(\varphi_0^{-1}\varphi x_0) - f_0(x_0)\end{pmatrix}.$$

Можно найти $\tilde{x}_0 \in \tilde{X}$ так, что $\left\|x_0 - \frac{\tilde{x}_0}{\lambda_0}\right\| = \left\|\frac{Ax_0}{\lambda_0} - \frac{\tilde{x}_0}{\lambda_0}\right\| \leqslant \varepsilon_1\frac{\|x_0\|}{|\lambda_0|}$. Обозначим $\tilde{x}'_0 = \frac{\tilde{x}_0}{\lambda_0}$; $\|\tilde{x}'_0\| \leqslant \left(1+\frac{\varepsilon_1}{|\lambda_0|}\right)\|x_0\|$;

$$\|\bar{A}\varphi x_0 - \varphi A x_0\| = |\bar{A}\varphi x_0 - \bar{A}\varphi\tilde{x}'_0 = \bar{A}\varphi\tilde{x}'_0 - \varphi A\tilde{x}'_0 + \varphi A\tilde{x}'_0 - \varphi A x_0\| \leqslant$$
$$\leqslant \varepsilon_1\frac{\|x_0\|}{|\lambda_0|}(\|\bar{A}\varphi\| + \|\varphi A\|) + \varepsilon\|\tilde{x}'_0\| \leqslant [\varepsilon_1(\|\bar{A}\varphi\| + \|\varphi A\| + \varepsilon) + \varepsilon|\lambda_0|]\frac{\|x_0\|}{|\lambda_0|}.$$

Далее:

$$|\varphi_0^{-1}\varphi x_0 - x_0\| \leqslant \|\varphi_0^{-1}\varphi x_0 - \varphi_0^{-1}\varphi\tilde{x}'_0\| + \|\tilde{x}'_0 - x_0\| \leqslant (\|\varphi_0^{-1}\varphi\| + 1)\|\tilde{x}'_0 - x_0\| \leqslant$$
$$\leqslant \varepsilon_1(1 + \|\varphi_0^{-1}\varphi\|)\frac{\|x_0\|}{|\lambda_0|}.$$

Отсюда

$$\left\|\bar{P}\begin{pmatrix}\varphi x_0\\ \lambda_0\end{pmatrix}\right\|^2 \leqslant \frac{\|x_0\|^2}{|\lambda_0|}\{[\varepsilon_1(\varepsilon + \|\bar{A}\varphi\| + \|\varphi A\|) + \varepsilon|\lambda_0|]^2 + \varepsilon_1^2(1+\|\varphi_0^{-1}\varphi\|)^2\|f_0\|^2\} \equiv \eta_0^2.$$

Вторая производная P''_u ограничена всюду, $\|P''_u\| \leqslant \sqrt{3}/2$.

Остается потребность выполнения условия $h_0 = \sqrt{3}/2 B_0^2\eta_0 \leqslant 1/2$, и тогда применение теорем метода Ньютона (1) дает следующий результат:

Теорема 1. *Пусть λ_0 — простое собственное число оператора A; x_0 — его собственный элемент; f_0 — собственный элемент сопряженного оператора, причем $f_0(x_0) = 1$.*

Если выполнены условия I *и* II,

$$q = \left\{\varepsilon + \varepsilon_1\sqrt{1+\frac{\|x_0\|^2}{|\lambda_0|^2}}(\varepsilon + \|\Phi\|\sqrt{\|A-\lambda_0 I\|^2 + \|f_0\|^2 + \|x_0\|^2})^2\right\} \times$$
$$\times \|\Phi_0^{-1}\|\sqrt{\|R\|^2 + \|f_0\|^2 + \|x_0\|^2} < 1;$$

$$h_0 = \sqrt{\frac{3}{2}}\frac{1}{|\lambda_0|}\frac{\left(1+\varepsilon_1\sqrt{1+\frac{\|x_0\|^2}{|\lambda_0|^2}}\right)^2\|\Phi\|^2\|\Phi_0^{-1}\|^2(\|R\|^2 + \|f_0\|^2 + \|x_0\|^2)}{(1-q)^2} \times$$
$$\times [(\varepsilon|\lambda_0| + \varepsilon_1(\varepsilon + \|\bar{A}\varphi\| + \|\varphi A\|))^2 + \varepsilon_1^2(1 + \|\varphi_1^{-1}\varphi\|)^2\|f_0\|^2]^{1/2} \leqslant 1/2,$$

то в области

$$\left\|\begin{pmatrix}\bar{x}\\ \bar{\lambda}\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\varphi x_0\\ \lambda_0\end{pmatrix}\right\| \leqslant \frac{1-\sqrt{1-2h_0}}{h_0}\eta_0$$

оператор $\bar{A}$ имеет единственное собственное число $\bar{\lambda}_0$ и отвечающий ему единственный собственный элемент $\bar{x}_0$ такой, что $f_0(\varphi_0^{-1}\bar{x}_0) = 1$.

Оценку близости решений можно дать в виде

$$\left\|\begin{pmatrix}\varphi_0^{-1}\bar{x}_0\\ \bar{\lambda}_0\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}x_0\\ \lambda_0\end{pmatrix}\right\| \leqslant \frac{1-\sqrt{1-2h_0}}{h_0}\eta_0\|\Phi_0^{-1}\| + \varepsilon_1(1 + \|\Phi_0^{-1}\|\|\Phi\|)\frac{\|x_0\|}{|\lambda_0|}.$$

Совершенно аналогично получается и второй результат:

Теорема 2. *Пусть* $\bar{\lambda}_0$ — *простое собственное число оператора* $\bar{A}$; $\bar{x}_0$ — *его собственный элемент*; $\bar{f}_0$ — *собственный элемент сопряженного оператора. Если выполнены условия* I *и* II,

$$r = \frac{\varepsilon_1}{|\bar{\lambda}_0|}(1 + \|\Phi_0^{-1}\|\|\Phi P'_{\varphi_0^{-1}\bar{x}_0, \bar{\lambda}_0}\|\sqrt{\|\bar{R}\|^2 + \|\bar{f}_0\|^2 + \|\bar{x}_0\|^2}) +$$

$$+ 2\varepsilon\|\Phi_0^{-1}\|\sqrt{\|\bar{R}\|^2 + \|\bar{f}_0\|^2 + \|\bar{x}_0\|^2} < 1,$$

$$h_0 = \sqrt{\frac{3}{2}}\frac{\left[\|\Phi_0^{-1}(\bar{P}^1_{\bar{x}_0, \bar{\lambda}_0})^{-1}\Phi\| + \frac{2}{|\bar{\lambda}_0|}\left(1+\|\Phi_0^{-1}\|\|\Phi P'_{\varphi_0^{-1}\bar{x}_0, \bar{\lambda}_0}\|\sqrt{\|\bar{R}\|^2 + \|\bar{x}_0\|^2 + \|\bar{f}_0\|^2}\right)\right]^2}{(1-r)^2} \times$$

$$\times [\varepsilon_1 + (\varepsilon + \varepsilon_1\|\varphi\|)\|\varphi_0^{-1}\|\|\bar{x}_0\|] \leqslant 1/2,$$

то оператор A *имеет в области*

$$\left\|\begin{pmatrix} x \\ \lambda \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \varphi_0^{-1}\bar{x}_0 \\ \bar{\lambda}_0 \end{pmatrix}\right\| \leqslant \frac{1-\sqrt{1-2\bar{h}_0}}{\bar{h}_0}[\varepsilon_1 + (\varepsilon + \varepsilon_1\|\varphi\|)\|\varphi_0^{-1}\|]\|\varphi_0^{-1}\|\|\bar{x}_0\|$$

единственную собственную пару (x_0, λ_0).

Ленинградское отделение Математического института
им. В. А. Стеклова
Академии наук СССР

Поступило
1 XI 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Л. В. Канторович, Усп. матем. наук, 3, в. 6 (28) (1948).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

МАТЕМАТИКА

М. Д. ХРИПТУН

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ ЦЕЛЫХ ФУНКЦИЙ

(Представлено академиком В. И. Смирновым 1 XI 1956)

Можно показать ([3],[4]), что функция

$$U_0^{(1)}(\sqrt[3]{s}) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{s^n}{(2n)!\,n!} \tag{1}$$

в задаче Коши для обыкновенного линейного дифференциального оператора L 2-го порядка играет ту же роль, какая для самосопряженных операторов принадлежит функции e^s, а для дифференциальных операторов 1-го порядка функции Бесселя $I_0(2\sqrt{s}) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{s^n}{n!n!}$, а именно: при $s = zu^2$ функция (1) будет ядром интегрального представления оператора e^{zA}, где $A = L_0^{-1}$ есть оператор, обратный к L при нулевых начальных данных (в точке $x = 0$).

Делая в (1) подстановку $s = (z/3)^3$ (z — комплексное переменное), заменяя $n!$ на $\Gamma(n + p + 1)$ и умножая на $(z/3)^p$, получим функцию

$$U_p^{(1)}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z/3)^{p+3n}}{(2n)!\,\Gamma(n + p + 1)}; \tag{2}$$

удовлетворяющую уравнению

$$z^3U'''(z) + {}^3/_2\, z^2U''(z) - {}^1/_2\, z(6p^2 + 3p + 1)\,U'(z) + \\ + (2p^3 + 3p^2 - {}^1/_4 z^3)\,U(z) = 0. \tag{3}$$

Оказалось, что его решения обладают свойствами, весьма сходными со свойствами цилиндрических функций. Целью данной заметки и является краткое сообщение об этих свойствах.

§ 1. Данное уравнение обладает двумя особыми точками: регулярной $z = 0$, иррегулярной $z = \infty$ ([1], стр. 491).

Применяя обычные рассуждения, получаем:

I. Если $p \neq k/3$, $p \neq (2k - 3)/6$, где $k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ то три независимые решения уравнения (3) таковы: первое имеет вид, указываемый формулой (2), два других принимают вид

$$U_{p+{}^1/_2}^{(2)}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z/3)^{p+{}^1/_2+3n}}{(2n+1)!\,\Gamma(n + p + {}^3/_2)}, \tag{4}$$

$$U_{-2p}^{(2)}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Gamma(2p - 2n)\,(z/3)^{-2p+3n}}{\Gamma(2p)\,n!}. \tag{5}$$

Эти решения назовем, соответственно, решением 1-го рода 1-го типа с индексом p; 1-го рода 2-го типа с индексом $p+{}^3/_2$; 1-го рода 3-го типа с индексом $-2p$.

II. Пусть $p=k/3$.

а) $k=0,\ 1,\ 2,\ldots$. Решения, соответствующие индексам p и $p+{}^3/_2$, остаются по виду такими же, как (2), (4). Решение, соответствующее индексу $-2p$, строим общим методом Фробениуса ([1], стр. 534—545):

$$M^{(1)}_{-2p}(z)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(2n)!\,\Gamma(n+p+1)}\{3\ln z-\psi(n)-\psi(p+n)-\psi(n-{}^1/_2)\}\left(\frac{z}{3}\right)^{p+3n}+$$
$$+\sum_{n=0}^{p-1}\frac{\Gamma(2p-2n)}{\Gamma(2p)\,n!}\left(\frac{z}{3}\right)^{-2p+3n},\qquad(6)$$

где $\psi(\tau)=\left[\frac{d}{dt}\log\Gamma(t+1)\right]_{t=\tau}$. Это решение назовем решением 2-го рода 1-го типа с индексом $-2p$.

б) Если $k=-1,-2,-3,\ldots$, то вид решений, соответствующих индексам $-2p$ и $p+{}^3/_2$, остается таким же, как и в случае I, а решение, соответствующее индексу p, строится по тому же способу, что и $M^{(1)}_{-2p}(z)$; оно имеет вид:

$$M^{(3)}_{p}(z)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\Gamma(2p-2n)}{\Gamma(2p)\,n!}\{3\ln z-\psi(n)-\psi(-p+n)-\psi(-p-{}^1/_2+n)\}\left(\frac{z}{3}\right)^{-2p+3n}+$$
$$+\sum_{n=0}^{-p-1}\frac{1}{(2n)!\,\Gamma(n+p+1)}\left(\frac{z}{3}\right)^{p+3n};\qquad(7)$$

назовем его решением 2-го рода 3-го типа с индексом p.

III. Пусть $p=(2k-3)/6$.

а) $k=2,\ 3,\ 4,\ldots$. Решения, соответствующие индексам $p+{}^3/_2$ и p, имеют вид (4) и (2), а решение, соответствующее индексу $-2p$, принимает вид

$$M^{(2)}_{-2p}(z)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)!\,\Gamma(n+p+{}^3/_2)}\{3\ln z-\psi(n)-\psi(n+{}^1/_2)-$$
$$-\psi(p+n+{}^1/_2)\}\left(\frac{z}{3}\right)^{p+{}^3/_2+3n}+\sum_{n=0}^{p+{}^1/_2-1}\frac{\Gamma(2p-2n)}{\Gamma(2p)\,n!}\left(\frac{z}{3}\right)^{-2p+3n};\qquad(8)$$

его называем решением 2-го рода 2-го типа с индексом $-2p$.

б) $k=0,\pm1,-2,-3,\ldots$ Решение, соответствующее индексу $p+{}^3/_2$, имеет вид

$$M^{(3)}_{p+{}^3/_2}(z)=$$
$$=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\Gamma(2p-2n)}{\Gamma(2p)\,n!}\{3\ln z-\psi(n)-\psi(-p+n)-\psi(-p-{}^1/_2+n)\}\left(\frac{z}{3}\right)^{-2p+3n}+$$
$$+\sum_{n=0}^{-p-{}^1/_2-1}\frac{1}{(2n+1)!\,\Gamma(n+p+{}^3/_2)}\left(\frac{z}{3}\right)^{p+{}^3/_2+3n},\qquad(9)$$

его называем решением 2-го рода 3-го типа с индексом $p+{}^3/_2$, а остальные два решения имеют вид (2) и (5), соответственно.

IV. Выделим отдельно случай $p=0$; тогда все три независимые решения принимают вид:

$$U^{(1)}_{0}(z)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(z/3)^{3n}}{(2n)!\,n!},$$

$$M_0^{(1)}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n)!\,n!} \{\ln z - {}^2/_3\,\psi(n) - {}^1/_3\,\psi(n-{}^1/_2)\} \left(\frac{z}{3}\right)^{3n},$$

$$U_{{}^3/_2}^{(2)}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z/3)^{{}^3/_2+3n}}{(2n+1)!\,\Gamma(n+{}^3/_2)}.$$

Во всех этих формулах $\psi(r) = \left[\frac{d}{dt}\log\Gamma(t+1)\right]_{t=r}$.

Решения 1-го и 2-го рода уравнения (3) аналогичны функциям Бесселя 1-го и 2-го рода.

§ 2. Производящая функция и интегральное представление при целых индексах. Легко проверить соотношение:

$$e^{zt/3}\operatorname{ch}\frac{z}{3\sqrt{t}} = \sum_{p=-\infty}^{\infty} t^p U_p^{(1)}(z), \tag{10}$$

причем в формуле (2) отсутствуют члены, соответствующие полюсам функции $\Gamma(n+p+1)$. Отсюда

$$U_p^{(1)}(z) = \frac{1}{2\pi i}\oint_{(0)} t^{-p-1} e^{zt/3}\operatorname{ch}\frac{z}{3\sqrt{t}}\,dt \quad (p=0, \pm 1, \pm 2, \ldots). \tag{11}$$

Аналогично

$$\sqrt{t}\,e^{zt/3}\operatorname{sh}\frac{z}{3\sqrt{t}} = \sum_{p=-\infty}^{\infty} t^p U_{p+1}^{(2)}(z). \tag{12}$$

Отсюда

$$U_{p+1}^{(2)}(z) = \frac{1}{2\pi i}\oint_{(0)} t^{-p-1}\sqrt{t}\,e^{zt/3}\operatorname{sh}\frac{z}{3\sqrt{t}}\,dt. \tag{13}$$

§ 3. Интегральные представления функции U с любым индексом. Подставляя известное выражение

$$\frac{1}{\Gamma(n+p+1)} = \frac{1}{2\pi i}\int_{l'} e^{\tau}\tau^{-(n+p+1)}\,d\tau \tag{14}$$

([2], стр. 275) в (2), получим после преобразований

$$U_p^{(1)}(z) = \frac{1}{2\pi i}\int_{l'}\left(\frac{z}{3}\right)^p \tau^{-p-1}e^{\tau}\operatorname{ch}\left(\frac{z}{3}\sqrt{\frac{z}{3\tau}}\right)d\tau.$$

Считая, что

$$|\arg z| < \pi/2 \tag{15}$$

и заменяя $\tau = zt/3$, получим

$$U_p^{(1)}(z) = \frac{1}{2\pi i}\int_{l} t^{-p-1}e^{zt/3}\operatorname{ch}\frac{z}{3\sqrt{t}}\,dt, \tag{16}$$

причем в качестве пути интегрирования можно взять прежний контур l (на основании условия (15)).

Таким же образом получаем два других представления:

$$U_{p+{}^3/_2}^{(2)}(z) = \frac{1}{2\pi i}\int_{l} t^{-p-1}e^{zt/3}\operatorname{sh}\frac{z}{3\sqrt{t}}\,dt, \tag{17}$$

$$U_{-2p}^{(3)}(z) = \frac{1}{2\pi i}\int_{l} t^{2p-1}e^{\frac{z}{3}\left(\frac{1}{t^3}+t\right)}dt. \tag{18}$$

Вводя $X_1(z) = U_p^{(1)}(z) + U_{p+{}^3/_2}^{(2)}(z)$ и $X_2(z) = U_p^{(1)}(z) - U_{p+{}^3/_2}^{(2)}(z)$, заменяя $u = 1/\sqrt{t}$ для $X_2(z)$, $u = -1/\sqrt{t}$ для $X_2(z)$, приводим их представле-

ния к виду (18); заменяя теперь $u = e^{iw}$ и возвращаясь к функциям U, получаем представления

$$U_p^{(1)}(z) = \frac{1}{4\pi}\int_C \exp\left[\frac{z}{3}(e^{-2iw} + e^{iw}) + 2piw\right] dw, \tag{19}$$

$$U_{p+1/2}^{(2)}(z) = \frac{1}{4\pi}\int_{C'} \exp\left[\frac{z}{3}(e^{-2iw} + e^{iw}) + 2piw\right] dw, \tag{20}$$

$$U_{-2p}^{(3)}(z) = \frac{1}{2\pi}\int_{C''} \exp\left[\frac{z}{3}(e^{-2iw} + e^{iw}) + 2piw\right] dw \tag{21}$$

через одну и ту же функцию по разным контурам, изображенным, соответственно, на рис. 1 *а*, *б* и *в*.

Рис. 1

§ 4. Теоремы сложения. Если $R = \sqrt[3]{(r_1 e^{-i\theta/2} - r_2)^2 (r_1 e^{i\theta} - r_2)}$, где r_1, r_2 — комплексные переменные, то

$$U_0^{(1)}(\lambda R) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} U_m^{(1)}(\lambda r_1) U_{-m}^{(1)}(-\lambda r_2) e^{im\theta} + \\ + \sum_{m=-\infty}^{\infty} U_{m+1}^{(2)}(\lambda r_1) U_{-m+2}^{(2)}(-\lambda r_2) e^{i\theta(m-1/2)}. \tag{22}$$

При $\theta = 0$ получается более простая формула:

$$U_0^{(1)}(\lambda(r_1 - r_2)) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} U_m^{(1)}(\lambda r_1) U_{-m}^{(1)}(-\lambda r_2) + \\ + \sum_{m=-\infty}^{\infty} U_{m+1}^{(2)}(\lambda r_1) U_{-m+2}^{(2)}(-\lambda r_2). \tag{23}$$

Формула (22) допускает обобщение на случай произвольного индекса ν:

$$U_\nu^{(1)}(\lambda R) e^{i\nu\psi} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} U_m^{(1)}(\lambda r_1) U_{\nu-m}^{(1)}(-\lambda r_2) e^{im\theta} + \\ + \sum_{m=-\infty}^{\infty} U_{m+1}^{(2)}(\lambda r_1) U_{\nu-m+2}^{(2)}(-\lambda r_2) e^{i\theta(m-1/2)}, \tag{24}$$

где ψ должно удовлетворять соотношениям: $R\cos\psi = r_1\cos\theta - r_2$; $R\sin\psi = r_1\sin\theta$ или $e^{i\psi} = (r_1 e^{i\theta} - r_2)/R$.

§ 5. Имеют место также дифференциальные рекуррентные соотношения.

В заключение выражаю искреннюю благодарность руководителю настоящей работы М. К. Фаге за ценные указания и помощь, оказанную мне в процессе выполнения работы.

Черновицкий
государственный университет

Поступило
29 X 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Э. Л. Айнс, Обыкновенные дифференциальные уравнения, Харьков, 1939. [2] В. И. Смирнов, Курс высшей математики, 3, ч. 2, М., 1953. [3] М. К. Фаге, ДАН, 95, № 4, 721 (1954). [4] М. К. Фаге, ДАН, 99, № 6, 909 (1954).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

ГИДРОМЕХАНИКА

В. П. КОРОБЕЙНИКОВ

О РАСПРОСТРАНЕНИИ СИЛЬНОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ВЗРЫВНОЙ ВОЛНЫ В ТЕПЛОПРОВОДНОМ ГАЗЕ*

(Представлено академиком Л. И. Седовым 26 X 1956)

Настоящая заметка посвящена автомодельной задаче о сильном точечном взрыве в совершенном газе с учетом теплопроводности. В соответствии с постановкой задачи о точечном взрыве ([1]), считаем, что в момент времени $t = 0$ в покоящемся газе в точке мгновенно выделилась большая, но конечная энергия E_0, т. е. произошел взрыв. Вследствие этого по газу распространяется сферическая ударная волна. Плотность покоящегося газа ρ_1. Начальным давлением газа p_1 пренебрегаем.

Автомодельная задача о сильном взрыве с учетом теплопроводности при цилиндрической симметрии исследована И. О. Бежаевым ([2]). Известно также ([1,3]), что для сохранения автомодельности задачи в сферическом случае следует принять следующую зависимость коэффициента теплопроводности от температуры: $\varkappa = \bar{\varkappa}_1 T^{1/2}$ ($\bar{\varkappa}_1$ — некоторая постоянная).

1. Исходную систему уравнений газовой динамики для рассматриваемой задачи мы взяли в виде

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial r}\right) + R\frac{\partial(\rho T)}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial r} + \frac{2\rho u}{r} = 0,$$
$$\bar{\varkappa}_1 T^{1/2}\frac{\partial T}{\partial r} - R\rho T u + \left(\frac{2}{5}\frac{r}{t} - u\right)\left(\frac{\rho u^2}{2} + R\frac{\rho T}{\gamma - 1}\right) = 0, \tag{1}$$

где u — скорость; R — газовая постоянная; r — расстояние от центра симметрии; γ — показатель адиабаты Пуассона. В системе (1) первое уравнение — уравнение импульсов, второе уравнение — уравнение неразрывности и третье уравнение есть интеграл энергии, найденный Г. М. Бам-Зеликовичем ([3]) и взятый вместо уравнения притока тепла.

Граничными условиями задачи являются: условие в центре взрыва

$$u(0, t) = 0 \tag{2}$$

и условия на ударной волне:

$$\rho_2(c - u_2) = \rho_1 c, \quad u_2(c - u_2) - RT_2 = 0,$$
$$\rho_2(c - u_2)\left(\frac{u_2^2}{2} + R\frac{\rho_2 T_2}{\gamma - 1}\right) - R\rho_2 T_2 u_2 + \varkappa_2\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_2 = 0, \tag{3}$$

где c — скорость ударной волны, индекс 2 относится к величинам непосредственно за фронтом ударной волны.

В (1) и (3) давление исключено с помощью уравнения состояния $p = R\rho T$ и учтено, что $u_1 = 0$, $p_1 = 0$, $T_1 = 0$. Вследствие закона

* Доложено на семинаре по гидромеханике в Московском государственном университете в ноябре 1955 г.

охранения энергии для искомых функций также должно выполняться оотношение

$$E_0 = 4\pi \int_0^{r_2} \left(\frac{\rho u^2}{2} + \frac{R\rho T}{\gamma - 1} \right) r^2 dr. \tag{4}$$

Для радиуса и скорости ударной волны имеем зависимости [1]

$$r_2 = \lambda^* \left(\frac{\alpha E_0}{\rho_1} \right)^{1/5} t^{2/5}, \quad c = \frac{2}{5} \frac{r_2}{t}, \tag{5}$$

де λ^* — значение r/r_2 на качке; α — безразмерная постоянная, которая будет в альнейшем определена.

2. Введем безразмерные еременные f, g, θ, λ по формулам

$$u = \frac{2c}{\gamma + 1} f(\lambda),$$

$$\rho = \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \rho_1 g(\lambda),$$

$$T = \frac{2c^2}{R} \frac{\gamma - 1}{(\gamma + 1)^2} \theta(\lambda),$$

$$\lambda = r/r_2.$$

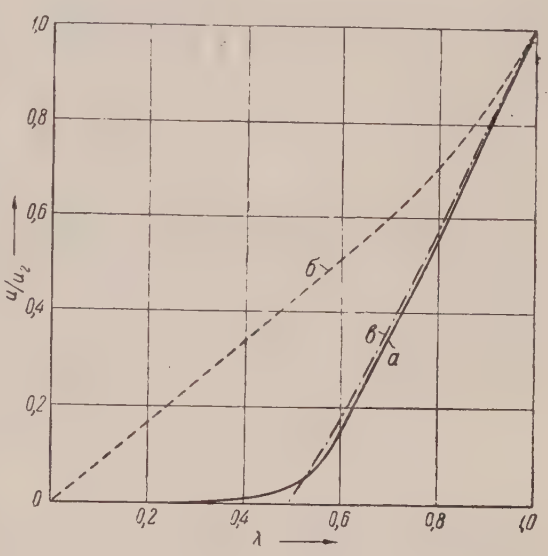


Рис. 1

В силу автомодельности адачи система (1) эквивалентна следующей системе обыкновенных дифференциальных равнений для безразмерных ункций f, g, θ:

$$\left(f - \frac{\gamma + 1}{2} \lambda \right) f' - \frac{3(\gamma + 1)}{4} f + \frac{\gamma - 1}{2g} (g\theta)' = 0,$$

$$\left(f - \frac{\gamma + 1}{2} \lambda \right) g' + g \left(f' + \frac{2f}{\lambda} \right) = 0, \tag{6}$$

$$A\theta^{1/5}\theta' - \frac{12(\gamma - 1)}{\gamma + 1} g\theta f + 6g \left(\lambda - \frac{2}{\gamma + 1} f \right) (f^2 + \theta) = 0,$$

де A — безразмерная постоянная:

$$A = \frac{6 \cdot 2^{1/5} (\gamma - 1)^{13/5} (\gamma + 1)^{-4/5} \sqrt{\varkappa_1}}{R^{7/5} (0{,}4\rho_1)^{2/5} (\alpha E_0)^{1/5} (\lambda^*)^{6/5}}.$$

К безразмерным переменным можно преобразовать также граничные словия (2), (3) и соотношение (4):

$$g_2 \left(1 - \frac{2f_2}{\gamma + 1} \right) = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}, \quad f_2 \left(1 - \frac{2f_2}{\gamma + 1} \right) = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \theta_2,$$

$$A\theta_2^{1/5}\theta_2' - \frac{12(\gamma - 1)}{\gamma + 1} \theta_2 g_2 f_2 + 6g_2 \left(1 - \frac{2f_2}{\gamma + 1} \right) (f_2^2 + \theta_2) = 0, \tag{7}$$

$$f(0) = 0,$$

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{8\pi (0{,}4)^2 (\lambda^*)^5}{(\gamma + 1)(\gamma - 1)} \int_0^{\lambda^*} g (f^2 + \theta) \lambda^2 d\lambda. \tag{8}$$

Если принять $\lambda^* = 1$, то после того, как функции $f(\lambda)$, $g(\lambda)$, $\theta(\lambda)$ будут айдены, величина α определится из формулы (8). Таким образом в безразерных переменных задача сводится к интегрированию системы (6) с граичными условиями (7) при $\lambda = 1$ и $\lambda = 0$.

3. Из предыдущего следует, что система уравнений (6) и граничные ус ловия (7) зависят параметрически от безразмерных постоянных γ и A.

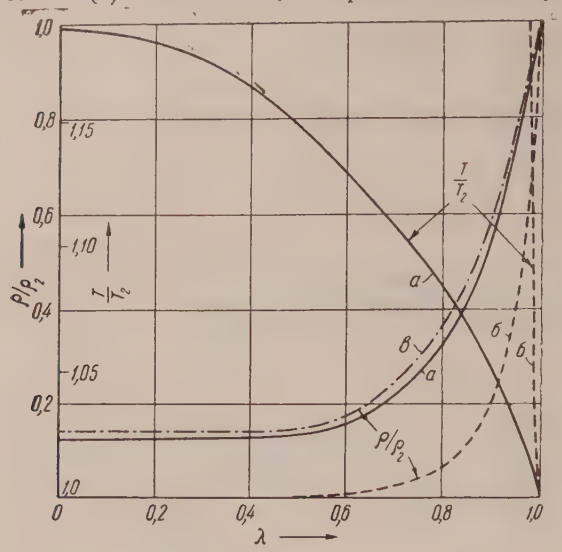


Рис. 2

В качестве примера нами было проведено (4) численное решение задачи для $\gamma = 1,4$ и $A = 1,048$. Указанное значение коэффициента A соответствует при нормальных условиях взрыва в воздухе коэффициенту теплопроводности во много раз большему коэффициента обычной молекулярной теплопроводности воздуха. Таким образом, мы считаем, что теплообмен между частицами газа более интенсивен, чем теплообмен, обусловленный молекулярной теплопроводностью.

Так как в центре симметрии система (6) имеет особенность, то для расчета характеристик вблизи центра были использованы асимптотические формулы

$$f = 1{,}44\,\delta_0^{-1/6}\,\frac{\alpha_0}{A}\lambda^3, \quad g = \alpha_0 + 3\,\delta_0^{-1/6}\,\frac{\alpha_0^2}{A}\lambda^2, \quad \theta = \delta_0 - 3\,\delta_0^{5/6}\,\frac{\alpha_0}{A}\lambda^2,$$

где $\alpha_0 = g(0)$, $\delta_0 = \theta(0)$.

На фронте ударной волны и в центре взрыва были получены следующие численные значения:

$f(1) = 0{,}730$, $g(1) = 0{,}425$, $\theta(1) = 1{,}716$, $f(0) = 0$, $g(0) = 0{,}052$, $\theta(0) = 2{,}040$.

Для величины α было найдено значение $\alpha = 1{,}999$. Результаты решения задачи представлены в виде графиков зависимости функций u/u_2, T/T_2, ρ/ρ_2, p/p_2 от λ (см. рис. 1, 2, и 3, кривые *а*). Для сравнения здесь же приведены соответствующие графики, полученные при решении задачи в предположении адиабатичности течения (1) (кривые *б*) и «изотермичности» течения (5) (кривые *в*).

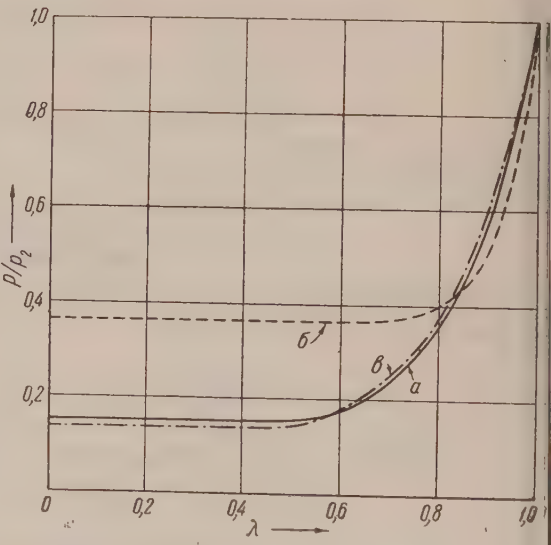


Рис. 3

4. Полученное решение представляет собой новую модель описания первоначальной стадии развития сильного взрыва. Газ, приведенный в движение ударной волной, движется в направлении от центра и заключен внутри сферы, радиус которой увеличивается с течением времени по закону (5).

Температура в центре взрыва конечна и монотонно убывает с ростом от максимума в центре до минимального значения на ударной волне. Градиент температуры в центре взрыва равен нулю и имеет наибольшее по мо

ию значение на ударной волне. Для величин $E_0 = 8{,}5 \cdot 10^{20}$ эрг, $\rho_1 =$ $0{,}00125$ г/см^3 и момента времени $t = 0{,}001$ сек. имеем $T(r_2, t) = 2{,}38 \cdot 10^5$ °K, $(0, t) = 2{,}83 \cdot 10^5$ °K. Эти результаты дают представление о температурах области течения при больших энергиях взрыва.

Скорости частиц вблизи центра малы. При $r < 0{,}5\, r_2$ частицы газа лизки к состоянию покоя. Распределение давлений качественно остается ким же, как и в случае адиабатической и «изотермической» моделитече- ия.

В заключение благодарю Л. И. Седова за руководство при выполнении аботы. Автор признателен Н. С. Бурновой и Е. В. Рязанову за ряд по- езных замечаний.

Математический институт
им. В. А. Стеклова
Академии наук СССР

Поступило
16 X 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Л. И. Седов, Методы подобия и размерности в механике, М., 1954. [2] И. О. Бс- ае в, Теоретическая гидромеханика, Сборн. № 11, в. 3, под. ред. Л. И. Седова, 1953. Г. М. Бам-Зеликович, Теоретическая гидромеханика, Сборн. № 4, под. ред. И. Седова, 1949. [4] В. П. Коробейников, Кандидатская диссертация, Матем. ст. им. В. А. Стеклова АН СССР, М., 1956. [5] В. П. Коробейников, ДАН, 109, 2 (1956).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

ГИДРОМЕХАНИК

Э. ЛАРИШ и И. ШЕХТМАН

О ВВЕДЕНИИ ИЗЛУЧЕНИЯ В ЗАДАЧИ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ

(Представлено академиком Л. И. Седовым 26 XII 1956)

В большинстве работ при решении газодинамических задач не учитывалось влияние излучения. При этом авторы ссылались либо на то, что при существующей плотности температура слишком низка, либо исключительным усложнением уравнений движения. Ниже будет показано, что неучет влияния излучение приводит часто к большим неточностям.

Целью настоящей работы является изложение очень простого метода, позволяющего учитывать влияние излучения без какого-нибудь изменения уравнений адиабатических движений.

Как известно, излучение при термодинамическом равновесии можно рассматривать как идеальный газ с показателем адиабаты $\varkappa = {}^4/_3$. Термодинамические уравнения идеального газа с находящимся с ним в равновесии излучением имеют вид:

$$E = \frac{1}{\varkappa - 1}\frac{p_м}{\rho} + \frac{1}{{}^4/_3 - 1}\frac{p_и}{\rho}; \tag{1}$$

$$S = \frac{R}{\varkappa - 1}\ln\frac{T}{\rho^{\varkappa-1}} + \frac{4a}{3}\left(\frac{T}{\rho^{\frac{1}{3}}}\right)^3; \tag{1}$$

$$p_м = \rho RT, \qquad p_и = \frac{a}{3}T^4; \tag{1}$$

$$p = p_м + p_и. \tag{1}$$

Здесь R — газовая постоянная; a — постоянная плотности излучения; $p_м$ — молекулярное давление; $p_и$ — давление излучения; $\varkappa$ — показатель адиабаты газа; E — внутренняя энергия единицы массы; S — энтропия единицы массы.

Эти уравнения сильно упрощаются в двух случаях:

1) $\varkappa = {}^4/_3$;

2) давление излучения может быть аппроксимировано формулой

$$p_и = (\varkappa - 1)\,\bar{a}T^{\frac{\varkappa}{\varkappa-1}}, \tag{2}$$

т. е. когда показатели адиабаты для газа и для излучения равны между собой. В каждом из этих случаев можно написать:

$$E = \frac{1}{\varkappa - 1}\frac{p}{\rho}, \tag{3}$$

$$S = f\left[\frac{p}{\rho^{\varkappa}}\right], \tag{3}$$

$$p = \rho RT + (\varkappa - 1)\,\bar{a}T^{\frac{\varkappa}{\varkappa-1}}, \tag{3}$$

так как давление может быть представлено в виде

$$\frac{p}{R\rho^{\varkappa}} = \frac{T}{\rho^{\varkappa-1}}\left[1 + (\varkappa - 1)\,\frac{\bar{a}}{R}\left(\frac{T}{\rho^{\varkappa-1}}\right)^{\frac{1}{\varkappa-1}}\right]. \tag{4}$$

Вид функции $f\left[\frac{p}{\rho^{\varkappa}}\right]$ можно получить, решив последнее уравнение, но он для дальнейшего несущественен.

Из формул (3) видно, что в предположениях 1) или 2) уравнения адиабатического движения идеального газа и граничные условия для них, не изменяются при введении излучения. Таким образом, решения p, ρ и v (скорость) имеют такой же вид, как в случае, когда пренебрегают излучением. Разница появляется в значениях температур, но именно значения температур важны для различных применений; их нужно вычислять по формуле (3в). При этом задача без учета излучения автомодельна, а распределение температур вообще автомодельностью не обладает из-за появления новой размерной постоянной a.

При $\varkappa = 4/3$ излучение совсем не влияет на механические параметры. Поэтому можно надеяться получить довольно хорошее приближенное решение даже при $\varkappa \neq 4/3$ и в случае, если уравнение (2) не выполняется с достаточной точностью, пользуясь при этом уравнениями состояния (1в) и (1г).

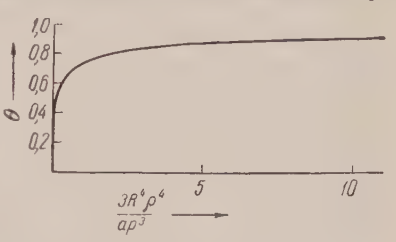


Рис. 1

Сказанное во вступлении этим доказано.

Применим эти общие соображения к очень интересному и актуальному случаю, в котором точные решения газодинамических уравнений известны, именно к задаче о сильном взрыве.

Задача эта была решена Л. И. Седовым [1] при некоторых упрощениях. Именно, он предполагал, что: 1) взрыв является довольно сильным, так что энергией невозмущенного газа можно пренебречь; 2) перенос энергии чисто макроскопический; 3) световое давление несущественно, так что газ, являясь идеальным, подчиняется уравнению Клапейрона. В такой постановке задача является автомодельной, и Л. И. Седову удалось найти ее решение в аналитическом виде.

Из-за больших температур, развиваемых при сильных взрывах, однако, световое давление должно играть большую роль в начальном этапе распространения ударной волны. Кроме того, как видно из решений Л. И. Седова, плотность становится очень малой внутри сферы с радиусом, равным приблизительно половине радиуса ударной волны. Применение уравнения Клапейрона к такому разреженному газу должно привести к большим неточностям. В частности, это приводит к тому, что в центральной зоне температура получается все время очень высокой по сравнению с температурой позади волны, в центре даже бесконечной.

Из предыдущего следует, что решения для p, ρ и v, найденные Л. И. Седовым, остаются справедливыми и в присутствии излучения. Ниже показано, как изменяется распределение температур.

Вместо температуры введем безразмерную переменную по формуле

$$T = \frac{p}{R\rho}\theta. \tag{5}$$

Уравнение состояния (1г) принимает вид

$$1 = \theta + \frac{a}{3R^4}\frac{p^3}{\rho^4}\theta^4. \tag{6}$$

Решение этого алгебраического уравнения

$$\theta = \theta\left[\frac{3R^4}{a}\cdot\frac{\rho^4}{p^3}\right] \tag{7}$$

представлено на рис. 1. Как видно, распределение температур определяется дополнительной размерной постоянной R^4/a и автомодельностью не обладает.

В качестве двух безразмерных переменных, от которых зависит θ, возьмем переменную λ, введенную Л. И. Седовым:

$$\lambda = \frac{E}{\rho_1}\frac{t^2}{r^{\nu+2}} \qquad (8)$$

и переменную

$$\mu = \frac{3R^4\rho_1}{a}\frac{t^6}{r^6}. \qquad (9)$$

Уравнение (7) может быть написано в виде

$$\theta = \theta\left[\frac{(\varkappa+1)^7(\nu+2)^6}{2^9(\varkappa-1)^4}\mu^*\frac{(\rho/\rho^*)^4}{(p/p^*)^3}\right], \qquad (10)$$

Здесь $\nu = 3$ для сферической волны, $\nu = 2$ для цилиндрической волны и $\nu = 1$ для плоской волны; звездочка показывает, что значение данной величины берется на ударной волне.

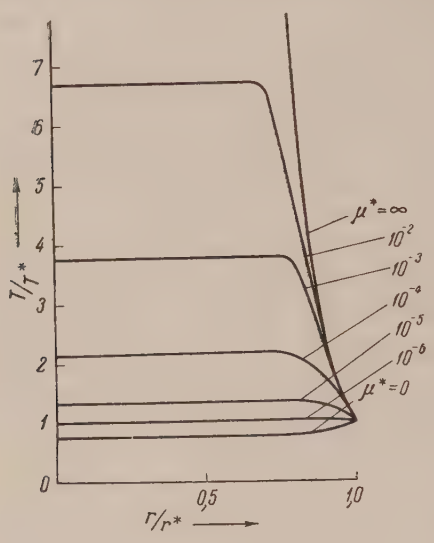


Рис. 2

Можно составить отношение

$$\frac{T}{T^*} = \frac{\left(\frac{p}{p^*}\right)\theta\left[\frac{(\varkappa+1)^7(\nu+2)^6}{2^9(\varkappa-1)^4}\mu^*\frac{\left(\frac{\rho}{\rho^*}\right)^4}{\left(\frac{p}{p^*}\right)^3}\right]}{\theta\left[\frac{(\varkappa+1)^7(\nu+2)^6}{2^9(\varkappa-1)^4}\mu^*\right]}. \qquad (11)$$

На рис. 2, кривые, определенные формулой (11), сопоставлены для $\nu = 3$ и $\varkappa = 1{,}4$ с кривой из книги ([2]) Л. И. Седова. При этом для расчетов использовались формулы и таблицы из этой книги. Как можно было ожидать, кривые (11) приближаются к кривой Л. И. Седова при $\mu^* \to \infty$, т. е. после довольно большого промежутка времени после взрыва. В центре температура всегда конечна и падает со временем по закону

$$T(0,\ t) = k_3\left[\frac{3(\varkappa+1)^7(\nu+2)^6}{2^9}\frac{\rho_1}{a}\right]^{1/4}\left(\frac{E}{\rho_1}\right)^{1/2(\nu+2)}t^{-\nu/2(\nu+2)} \qquad (12)$$

(k_3 взято из ([2])).

Заметим еще, что на начальном этапе мгновенное отношение T/T^* получается почти постоянным по радиусу, так что, по-видимому, теплопроводность большой роли не играет. По этому поводу вспомним недавно появившуюся работу ([3]), где задача о взрыве решается для газа, подчиняющегося уравнению Клапейрона и имеющего бесконечную теплопроводность в возмущенной зоне.

Институт прикладной механики и
Институт атомной физики
Академии Румынской Народной Республики
Бухарест

Поступило
12 XII 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Л. И. Седов, ДАН, **42**, № 1 (1946). [2] Л. И. Седов, Методы подобия и размерности в механике, М., 1954. [3] О. С. Рыжов, Г. И. Таганов, Прикл. матем. и мех. **20**, в. 4 (1956).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

АСТРОНОМИЯ

Г. А. ГУРЗАДЯН

О СТРУКТУРЕ ПЛАНЕТАРНЫХ ТУМАННОСТЕЙ

(Представлено академиком В. А. Амбарцумяном 19 XII 1956)

Среди планетарных туманностей, как известно, некоторые имеют две онцентрические оболочки вокруг ядра. В ([1], [2]) было показано, что такие двухоболочечные» туманности не могут быть результатом двухкратного ыброса газовой материи из центральных звезд. Вторая оболочка появяется в результате отрыва от основной, «одинарной» оболочки некоторой асти газовой массы при некотором «среднем» возрасте туманности. До того момента ядро окружено только одной оболочкой. Туманности с одой оболочкой были названы «планетовидными». Дальнейшая эволюция дет в сторону увеличения размеров туманности, в результате чего вторая наружная) оболочка, сильно ослабевая, становится совершенно невидимой, основная (внутренняя) оболочка принимает вид кольца; так возникают кольцеобразные» планетарные туманности.

Приведенная последовательность развития планетарных туманностей планетовидная → двухоболочная → кольцеобразная) была выведена осле тщательного анализа материалов, полученных разными наблюдателями, и не предназначавшихся для такой цели. При этом стало очевидным, что возможность наблюдения второй оболочки у той или другой туманности иногда зависит от экспозиции. Поэтому желательно располагать бедительным доказательством существования типичных «планетовидных» уманностей, что имеет существенное значение для динамики планетарных уманностей. С этой целью, а также для разрешения ряда других вопросов, вязанных с развитием и образованием туманностей, нами была получена ерия снимков планетарных туманностей с помощью 700-миллиметрового енискового телескопа Абастуманской астрофизической обсерватории (перый фокус 2100 мм, второй — 10500 мм).

Нами была снята на пластинке панхром (Agfa Astro Platten) с 2-часовой экспозицией планетарная туманность NGC 2371-2. На рисунке той туманности, опубликованном Кэртисом ([3]), на некотором расстоянии т основной оболочки заметны остатки второй оболочки. Они видны также а снимке, полученном нами. Размеры центральной части этой двухоболочой туманности равны $54'' \times 41''$, диаметр второй оболочки $2'$. Общая труктура центральной части напоминает зетобразные туманности ([2], [4]).

Чтобы доказать реальность существования «планетовидной», т. е. одноболочной туманности, достаточно сфотографировать при одинаковых словиях другую, планетовидную туманность, поверхностная яркость которой порядка поверхностной яркости упомянутой двухоболочечной туманности NGC 2371-2. Если при этом у исследуемой туманности не окажется второй оболочки, то это послужит доказательством того, что она самом деле является «планетовидной». Мерилом же поверхностной яркости может служить так называемая относительная экспозиция (RE), еличины которой были определены Кэртисом для ряда туманностей. Например, RE для NGC 2371-2 равна 15.

С целью достижения большей эффективности и убедительности лучше

подобрать такую туманность, поверхностная яркость или RE которо значительно, на 1 — 2 порядка, больше, чем RE для NGC 2371-2 Ясно, что при таких условиях вторая оболочка у исследуемой туманности если она в самом деле существует, не сможет не выявиться, поскольку по рядок отношений яркостей, а следовательно, и масс обеих оболочек, ка известно, для всех туманностей постоянен (1).

Для проверки этого предположения были сфотографированы планетар ные туманности NGC 6572 и NGC 3568 с 1-часовой экспозицией. RE для ни равны соответственно 0,1 и 0,2, т. е. примерно в сто раз меньше, чем R для NGC 2371-2. Это значит, что центральные части указанных двух туман ностей были сильно передержаны. Несмотря на это, никаких приз наков существования второй оболочки вокруг NGC 6572 и NGC 356 не обнаружено. Поскольку продолжительность экспозиции для всех тре туманностей была одинакова по порядку величины, то отсутствие второй обо лочки вокруг NGC 6572 и NGC 3568 следует считать реальным и не завися шим от условий экспозиции. Это и мы считаем убедительным доказатель ством существования «планетовидных» туманностей.

Биполярная структура многих планетарных туманностей, а также на личие у некоторых из них причудливых образований, вроде улиток, спира лей, ярких дуг и т. п., создают такое впечатление, как будто основна структура этих туманностей во всяком случае непространственна, т. е. ком планарна. Ввиду важности этого вопроса с точки зрения понимания меха низма образования и формирования планетарных туманностей, а такж природы их ядер, необходимо каким-либо образом выяснить реальност этого допущения для указанных аномальных типов объектов.

В качестве примера мы взяли известную улиткообразную туманност NGC 6543, основная форма которой, судя по снимку (вернее, рисунку Кэртиса, представлена одной очень яркой и очень характерной улиткой что само по себе говорит о компланарной структуре этой туманности. Од нако на наших снимках, полученных с постепенно возрастающими экспо зициями, был заметен постепенный переход туманности от спиральной структуры (при коротких экспозициях) к сферически-пространственно (при длинных экспозициях). Таким образом, в приведенном случае мы име ем сочетание пространственной (основной) структуры планетарной тума ности с компланарной (второстепенной) структурой некоторых ярко вы раженных ее деталей.

Более интересным объектом в этом отношении является биполярна туманность NGC 7026. На наших нормальных снимках, полученных в втором фокусе 700-миллиметрового телескопа, она представляется состоя щей из двух сгустков, в середине между которыми расположено ядро (он из-за малой яркости на негативе не вышло). Судя только по этим снимкам нельзя сказать, что NGC 7026 имеет пространственную сферическую стру туру. Однако на другом снимке полученном в первом фокусе упомянуто телескопа при относительно большой экспозиции, эта туманность предста ляется состоящей из сплошной массы эллипсоидальной (или почти прям угольной) формы, что свидетельствует о ее пространственной структур

Кстати, на снимке Паломарского атласа эта туманность также вышла в виде сплошного прямоугольника. Любопытно отметить, что NGC 702 на этом снимке похожа на планетарную туманность NGC 650-1 на передер жанном снимке, а последняя при коротких экспозициях напоминает бип лярную туманность, в частности, NGC 7026. Это значит, между прочи что обе туманности имеют одинаковую структуру, хотя и находятся на ра ных стадиях развития. Последнее утверждение опирается на тот факт, ч NGC 650-1 является двухоболочечной туманностью, в то время, как в круг NGC 7026, по-видимому, нет признаков второй оболочки.

Из приведенных немногочисленных, но характерных примеров можн сделать следующие предварительные выводы. Пространственн сферическая структура является основной и н

временной особенностью формы всех планетарных туманностей. Это значит, с другой стороны, что выброс или отделение газовой материи происходит от всей поверхности центрального объекта (ядра), хотя существуют отдельные локальные области (полюсы), где этот выброс или отделение происходят особенно интенсивно. Все улитки, дуги, спирали являются второстепенными деталями, хотя в некоторых случаях они дают большую долю излучения туманности. Это может показаться несколько парадоксальным, но вспомним, что спорадическое радиоизлучение Солнца, хотя и значительно превышает по своей интенсивности спокойное радиоизлучение Солнца, имеет исключительно локальное происхождение. Если мы попытались бы получить некоторое представление об основной форме Солнца, исходя только из данных спорадического радиоизлучения, то вряд ли мы пришли бы к представлению о правильном диске и притом столь большого размера.

Своим существованием эти детали, по всей вероятности, обязаны нестационарным явлениям, протекающим в ядрах туманностей. На это указывает, в частности, тот факт, что в большинстве случаев они обнаруживают видимую связь с ядрами. Эти соображения, а также ряд других, связанных, в частности, с небольшим возрастом планетарных туманностей, наводят на мысль, что не только сами планетарные туманности, но и их ядра являются нестационарными объектами. Возможно, что факт существования туманных оболочек вокруг этих высокотемпературных звезд должен указывать на то, что и само ядро является лишь недавно возникшим объектом. Возможно также, что туманность является просто остатком звездообразовательного процесса и что само явление звездообразования связано с необходимостью освобождения материи, которая оказалась «лишней» в этом процессе. В связи с этим следует указать, что в случае объектов типа Хербига — Харо мы являемся свидетелями одновременного образования звезды и туманности, и здесь также, по всей вероятности, туманности возникают за счет лишней массы «новорожденных» звезд. Разница только в масштабах: в случаях, когда остаточная масса невелика, она быстро рассеивается в пространстве и не может образовать «нормальную» — в нашем понимании — туманность.

Последние рассуждения нуждаются в разработке и обосновании. Но и сейчас ясно, что существование структурных деталей туманностей трудно будет объяснить в отрыве от процессов нестационарного характера, идущих в их центральных звездах — ядрах.

Пользуюсь случаем выразить глубокую благодарность проф. Е. К. Харадзе за предоставление необходимых снимков туманностей, а также Н. А. Размадзе и Э. С. Парсамян за помощь при наблюдениях.

Бюраканская астрофизическая обсерватория
Академии наук АрмССР

Поступило
15 XII 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Г. А. Гурзадян, Астр. журн., **30**, 383 (1953). [2] Г. А. Гурзадян, Вопросы динамики планетарных туманностей, Ереван, 1954. [3] H. Curtis, Publ. Lick Obs., **13**, (1917). [4] Г. А. Гурзадян, Астр. журн., **30**, 593 (1953).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

ФИЗИКА

И. Б. БЕРСУКЕР

К ТЕОРЕМЕ О СУММЕ СИЛ ОСЦИЛЛЯТОРОВ ДЛЯ ЩЕЛОЧНЫХ МЕТАЛЛОВ

(Представлено академиком В. А. Фоком 12 XII 1956)

В работе В. А. Фока (1) показано, что для системы с одним оптическим электроном вне замкнутой оболочки (типа атома щелочного металла) сумма сил осцилляторов для наблюдаемых на опыте переходов электрона должна быть больше единицы, так как в нее не входят неосуществимые на практике (но участвующие в теореме о суммах) отрицательные силы осцилляторов для переходов во внутренние занятые состояния остова. Кроме того, некоторую малую поправку g вносит учет оператора обменной энергии в уравнении валентного электрона. Таким образом, сумма измеряемых на опыте сил осцилляторов

$$\sum_{n',l'}{}' f_{nl}^{n'l'} = 1 - \sum_{n_i l'} f_{nl}^{n_i l'} + g, \tag{1}$$

где $f^{n_i l'}$ — силы осцилляторов для чисто теоретических переходов во внутренние состояния остова, а штрих у суммы в левой части уравнения означает, что из нее исключены эти переходы.

Расчеты по формуле (1) дали для Na

$$\sum_{n'}{}' f_{30}^{n'2} = 1 - f_{30}^{21} + g \quad (f_{30}^{21} = -0{,}037, \quad g = -0{,}006),$$

что соответствует имевшимся ранее экспериментальным данным.

Новые, более точные данные по измерению сил осцилляторов в щелочных металлах, полученные методом дисперсии (2–4), дают, однако, для Na $\sum_{n'} f_{30}^{n'1} = 1{,}26$, что не согласуется с вычислениями по формуле (1).

С другой стороны, автором настоящей статьи показано (5), что в системах определенного вида, к которому относятся и щелочные металлы, для переходов оптического электрона под влиянием возмущения электромагнитной волны должна быть внесена поправка в само выражение для вероятности перехода и, следовательно, для силы осциллятора. Действительно, обычная формула для вероятности дипольного перехода выведена в предположении, что возмущением оптического электрона в поле $\vec{\mathcal{E}}$ световой волны служит выражение

$$W = -(\vec{\mathcal{E}}, \mathbf{D}) = e(\vec{\mathcal{E}}, \mathbf{r}). \tag{2}$$

Однако в уравнении валентного электрона щелочного атома

$$[\hat{H}(\mathbf{r}) + V(\mathbf{r})]\psi - \hat{A}\psi = E\psi \tag{3}$$

в поле световой волны, помимо появления возмущения W, изменяются также потенциал экранировки $V(\mathbf{r})$ и оператор обмена $\hat{A}$ вследствие деформации «ψ-облака» внутренних электронов. Пренебрежение влиянием этих изменений на переход оптического электрона, по нашему мнению, необоснованно.

Учет влияния остова на переходы оптического электрона под влиянием возмущения электромагнитной волны можно проводить, как показано в работе, путем введения дополнительного периодического возмущения W' в виде потенциальной энергии оптического электрона в поле безынерционно поляризованного полем волны остова. Для случая щелочных и им подобных атомов дополнительное возмущение представляется целесообразным выбрать следующим образом:

$$W' = \begin{cases} \dfrac{e(\mathbf{P}, \mathbf{r})}{r_0^3}, & r \leqslant r_0, \\ \dfrac{e(\mathbf{P}, \mathbf{r})}{r^3}, & r \geqslant r_0, \end{cases} \tag{4}$$

где r_0 — радиус остова; $\mathbf{P} = 2\vec{\mathscr{E}}$ — дипольный момент остова; α — его поляризуемость. (4) соответствует полю равномерно поляризованного диэлектрического шара (считается, что длина волны много больше размеров системы).

Полное возмущение оптического электрона в поле световой волны

$$W + W' = e(\vec{\mathscr{E}}, \mathbf{r} + \vec{\chi}), \tag{5}$$

где

$$\vec{\chi} = \begin{cases} \dfrac{\alpha}{r_0^3}\mathbf{r}, & r \leqslant r_0; \\ \alpha\dfrac{\mathbf{r}}{r^3}, & r \geqslant r_0. \end{cases} \tag{6}$$

В соответствии с (5) в выражении вероятности перехода матрировать нужно не только радиус-вектор, а и сумму $\mathbf{r} + \vec{\chi}$, и выражение для силы осциллятора приобретает вид:

$$f_{nl}^{n'l'} = \frac{1}{3g_{nl}} \frac{Q_{nln'l'}}{4l^2_{\max} - 1} (E_{n'l'} - E_{nl}) \left[\int_0^\infty (r + \chi) f_{nl}(r) f_{n'l'}(r)\, dr\right]^2. \tag{7}$$

Здесь g_{nl} — статистический вес исходного состояния: $l_{\max}$ — наибольшее из l, l'; $Q_{nln'l'}$ — постоянная, суммированная по различным состояниям исходного и конечного уровней.

Суммируя выражение (7) при помощи развернутого уравнения Шредингера для радиальной части волновой функции валентного электрона, а также используя разложение $(r + \chi) f_{nl} = \sum_{n'} c_{n'} f_{n'l'}$ и все другие преобразования, обычно используемые при выводе теоремы о сумме сил осцилляторов, придем к выражениям:

$$\sum_{n'} f_{nl}^{n'l+1} = \frac{(2l+3)(l+1)}{3(2l+1)} \left[1 + \left(2\frac{\alpha}{r_0^3} + \frac{\alpha^2}{r_0^6}\right) \int_0^{r_0} [f_{nl}(r)]^2\, dr - \right.$$

$$- \frac{4\alpha l}{2l+3} \int_{r_0}^\infty [f_{nl}(r)]^2 \frac{dr}{r^3} + 2\alpha^2 \frac{l+3}{2l+3} \left. \int_{r_0}^\infty [f_{nl}(r)]^2 \frac{dr}{r^6}\right] + g'_{l,l+1},$$

$$\sum_{n'} f_{nl}^{n'l-1} = \frac{(1-2l)\,l}{3(2l+1)} \left[1 + \left(2\frac{\alpha}{r_0^3} + \frac{\alpha^2}{r_0^6}\right) \int_0^{r_0} [f_{nl}(r)]^2\, dr + \right. \tag{8}$$

$$\left. + 4\alpha \frac{l+1}{2l-1} \int_{r_0}^\infty [f_{nl}(r)] \frac{dr}{r^3} - 2\alpha^2 \frac{2-l}{2l-1} \int_{r_0}^\infty [f_{nl}(r)]^2 \frac{dr}{r^6}\right] + g'_{l,\,l-1},$$

где через g' обозначена обменная поправка с учетом дополнительного возмущения.

Для главных серий щелочных металлов и им подобных атомов $l = 0$ и

$$\sum_{n'} f_{n0}^{n'1} = 1 + \left(2\frac{\alpha}{r_0^3} + \frac{\alpha^2}{r_0^6}\right)\int_0^{r_0} [f_{nl}(r)]^2 dr + 2\alpha^2 \int_{r_0}^{\infty} [f_{nl}(r)]^2 \frac{dr}{r^6} + g', \qquad (9)$$

откуда для суммы сил осцилляторов только наблюдаемых на опыте переходов получаем

$$\sum_{n'}{}' f_{n0}^{n'1} = 1 + \left(2\frac{\alpha}{r_0^3} + \frac{\alpha^2}{r_0^6}\right)\int_0^{r_0} [f_{nl}(r)]^2 dr + 2\alpha^2 \int_{r_0}^{\infty} [f_{nl}(r)]^2 \frac{dr}{r^6} - \sum_{n_i < n} f_{n0}^{n_i 1} + g'. \qquad (10)$$

Вычисления по формуле (10) для Na, K, Ca^+ с использованием табличных волновых функций для оптического и внутренних электронов по работам ([6-9]) приведены в табл. 1. Там же для сравнения приведены результаты вычислений по формуле (1) и экспериментальные данные (где они имеются). В качестве α была взята поляризуемость соответствующего иона. Радиус остова r_0 выбирался как среднее значение радиуса самой внешней из внутренних орбит. Обменная поправка, которая для систем рассматриваемого типа очень мала ([1]), для K и Ca^+ не учитывалась, а для Na была взята без учета дополнительного возмущения (по данным работы ([1])).

Таблица 1

Атом	$\sum_{n'} f_{n'}^{n'1}$		
	по формуле (1)	по формуле (10)	эксперимент
Na	1,031	1,248	1,26
K	1,135	1,269	—
Ca^+	1,187	1,453	—
Cs	—	—	1,21

Из табл. 1 видно, что расхождение между результатами данной работы и экспериментом для Na менее 1%. Это может служить подтверждением нашего положения, что для вынужденных переходов в щелочных металлах и им подобных атомах атомной характеристикой «сила осциллятора» является выражение (7).

В заключение пользуюсь случаем выразить глубокую признательность Ю. Е. Перлину за постоянный интерес к работе и ценные дискуссии.

Бельцкий государственный
педагогический институт

Поступило
29 XII 1955

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] V. Fock, Zs. f. Phys., **89**, 744 (1934). [2] Г. С. Кватер, Изв. АН СССР, сер. физ., **9**, 236 (1945). [3] Г. С. Кватер, Вестн. ЛГУ, № 2, 135 (1947). [4] Г. С. Кватер, Т. Г. Мейстер, Вестн. ЛГУ, № 9, 137 (1952). [5] И. Б. Берсукер, Уч. зап. Кишиневск. унив., **17**, 119 (1955). [6] V. Fock, M. Petrashen, Sow. Phys., **6**, 368 (1934). [7] D. R. Hartree, W. Hartree, Proc. Poy. Soc., **166**, 450 (1938). [8] D. R. Hartree, W. Hartree, Proc. Cambr. Phil. Soc., **34**, 550 (1938). [9] D. R. Hartree, W. Hartree, Proc. Roy. Soc., **164**, 167 (1938).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

ФИЗИКА

А. Т. ВАРТАНЯН и И. А. КАРПОВИЧ

О ФОТОПРОВОДИМОСТИ ВИОЛАНТРОНА И ПИРАНТРОНА

(Представлено академиком А. Н. Терениным 18 IX 1956)

Акамату и Инокучи нашли (1), что полученные возгонкой слои индантреновых красителей — виолантрона, изовиолантрона и пирантрона — обладают фотопроводимостью. Экстраполируя некоторый «линейный» участок длинноволнового спада фотопроводимости до пересечения с осью волновых чисел, авторы определили длинноволновые границы фотопроводимости этих красителей и соответствующие им оптические энергии активации E. Для виолантрона и пирантрона были получены значения E, равные, соответственно, 0,84 и 1,14 эв, находящиеся в удовлетворительном согласии с ранее найденными ими же (2) значениями термической энергии активации (0,78 и 1,08 эв), а также с длинноволновыми границами поглощения возогнанных слоев (1). Следует, однако, заметить, что длинноволновая полоса поглощения слоев, полученных возгонкой виолантрона, изовиолантрона и пирантрона, имеет очень большую ширину, необычную даже для твердого состояния красителей, и крайне слабо выраженную структуру. Вследствие этого невозможно установить прямую связь между поглощением возогнанных слоев и растворов этих красителей. Между тем, поглощение слоев, полученных натиранием порошков виолантрона и пирантрона на кварцевой поверхности, отличается достаточной селективностью (3). Полоса поглощения таких слоев имеет максимумы (рис. 1, *1* и *2*), соответствующие максимумам поглощения растворов красителей в ксилоле с обычным для твердого состояния сдвигом (4) в сторону длинных волн примерно на 40—45 мμ. Кроме того, было обнаружено, что спектр поглощения однократно возогнанного слоя имеет более широкую полосу и менее четко выраженную структуру, чем спектр слоя, полученного натиранием; однако сходство между этими спектрами больше, чем между спектрами слоев, полученных натиранием и многократной возгонкой. Так как красители, которые не изменяются при возгонке, имеют спектры поглощения, мало отличающиеся между собой, независимо от того, получены ли слои осаждением красителя из раствора, натиранием или возгонкой (3), то можно думать, что многократная возгонка, применявшаяся Акамату и Инокучи для очистки красителей, вызывала какие-то необратимые структурные изменения.

В настоящей статье приведены результаты исследования фотопроводимости слоев, полученных натиранием порошков виолантрона (индантреновый темно-синий BO) и пирантрона (индантреновый золотисто-оранжевый G).

Исследование производилось на установке, подробно описанной в статье (5). Слои толщиной от 0,1 до нескольких микрон наносились на кварцевый «палец», имевший платиновые электроды, разделенные зазором в 1 мм. Фотопроводимость исследовалась в вакууме, хотя опыты показали, что присутствие воздуха не оказывает существенного влияния на результаты. Источником света служила вольфрамовая лампа накаливания, мощностью 100 вт. Для разложения света использовался зеркальный монохроматор ИСП-17А со стеклянной оптикой. Распределение энергии по длинам волн определялось с помощью термостолбика. Токи порядка 10^{-13} а измерялись с помощью усилителя постоянного тока.

Слои виолантрона и пирантрона, полученные натиранием, обладают заметной темновой проводимостью, возрастающей при повышении температуры по закону $\sigma = a \exp\left(-\frac{\varepsilon}{2kT}\right)$, где ε равно $1{,}0 \pm 0{,}05$ и $1{,}15 \pm 0{,}05$ эв, соответственно для виолантрона и пирантрона.

При освещении слоев стационарный фототок устанавливается за несколько секунд и почти также быстро спадает после прекращения освещения. При длительном освещении часто наблюдается дальнейшее возрастание фототока во время освещения. После прекращения такого длительного освещения фототок быстро спадает в начальный момент, но всегда наблюдается остаточный фототок, медленно убывающий со временем. Приведенные ниже результаты относятся к фототоку, который устанавливается и спадает за 3—5 сек. При монохроматическом освещении измеряемый фототок был такого же порядка, как и темновой ток.

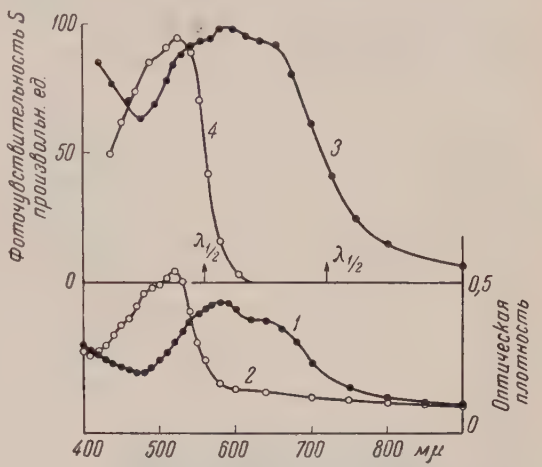


Рис. 1. *1* — спектральная кривая поглощения твердого слоя виолантрона; *2* — то же для пирантрона; *3* — спектральная кривая фоточувствительности тонкого слоя виолантрона, $n = 0{,}9$; *4* — то же для пирантрона, $n = 0{,}7$

Фототок подчиняется закону Ома, по крайней мере в полях до 4000 в/см. Зависимость фототока i_Φ от интенсивности освещения L выражается соотношением $i_\Phi = aL^n$, где a и n — постоянные. Для исследованных нами слоев значения n были меньше единицы и, в зависимости от толщины слоя и уровня освещенности, лежали между 0,7 и 0,9. В интервале температур от —40 до +50° зависимость фототока от температуры также следует закону $i_\Phi = b \exp\left(-\frac{\varepsilon_\Phi}{2kT}\right)$, где для виолантрона $\varepsilon_\Phi = 0{,}4$ эв.

На рис. 1 (*3* и *4*) показаны спектральные кривые фоточувствительности S тонких слоев виолантрона и пирантрона. За меру фоточувствительности было принято выражение $i_\Phi^{1/n}/L$, учитывающее нелинейную зависимость фототока от интенсивности освещения ([6]). Как видно из рис. 1, эти кривые находятся в хорошем соответствии с кривыми поглощения твердых слоев. В области длинноволнового спада фоточувствительности имеется линейная зависимость между $\lg S$ и λ.

Приведенные на рис. 1 кривые фоточувствительности не могут быть сопоставлены с кривыми, полученными Акамату и Инокучи ([1]) уже потому, что спектры поглощения слоев в наших опытах и в опытах упомянутых авторов резко отличные. Кроме того, полученные Акамату и Инокучи кривые фоточувствительности охватывают не всю полосу поглощения, а только ее длинноволновую часть, примерно от 640 до 1800 мμ. Для некоторого участка этой области они находят линейную зависимость между S и $1/\lambda$ и используют ее при определении границы фотопроводимости. Не говоря уже о том, что метод экстраполяции, примененный Акамату и Инокучи для определения границ фотопроводимости, нуждается в обосновании, реальность линейных участков на кривых фоточувствительности изовиолантрона и пирантрона представляется сомнительной.

Для определения оптической энергии активации мы применили два независимых метода, которые уже использовались в исследованиях с неорганическими фотопроводниками.

1. Согласно Моссу (7) за «длинноволновую границу» фотопроводимост можно принять длину волны, для которой чувствительность падает наполо вину от ее величины в максимуме, непосредственно предшествующем эк поненциальному падению ($\lambda_{1/2}$). Из кривых *3* и *4* рис. 1 следует, что $\lambda_{1/2}$ дл виолантрона равно 720 мμ и для пирантрона 560 мμ. Соответствующие эти $\lambda_{1/2}$ значения оптической энергии активации $E_{\lambda_{1/2}}$ равны, соответственно 1,71 и 2,2 эв.

2. Оптическую энергию активации можно определить также методо «фотоэлектрических прямых». Ланге и Шмидт (8) показали, что для фототока возникающего при освещении фотопроводника суммарным свето черного тела, имеющего температуру T, выполняется соотношение $i_ф = AT^2 \exp(-E_ф/kT)$, из которого следует линейная зависимость межд $\lg(i_ф/T^2)$ и $1/T$. Наклон прямой определяет величину оптической энерги активации $E_ф$. Ранее было показано (6), чт для слоев одного и того же красителя, но различными значениями n, наклон «фото электрических прямых» зависит от n, и по этому значения $E_ф$, найденные из таки прямых, имеют неопределенный физичес кий смысл. Наклон прямых оказывается н зависящим от n и определяется исключи тельно природой красителя, если вмест $\lg(i_ф/T^2)$ по оси ординат откладыват $\lg(i_ф^{1/n}/T^2)$. «Фотоэлектрические прямые» построенные с учетом «нелинейности» фо тотока, приведены на рис. 2. Полученны из этих прямых значения $E_ф$, равные 1,7 эв для виолантрона и 2,24 эв для пирантрона находятся в хорошем согласии со значени ями $E_{\lambda_{1/2}}$ и соответствуют началу крутого подъема поглощения красителей в твердом состоянии. Последний факт может быть ис пользован для грубой оценки оптической энергии активации по кривым поглощения.

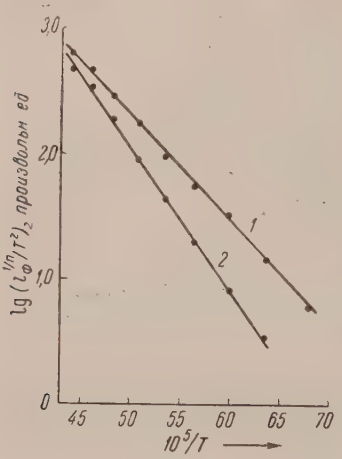


Рис. 2. Фотоэлектрические прямые: *1* — виолантрон, $n = 0{,}72$; *2* — пирантрон, $n = 0{,}7$

Значения оптической энергии активации, полученные нами для виолантрона и пирантрона, вдвое больше значений, найденных Акамату и Инокучи (1). Такое расхождение только отчасти обусловлено разницей в методах определения этой величины. Главная причина расхождения, по-видимому,— изменение этих красителей вследствие многократной возгонки.

Из того что полученные значения оптической энергии активации примерно вдвое больше значений энергии активации, найденных из температурной зависимости электропроводности, еще не следует, что термическая энергия активации значительно отличается от оптической, так как не исключена возможность, что проводимость исследованных нами слоев была не собственной, а примесной.

Поступило
14 IX 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] H. Akamatu, H. Inockuchi, J. Chem. Phys., **20**, 1481 (1952). [2] H. Akamatu, H. Inokuchi, J. Chem. Phys., **18**, 810 (1950). [3] А. Т. Вартанян, ЖФХ, **30**, 1028 (1956). [4] А. Т. Вартанян, ЖТФ, **20**, 847 (1950). [5] А. Т. Вартанян, ЖФХ, **20**, 1065 (1946). [6] А. Т. Вартанян, И. А. Карпович, ДАН, **111**, 6 (1956). [7] T. S. Moss, Photoconductivity in the Elements, Butterworth, 1952. [8] B. Lange, Die Photoelemente und ihre Anwendung, 1 Teil, Leipzig, 1940, S. 109.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

ФИЗИКА

Ю. М. ВОЛОКОБИНСКИЙ

ВЛИЯНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ НА СВОЙСТВА ТОНКИХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ СЛОЕВ

(Представлено академиком А. Ф. Иоффе 19 XII 1956)

Зависимость пробивной напряженности тонких изолирующих слоев от их толщины изучалась рядом исследователей. Обстоятельный обзор работ по этому вопросу можно найти в монографии [1]. Менее подробно исследована зависимость проводимости тонких слоев от напряженности поля. Не вполне выяснена связь между электропроводностью тонкого слоя и его электрической прочностью. Ниже описаны эксперименты, которые относятся к этому вопросу.

Исследовалась электропроводность и электрическая прочность тонких слоев некоторых окислов, сульфидов и других соединений. Обычно металлы покрывались оксидными слоями электролитически или при нагревании. В случае металлов, окислы которых имеют хорошую проводимость, а сульфиды — плохую, изучались слои сульфидов. Последние изготовлялись сульфидированием поверхности соответствующих металлов в парах серы.

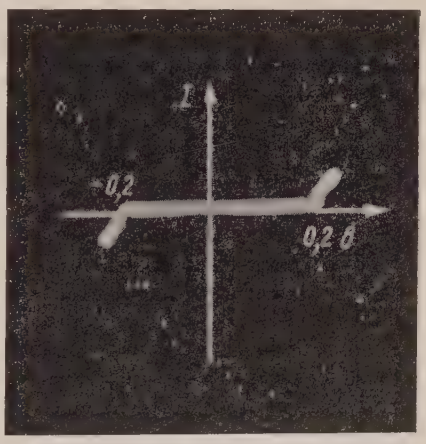


Рис. 1

Обычно к поверхности оксидного слоя прижималась таблетка Cu_2S толщиной 3 мм и площадью 0,5 см², служившая одним из электродов. Одновалентная сернистая медь Cu_2S имела проводимость, равную 40 $см^{-1} \cdot см^{-1}$. Другим электродом являлась металлическая подкладка, на которой образовывался окисел. Схема испытаний напоминает применяемую при снятии вольт-амперных характеристик полупроводниковых выпрямителей.

При исследовании слоев MgO, Al_2O_3, ZnO, CdS, NiO, Ta_2O_5, Nb_2O_5, толщиной от 30 до 1000 Å наблюдался перенос металлических ионов из подкладки в Cu_2S, имеющую дырочную проводимость. Присутствие перенесенных ионов в сернистой меди обнаруживается в некоторых случаях, например для алюминия, спектральным анализом и проявляется в возникновении выпрямляющих свойств исследуемого устройства. Ионный ток вызывается разогреванием слоя проходящим током в некоторых ограниченных участках. Указанные соединения расположены примерно в порядке убывания относительной доли ионной составляющей проводимости.

В случае слоя Nb_2O_5 перенос ионов мал и иногда не проявляется. Тогда вольт-амперная характеристика имеет вид, представленный на рис. 1. Сопротивление слоя для эффективного напряжения меньше 0,2 в велико, затем оно уменьшается, ток резко возрастает. Увеличение тока связано с квантово-механическими эффектами, и кривая зависимости тока от напряжения имеет сложный вид, который не отражается на фотографии. Дальнейшее,

более подробное изучение вольт-амперной характеристики возможно, ока жется полезным для выяснения природы процессов, происходящих в тон ких пленках. При уменьшении напряжения сопротивление слоя опят увеличивается и принимает прежнее значение. Вольт-амперная характе ристика воспроизводима и сфотографирована с экрана электронно-лучевог осциллографа при приложении к конструкции переменного напряжения с ча стотой 50 гц. Если поднять напряжение несколько выше 0,2 в, то становитс заметным перенос Nb в Cu_2S и появляетс выпрямление. При увеличении напряже ния до 0,4÷1,0 в происходит пробой слоя

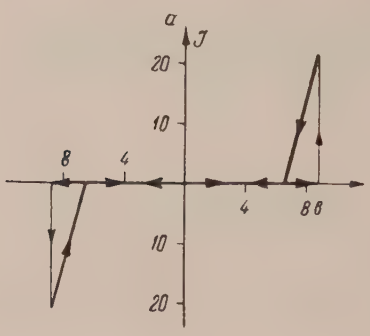


Рис. 2

Большие напряжения можно пода вать на следующую конструкцию. Есл на оксидный слой, покрывающий алю миний, поместить таблетку химически чистого теллура и подать напряжение то в результате пробоя оксидного сло таблетка сваривается с электродом и об разуется переходный слой. Этот слой имеет высокое сопротивление при малы напряжениях. При повышении напряже ния примерно до 8,4 в сопротивлени слоя резко падает, а ток возрастает скач ком. Напряжение, при котором имеет место скачок, незначительно меняется от случая к случаю. При снижении напряжения до 6,3 в сопротивлени слоя принимает первоначальное значение. Динамическая вольт-амперная характеристика при частоте 50 гц представлена на рис. 2.

Исследование других пленок, например оксидного слоя, покрывающего тантал, показывает плавную зависимость тока от напряжения. В интер вале изменений напряжения от (0,3÷0,4) $V_{пр}$ до $V_{пр}$ ($V_{пр}$ — пробивное напряжение) ток возрастает с напряжением по экспоненциальному закону Только при напряжениях, непосредственно примыкающих к пробивным вольт-амперная характеристика делается параллельной оси тока. Допу стимая сила тока, которая не вызывает разрушения слоя, равна 0,2 а.

Для ряда систем, например для слоя окиси алюминия, зависимость тока от напряжения с повышением температуры становится более плавной.

Опыт в ряде случаев показывает резкое, иногда скачкообразное возра стание тока при определенном напряжении, приложенном к слою, что, од нако, не связано с разрушением последнего. Следовательно, увеличение проводимости не всегда ведет к пробою. В некоторых случаях пробивное напряжение диэлектрического слоя в несколько раз превосходит напря жение, при котором значительно возрастает проводимость слоя.

Результаты опытов можно объяснить на основе следующих предполо жений. Пробой слоя есть его разрушение, для чего требуется определен ная энергия W_p. Эта энергия получается вследствие нагревания слоя про ходящим через него током. Тонкий слой снижает свое сопротивление при небольшом напряжении; количество выделяющегося в единицу времени тепла невелико, а теплоотвод достаточно хорош, так что нагревания слоя и его разрушения не происходит. Прохождение большого тока без разогревания слоя не вызывает разрушения последнего, и после снятия напряжения сопро тивление слоя восстанавливается. Пробой связан с разрушением слоя в ре зультате его нагревания проходящим током и является вторичным явлением.

Поступило
1 XI 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] А. А. Воробьев, Е. К. Завадовская, Электрическая прочность твердых диэлектриков, М., 1956, стр. 131.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

ФИЗИКА

Н. Д. ЖЕВАНДРОВ и В. П. НИКОЛАЕВ

К ВОПРОСУ ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ОБЪЕМОВ МОЛЕКУЛ В РАСТВОРАХ МЕТОДОМ ПОЛЯРИЗОВАННОЙ ЛЮМИНЕСЦЕНЦИИ

(Представлено академиком А. Н. Терениным 28 XI 1956)

С. И. Вавилов (1) указывал на возможность изучения вопросов, связанных с природой жидкого состояния, с помощью люминесценции растворов. Одним из таких методов служит исследование предельной поляризации флуоресценции. Флуоресценция растворов поляризована только при анизотропном возбуждении. Степень поляризации p определяется временем жизни возбужденного состояния молекулы τ и углом поворота молекулы за этот интервал времени вследствие броуновского вращения, который, в свою очередь, зависит от температуры T и вязкости η среды и эффективного объема молекулы V. Количественно эта зависимость выражается известной формулой Левшина — Перрена:

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{p_0} + \left(\frac{1}{p_0} - \frac{1}{3}\right)\frac{RT}{V\eta}\tau. \qquad (1)$$

Здесь p_0 — предельная поляризация флуоресценции, соответствующая случаю $T/\eta \to 0$ (т. е. отсутствию броуновского вращения). Эта величина получается экстраполяцией линейной зависимости $1/p$ от T/η.

Формула (1) является следствием применения гидродинамики и теории броуновского вращения к отдельной молекуле, причем в качестве модели молекулы рассматривается твердый шарик; η — коэффициент макроскопической вязкости среды. Если речь идет о движении отдельной молекулы, то необходимо пользоваться молекулярной вязкостью или микровязкостью. Заранее при этом нельзя сказать, каково соотношение между макроскопической и молекулярной вязкостью. Важным результатом поляризационных измерений ряда авторов было установление одинакового порядка этих величин. Вместе с тем, как пишет С. И. Вавилов, отклонения от гидродинамических формул могут представить ценный материал по микроструктуре жидкостей.

В формулу (1) входит эффективный объем молекулы V. Если на основании упомянутых экспериментальных данных считать η макровязкостью и пользоваться результатами вискозиметрических измерений, то можно определить эти объемы. С другой стороны, можно оценить объемы молекул по их структурным формулам и известным длинам связей и сопоставить их с величинами, полученными из опыта.

Можно также производить измерения поляризации флуоресценции одного и того же флуоресцирующего вещества в разных растворителях. Это позволяет сделать выводы о наличии и характере сольватных оболочек, под которыми понимают мономолекулярный слой растворителя, окружающий молекулу растворенного вещества и более или менее прочно с ней связанный. Исследование сольватных оболочек представляет интерес для физической химии. В частности, как отмечает В. Л. Левшин (2), они могут играть существенную роль и в вопросах люминесценции растворов, наряду

с явлениями ассоциации молекул и другими физико-химическими факт рами.

Измерение поляризации флуоресценции производилось в данной рабо с помощью поляризкопа Каврайского ([3]) с компенсирующей стопой. Эт поляризкоп обладает рядом преимуществ по сравнению с поляризкоп Савара и уже применялся для исследования поляризации люминесценции (

Измерение проводились в сравнительно небольшом интервале темп ратур 20—60° (при более высоких температурах явления иногда осложн ются температурным тушением). В этом интервале хорошо соблюдались лине ность $1/p\,(T/\eta)$. Вязкос растворителей при разны температурах измеряла обычным вискозиметриче ким методом — по скоро ти протекания через капи ляр. Постоянство нужны температур поддержив лось ультратермостато Измерение длительнос флуоресценции τ провод лось на фазовом флуор метре*.

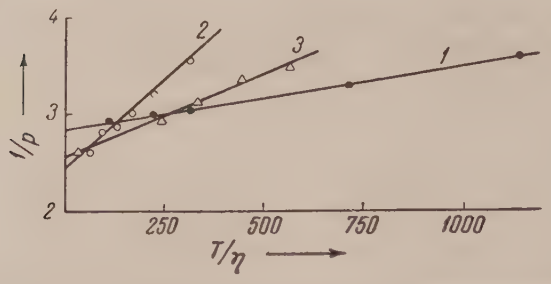


Рис. 1. Предельная поляризация флуоресценции 9,10-дифенилдиаминоантрацена: *1* — в глицерине; *2* — в касторовом масле; *3* — в вазелиновом масле

В качестве раствор телей (которые должн быть достаточно вязкими в данном интервале температур удалось использовать только глицери касторовое и вазелиновое масла. Собственное свечение двукратно пер гнанного глицерина ничтожно, синее же свечение масел достаточно надежн удавалось отделить фильтрами от желто-зеленого свечения исследовавши ся веществ. Концентрация растворов 10^{-4} — 10^{-5} г/см³. Были и следованы три группы флуоресцирующих органических веществ: фтал миды, производные акридина и ариламиновые производные антрацена всего 9 веществ.

Графики зависимости $1/p$ от T/η для одного из веществ в качестве пр мера приведены на рис. 1 и 2. Полученные данные сведены в табл. 1. Эф фективные объемы V рассчитаны по формуле (1) и отсюда найдены рад усы молекул r (исходя из сферической модели молекулы).

Если подсчитать средние радиусы молекул r', исходя из известных дли связей и структурной формулы, то получается следующая приблизительна оценка

Вещества	Фталимиды	Акридины	Антрацены
r', Å	2	3	5

Таким же путем можно оценить размеры молекул растворителей. Мол кулу глицерина можно также грубо считать сферической, ее диамет $d \approx 3$Å . Молекула триглицерида рицинолевой кислоты, на 86% составля щего касторовое масло, весьма вытянута в одном направлении, и ее пр вильнее считать эллипсоидом вращения, у которого малая ось равна ди метру молекулы глицерина, а большая ось в 8 раз длиннее.

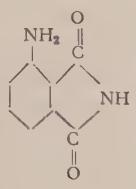
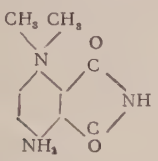
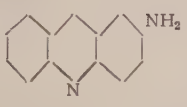
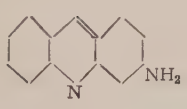
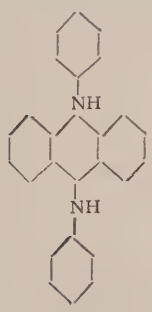
Рассматривая результаты, приведенные в табл. 1, можно отметить ув личение эффективных объемов молекул разных классов с усложнение структуры, которое можно проследить на глицериновых растворах (80- 190 Å³ для фталимидов, 280—570 Å³ для акридинов и 2040—3700 Å³ д антраценов).

Если сопоставить экспериментальные значения r с рассчитанными

* Авторы выражают глубокую признательность М. Д. Галанину за предоставлен возможности измерений на флуорометре.

Сводная таблица результатов

Таблица 1

Флуоресцирующие вещества	Растворители	p, %	$\tau \cdot 10^9$, сек.	V, Å^3	r, Å
аминофталимид	Глицерин	40	11,5	190	3,6
	Касторовое масло	41	10,5	350	4,4
иметиламино-6-аминофталимид	Глицерин	40	1,1	80	2,6
	Касторовое масло	33	3,2	170	3,5
ридиновый оранжевый	Глицерин	38	2,5	550	5,1
	Касторовое масло	36,5	3,9	990	6,2
миноакридин	Глицерин	37	5,7	570	5,2
	Касторовое масло	38	4,6	230	3,8
миноакридин	Глицерин	38	6,6	310	4,2
	Касторовое масло	37	5	200	3,6
-диаминоакридин	Глицерин	43,5	3,9	280	4,1
	Касторовое масло	40	6	765	5,7
0-дифенилдиаминоантрацен	Глицерин	35	6,7	3700	9,6
	Касторовое масло	41	2,7	165	3,4
	Вазелиновое масло	39	4,4	790	5,8
0-диметахлорфенилдиаминоантра-ен	Глицерин	38	8,3	2040	7,9
	Касторовое масло	42	4,2	420	4,6
	Вазелиновое масло	32	4,6	1000	6,2
0-диортомотоксифенилдиамино-нтрацен	Касторовое масло	33	7,6	1080	6,3
	Вазелиновое масло	39	5,5	960	6,1

и d, пользуясь моделью мономолекулярной сольватной оболочки ($r = r' + d$), то для глицериновых растворов видим согласие по порядку величи для акридинов и антраценов, для фталимидов же опыт дает меньшее з чение, чем следует из расчета. Для касторового масла эта модель совершен не соответствует действительности, так как r в этом случае такого же пор ка, а в ряде случаев и значительно меньше, чем в глицерине, в то вре как в соответствии с указанной моделью он должен быть значитель больше. Вазелиновое масло, в котором растворяются только антрацен судя по полученным результатам, обладает малым сольватным действи

Таким образом, полученные экспериментальные результаты не мо быть однозначно истолкованы с точки зрения представлений о сольват оболочках. Однако имеется другая возможность интерпретации резу татов — с точки зрения различия макроскопической и молекулярной в костей. Прежние опыты с одним растворителем свидетельствовали толь о согласии порядков их величин. Проведенное сравнение разных раство телей, возможно, свидетельствует о неправомерности использования в ф муле (1) значений макроскопической вязкости. Физическая природа ления (которую можно формально описывать как изменением эффект ного объема, так и различием макроскопической и молекулярной вяз стей) заключается во взаимодействии молекулярных полей растворите и растворенного вещества.

В связи с этим интересно сопоставить величины эффективных объем со значениями дипольных моментов молекул растворенного вещества и р творителя. Анализ экспериментальных данных показывает, что пар лелизма между этими величинами нет. Например, дипольный момент т глицерида рицинолевой кислоты, по-видимому, больше, чем глицери если исходить из аддитивности связей в данных молекулах и известных польных моментов отдельных связей ([5], [6]), а сольватное действие касто вого масла существенно меньше, чем глицерина.

Среди акридинов 2-аминоакридин и 3-аминоакридин обладают бо́льши моментами, чем 3-6-диаминоакридин и акридин оранжевый, и первым ответствует меньшее сольватное действие касторового масла, чем второ В то же время среди фталимидов меньшее сольватное действие этого же р творителя соответствует 3-диметиламино-6-аминофталимиду, у котор дипольный момент меньше, чем у 3-аминофталимида.

Нужно отметить также, что предельная степень поляризации флуор ценции одного и того же вещества в разных растворителях получается р личной, хотя эти различия и невелики. Это можно объяснить только вл нием растворителя на электронное облако молекулы, которое приво к некоторому изменению осциллятора излучения.

Для того чтобы предлагаемым методом можно было детальнее изуч указанные явления, желательно применение гомологического ряда раст рителей, например различных спиртов при низкой температуре.

Физический институт
им. П. Н. Лебедева
Академии наук СССР

Поступило
23 XI 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] С. И. Вавилов, Соч. 2, 1952, стр. 9. [2] В. Л. Левшин, Изв. АН СССР, с физ., 20, 397 (1956). [3] В. В. Каврайский, ЖЭТФ, 20, 619 (1950). [4] Н. Д. Ж вандров, Изв. АН СССР, сер. физ., 20, 570 (1956). [5] М. В. Волькенштей Строение и физические свойства молекул, М. — Л., 1955, гл. 6. [6] П. Дебай, Поляр молекулы, М. — Л., 1931, § 13.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

ФИЗИКА

М. И. КОРСУНСКИЙ и В. А. БАЗАКУЦА

Б ИСПОЛЬЗОВАНИИ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ РАЗНОСТНОГО ТИПА В СПЕКТРОСКОПИИ ПУЧКОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

(Представлено академиком Л. А. Арцимовичем 14 XII 1956)

Важнейшей задачей спектроскопии пучков заряженных частиц являет-я нахождение ионно-оптических систем, обеспечивающих создание свето-ильных спектральных приборов с большой разрешающей силой. Ионно-птические системы для этой цели должны обладать большой дисперсией сочетании с совершенной фокусировкой.

Широко применяемое в настоящее время поле цилиндрического конден-атора позволяет осуществлять хорошую фокусировку слабо расходящегося учка заряженных частиц, но оно обладает сравнительно небольшой исперсией. Увеличение дисперсии в таких полях можно осуществить величением радиуса равновесной траектории, однако это практически не-ыгодно. Поэтому в целях увеличения дисперсии без изменения радиуса авновесной траектории стали использовать поля, спадающие по радиусу олее быстро, чем поле цилиндрического конденсатора. В частности, ис-ользование поля сферического конденсатора ([1–4]) в электростатических нализаторах и масс-спектрографах приводит к увеличению дисперсии 2 раза при неизменном радиусе равновесной траектории, что позволяет величить разрешающую способность и светосилу приборов без уве-ичения их габаритов. Применение сферического конденсатора в электро-татических анализаторах и масс-спектрографе с двойной фокусировкой) оказалось весьма эффективным. В последние годы появились расчеты онно-оптических свойств других типов неоднородных электростатических олей ([6, 7]) в целях увеличения дисперсии и улучшения фокусировки, од-ако практически эти поля не применялись.

Интересными свойствами обладает поле разностного типа ([8]). Один из астных случаев разностного поля определяется радиальной и аксиальной оставляющими вида

$$E_r = \frac{E_1}{r} - E_2 r, \qquad (1)$$

$$E_z = 2 E_2 z, \qquad (2)$$

де E_1 и E_2 — некоторые постоянные, связанные с коэффициентом неодно-одности η_i и радиусом равновесной траектории следующим образом:

$$\eta_i = 2 - \frac{2\,\frac{E_2}{E_1} r_0^2}{1 - \frac{E_2}{E_1} r_0^2}, \qquad \eta_i = 3 + \frac{\partial E}{\partial r} \cdot \frac{r}{E}\Big|_{r=r_0}. \qquad (3)$$

Разностное поле является фокусирующим в радиальном и аксиальном аправлениях, причем к нему применимо правило Бербера ([9]) в обобщенной орме: источник S, вершина эффективного секторного угла $\Phi\sqrt{\eta_i}$, и изобра-ение P лежат на одной прямой (рис. 1).

Смещение изображения b от равновесной траектории в месте фокусировки первого порядка выражается формулой:

$$b = \delta \frac{r_0}{\eta}\left(1 + \frac{q}{p}\right) - \Delta r_0\left(\frac{q}{p}\right), \qquad (6)$$

где δ — величина, характеризующая разброс в энергии частиц, Δr_0 — ширина входной щели.

Дисперсия по энергии

$$D_э = \frac{db}{d\delta} = \frac{r_0}{\eta}\left[1 + \frac{q}{p}\right] \qquad (8)$$

существенным образом зависит от η. При $\eta \to 0$ $D_э \to \infty$.

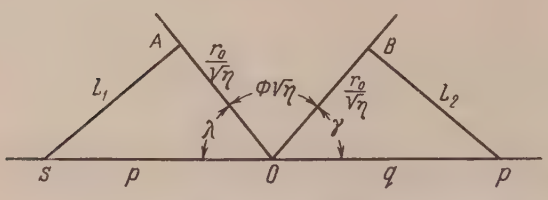


Рис. 1. L_1 — расстояние от источника до переднего края поля, L_2 — расстояние от изображения до заднего края поля, Φ — секторный угол

Более точное выражение для смещения получается при учете аберрационных членов второго порядка ([10]) в следующем виде:

$$b = r_0\left[\frac{\delta}{\eta}\left(1 + \frac{q}{p}\right) - \frac{\Delta r_0}{r_0}\left(\frac{q}{p}\right) + \delta^2\alpha_1 + \psi_r^2\alpha_2 + \right.$$
$$\left. + \left(\frac{\Delta r_0}{r_0}\right)^2\alpha_3 + \delta\psi_r\alpha_4 + \delta\frac{\Delta r_0}{r_0}\alpha_5 + \psi_r\frac{\Delta r_0}{r_0}\alpha_6\right], \qquad (9)$$

где ψ_r — угол расхождения частицы от равновесной траектории при входе в поле; α_1, α_2, α_3, α_4, α_5 и α_6 — аберрационные коэффициенты, являющиеся сложными функциями q и p.

В частном случае, при выполнении условия

$$\frac{\partial b}{\partial \Delta r_0} = 0 \qquad (7)$$

для некоторого значения $\delta \neq 0$ можно устранить ряд аберрационных членов и таким образом улучшить фокусировку. В этом случае ширина изображения не будет зависеть от ширины входной щели, а будет определяться углом расходимости частиц в каждой точке входной щели. Это свойство разностных полей можно использовать для концентрации широких пучков заряженных частиц, обладающих одинаковой энергией.

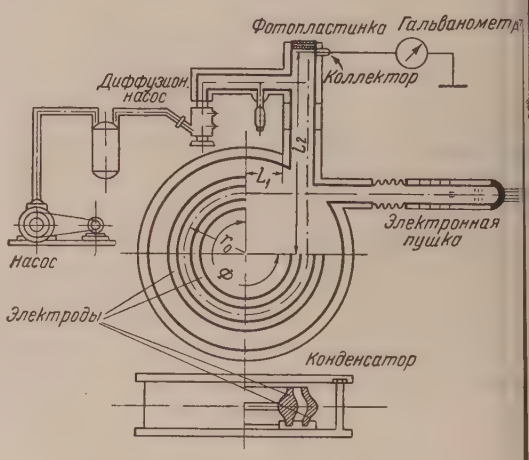


Рис. 2. Схема анализатора

Для экспериментального исследования свойств разностного поля нами был построен анализатор, в котором пучок заряженных частиц заворачивается на угол $\Phi = 27°$. Поле, выражаемое равенствами (1) и (2), создавалось с помощью двух обкладок конденсатора, имевших форму эквипотенциальных поверхностей, определенных из этих равенств.

Анализатор (рис. 2) имеет равновесный радиус $r_0 = 200$ мм, коэффициент неоднородности поля $\eta = \frac{1}{6}$, расстояния L_1 и L_2 могут меняться в соответствии с обобщенным правилом Бербера. Пучок заряженных частиц состоял из электронов, полученных с помощью электронной пушки электронно-лучевой трубки 8ЛО29, которая питалась стабилизированным напряжением

К статье М. Н. Корсунского и В. А. Базакуца, стр. 1029

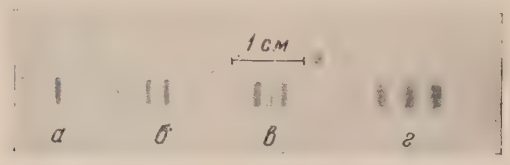


Рис. 3. Фотография изображений входных щелей: $а$ — $\delta = 1{,}5 \cdot 10^{-3}$; $б$ — $\delta = 3 \cdot 10^{-3}$ $в$ — $\delta = 4{,}5 \cdot 10^{-3}$, $г$ — $\delta = 6 \cdot 10^{-3}$

К статье В. Л. Данскера, стр 1171

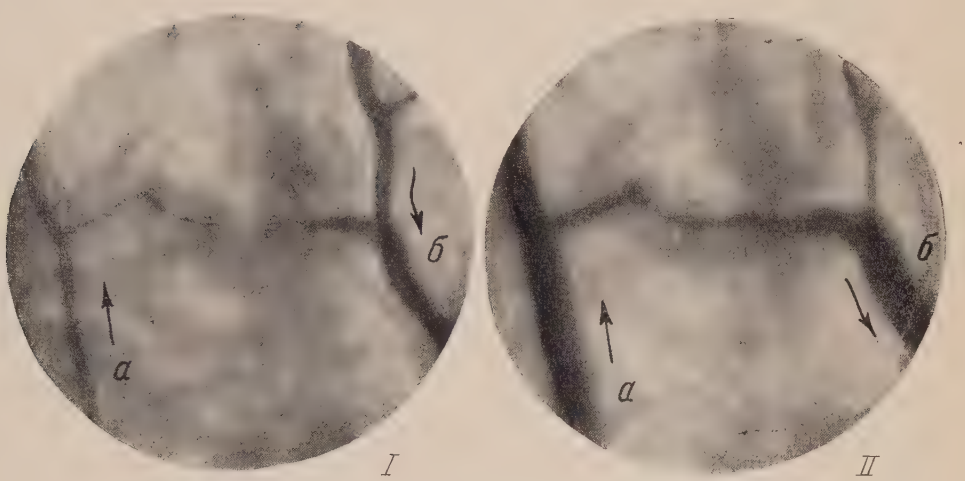


Рис. 1. Влияние операции симпатэктомии на диаметр артериол (*а*), венул (*б*) и артерио-венозных анастомозов уха кролика; *I* — до операции симпатэктомии, *II* — на 3 день после удаления верхних шейных симпатических узлов. 32×

На этом приборе получены экспериментальные данные, хорошо совпадающие с расчетными. Так, например, при $L_1 = 120$ мм и $L_2 = 700$ мм дисперсия по энергии составляет 33 мм на 1% изменения энергии (расчетное значение 31,6 мм). Если источник и изображение находятся на одинаковом расстоянии от границ поля $L_1 = L_2 = 330$ мм, дисперсия составляет 25,3 мм на 1% изменения энергии (расчетное значение 24 мм). Разница между экспериментальными и расчетными значениями дисперсии объясняется тем, что реальное поле имеет η, несколько отличное от теоретического значения.

Таким образом, дисперсия по энергии электростатического анализатора с разностным полем превышает дисперсию аналогичного анализатора с цилиндрическим полем в 12 раз. Для того чтобы получить такую же дисперсию с цилиндрическим анализатором, его равновесный радиус необходимо было бы увеличить до 2,4 м.

Произведенная экспериментальная проверка условия (7) подтвердила возможность улучшения фокусировки и концентрации в узкую линию широкого пучка заряженных частиц одинаковой энергии. На рис. 3 приведены фотографии изображения трех щелей шириной 0,5 мм, расположенных на расстоянии 1 мм друг от друга, причем средняя щель находилась на равновесной траектории. Расстояние входной щели от края поля $L_1 = 140$ мм, расстояние изображения от другого края поля $L_2 = 640$ мм. Фотографии сделаны при различных значениях δ. Из рис. 3 видно, что при $\delta = 1{,}5 \cdot 10^{-3}$ все три изображения сливаются в одну тонкую и четкую линию. Из этих снимков видно также, что аберрационные искажения даже для лучей, идущих не по равновесной траектории, не превосходят 0,25 мм.

Следовательно, разностное поле позволяет осуществить компактный светосильный электростатический анализатор с большой разрешающей силой и высокой дисперсией. Осуществляя поля с возможно малым η (при котором еще имеет место фокусировка) можно значительно повысить дисперсию. Следует отметить, что имеется возможность осуществления разностных полей, при которой коэффициент неоднородности η можно менять по усмотрению экспериментатора. Эта возможность состоит, например, в создании необходимого распределения потенциалов вблизи равновесной траектории с помощью электродов, имеющих форму круглых пластин с определенным распределением потенциалов на них.

Применение электростатических полей разностного типа в сочетании с неоднородным магнитным полем разностного типа открывает возможность создания компактного светосильного масс-спектрографа с двойной фокусировкой, обладающего большой разрешающей силой.

Харьковский политехнический институт
им. В. И. Ленина

Поступило
26 X 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] F. W. Aston, Phill Mag., **38**, 710 (1919). [2] E. M. Purcell, Phys. Rev., **54**, 818 (1938). [3] F. T. Rogers, Rev. Sci. Intsr., **22**, 10, 732, (1951). [4] C. P. Browne, D. S. Craig, R. M. Williamson, Rev. Sci. Instr., **22**, 12, 952 (1951). [5] R. Herzog, Zs. Naturforsch., **8a**, 2, 3 (1953). [6] М. И. Корсунский, ЖЭТФ, **16**, 1, 81 (1946). [7] Ю. В. Вандакуров, ЖТФ, **25**, в. 8, 1412 (1955). [8] М. И. Корсунский, Тр. Харьк. политехн. инст., сер. инж.-физ., в. 2 (1956). [9] N. F. Barber, Proc. Leeds Phil. Soc., **2**, 427 (1933). [10] М. И. Корсунский, В. А. Базакуца, Тр. Харьк. политехн. инст., сер. инж.-физ., в. 2 (1956).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

ФИЗИК

В. Н. ЛЕВКОВСКИЙ

СЕЧЕНИЕ РЕАКЦИЙ Cd(n,p)Ag ПРИ ЭНЕРГИИ НЕЙТРОНОВ 14 М

(Представлено академиком В. Н. Кондратьевым 23 XI 1956)

Сечения реакций Cd (n, p) Ag рассчитывались в результате сравнени β-выхода этих реакций с выходом реакции Cd^{112} (n,α) Pd^{109}, сечение котор

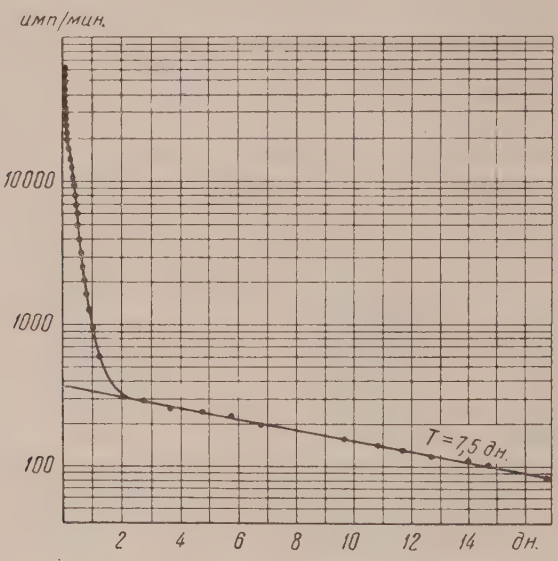


Рис. 1. Кривая распада радиоактивного серебра, выделенного из кадмиевой мишени, облученной 14-Мэв нейтронами

ранее было найдено равным $(1{,}35 \pm 0{,}27) \cdot 10^{-27}$ см² (1).

Образцы азотнокислого кадмия в течение 0,5—1 часа облучались 14-Мэ нейтронами, растворялись, и из раствора с носителем выделялся пал ладий путем осаждения диметилглиоксимом. В фильтрате серебро с но сителем осаждалось в виде AgCl. Осадок переосаждался из аммиака, активность его измерялась стандартным цилиндрическим счетчиком Гей гера (44,5 мг/см²). Активность палладиевых осадков измерялась в оди наковых геометрических условиях.

На рис. 1 представлена типичная кривая спада активности серебряног осадка, на рис. 2 — результаты графического анализа кривой рис. 1. По лученные периоды полураспада 24-минутного; 3,2-часового; 5,3 часового 7,5-дневного хорошо согласуются с литературными значениями периодо полураспада Ag^{106}, Ag^{112}, Ag^{113} и Ag^{111}.

В табл. 1 представлены данные абсорбционных измерений для β-из лучений Ag^{106}, Ag^{111}, Ag^{112} и Ag^{113}, полученные в результате измерени

ктивности серебра, выделенного из кадмиевой мишени, через алюминие фильтры разных толщин и последующего графического анализа олных кривых распада. В таблице также приводятся данные абсорбцинных измерений для излучения Pd^{109}, использовавшиеся при расчете

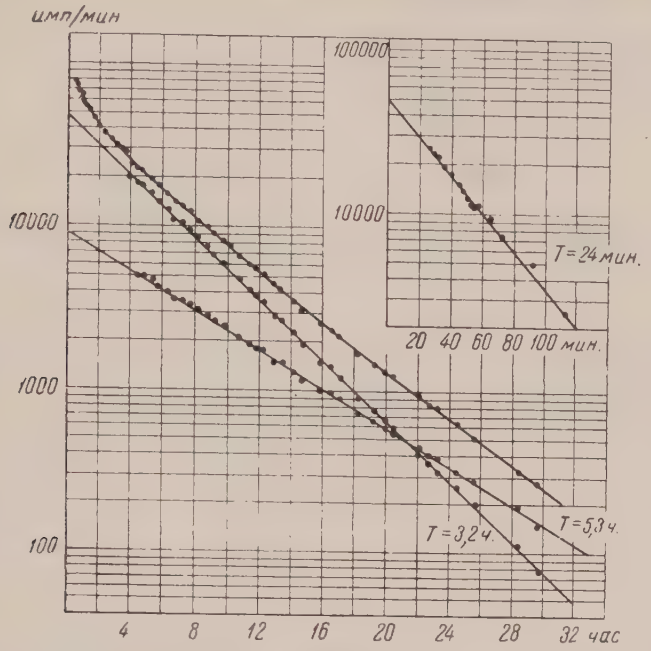


Рис. 2. Результаты графического анализа рис. 1

лений реакций. В третьем и четвертом столбцах таблицы даны максильные энергии исследовавшихся β-излучений, принятые в литературе рассчитанные по данным наших абсорбционных измерений из эмпирического соотношения $E = 2{,}12 \cdot 10^{-2}\, d_{1/2} + 0{,}17$ (²).

Таблица 1

учение	Толщина полупоглощения $d^1/_2$, мг/см²	E_{max}, Мэв		Поправка на поглощение в стенке счетчика
		расч.	лит.	
g^{106}	96	2,21	1,96	0,70
g^{111}	40	1,02	1,04	0,44
g^{112}	195	4,30	4,20	0,84
g^{113}	97	2,23	2,20	0,70
d^{109}	42	1,06	0,96	0,45

Как следует из таблицы, измеренные нами значения максимальных энергий для 24 мин., 3,2 часа, 5,3 часа и 7,3 дня излучений хорошо согласуются с литературными значениями для β-излучений Ag^{106}, Ag^{112}, Ag^{113} и Ag^{111}.

В табл. 2 сопоставляются начальные активности Ag^{106}, Ag^{111}, Ag^{112} и Ag^{113}, полученные в двух независимых опытах, в табл. 3 — активности Ag^{111} и Pd^{109}, полученные в трех параллельных облучениях.

Таблица 2

чальн. активности с учетом распада за время облучения				Относительные активности			
Ag^{106}	Ag^{111}	Ag^{112}	Ag^{113}	Ag^{106}	Ag^{111}	Ag^{113}	Ag^{113}
7600	150	19500	3680	251,0	1,0	130,0	24,6
5000	376	49800	9350	226,0	1,0	133,0	24,9

Сечения реакций рассчитывались по данным табл. 1, 2 и 3, по известным периодам полураспада Ag^{106}, Ag^{111}, Ag^{112}, Ag^{113} и процентным содержаниям Cd^{106}, Cd^{111}, Cd^{112}, Cd^{113} в естественной смеси изотопов кадмия.

Согласно литературным данным ([3]) Ag^{106} имеет два изомера с $T = 24$ ми
и 8,2 дня. Изомер с $T = 8{,}2$ дня распадается исключительно путем элек
ронного захвата; изомер с $T = 24$ мин. согласно литературным данным (

Таблица 3

Начальн. активности с учетом распада за время облучения		Отношение начальных активностей $\alpha = \frac{I_{Ag^{111}}}{I_{Pd^{109}}}$
Pd^{109}	Ag^{111}	
368	150	0,407
450	221	0,490
420	180	0,428

Таблица 4

Реакция	Сечения, мбарн
Cd^{106} (n, p) Ag^{106} (24 мин.)	(76 ±24)
Cd^{111} (n,p) Ag^{111}	(15,0±3,8)
Cd^{112} (n,p) Ag^{112}	(9,8 ±2,9)
Cd^{113} (n,p) Ag^{113}	(7,2 ±2,2)

на 69% распадается с испусканием позитронов, а на 31% — путем эле
тронного захвата. Наши данные позволяют рассчитать сечение только дл
изомера с $T = 24$ мин.

Результаты расчета сечений представлены в табл. 4.

Автор выражает благодарность Ю. Лапицкому за большую помощ
в работе.

Институт химической физики
Академии наук СССР

Поступило
20 XI 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Б. Г. Дзантиев, В. Н. Левковский, А. Д. Малиевский, ДАН, 11
№ 3 (1957). [2] Э. Брода, Современное состояние радиохимии, 1953, стр. 2
[3] I. M. Hollander, I. Perlman, G. T. Seaborg, Rev. Mod. Phys., 25, № 2, 4
(1953). [4] W. L. Bendel, F. I. Shore, H. N. Brown, R. A. Becker, Phys. Re
90, 888 (1953).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

ФИЗИКА

В. Г. ТЕЛЬКОВСКИЙ и В. И. ПИСТУНОВИЧ

ПРОХОЖДЕНИЕ ИОНОВ РАЗЛИЧНЫХ ГАЗОВ ЧЕРЕЗ ТОНКУЮ СЕРЕБРЯНУЮ ФОЛЬГУ

(Представлено академиком Л. А. Арцимовичем 14 XII 1956)

Прохождение заряженных частиц через металлы хорошо изучено в области больших энергий (порядка 100 кэв и выше). Для средних энергий имеется только работа Х. Бетцера (1), в которой приведены данные потерь энергии протонами в интервале от 4 до 60 кэв для фольг из различных металлов. О прохождении через фольгу других ионов средних энергий в литературе нет сведений. Это объясняется трудностью получения тонких металлических фольг и сложностью работы с ними.

Нами разработан способ получения тонкой серебряной фольги толщиной до 40 мμ и исследовано прохождение ионов H^+, He^+, C^+, N^+ и O^+ через фольги толщиной 40÷60 мμ. При получении тонких однородных фольг необходимо, чтобы размер кристаллов был значительно меньше толщины фольги.

В работах (2,3) изучено старение тонких металлических фольг при различных температурах. Медная фольга, изготовленная при температуре жидкого азота, имеет размеры кристаллов ~40 Å, а при комнатной температуре ~ 400 Å. Поэтому для изготовления тонкой мелкокристаллической серебряной фольги используется охлаждаемая жидким азотом металлическая подложка. Она состоит из обезгаженной кованой алюминиевой фольги толщиной 1—2 μ и полированной медной пластины. На такую подложку испаряется серебро при давлении остаточного газа $1 \div 3 \cdot 10^{-7}$ мм рт. ст. Кусочки алюминиевой фольги с нанесенным слоем серебра помещаются в раствор NaOH. Алюминий растворяется, и на поверхности остается тонкая серебряная фольга. Ее вынимают из раствора, сушат и ставят на приемник для исследований. Такой способ позволяет достаточно просто и быстро получать серебряные фольги хорошего качества, толщиной 50 ÷ 80 мμ. Бомбардировкой ионами гелия с энергией 20—40 кэв достигается уменьшение толщины фольги до 40 мμ, толщина фольги определялась с точностью ± 4% сначала взвешиванием, а во время работы —по потере энергии протонами в фольгах, в предположении, что потеря прямо пропорциональна толщине фольг (см. (1)). Однородность фольг измерялась на микрофотометре. Измерения показали, что колебания толщины не превышают 2%.

Исследования проводились на установке типа большого магнитного масс-спектрометра длиной около 5 м и с углом поворота пучка 25°. Дифференциальная откачка осуществлялась тремя диффузионными насосами с ловушками, охлаждаемыми жидким азотом. В источнике ионов применялся разряд дугового типа в продольном магнитном поле. Плотность ионного тока в области щели газоразрядной камеры доходила до 100 ма/см², и ее можно было плавно регулировать в процессе работы.

Приемник был окружен медной рубашкой при температуре жидкого азота. Давление в его области при работе с гелием и водородом составляло $6 \div 8 \cdot 10^{-7}$ мм рт. ст., а с тяжелыми газами ~ $1 \cdot 10^{-7}$ мм рт. ст.,

что позволяло сохранять во время исследований чистую поверхност фольг.

Для определения потери энергии ионов при прохождении через фольг был использован метод задерживающего потенциала. Применение общег источника питания для ускорения ионов из источника и торможения их н приемнике позволило существенно уменьшить ошибку измерений, та что она не превышала 1%. Распределение ионов в первичном пучке по энер гиям было снято с точностью 0,04 ÷ 0,12% от их энергии.

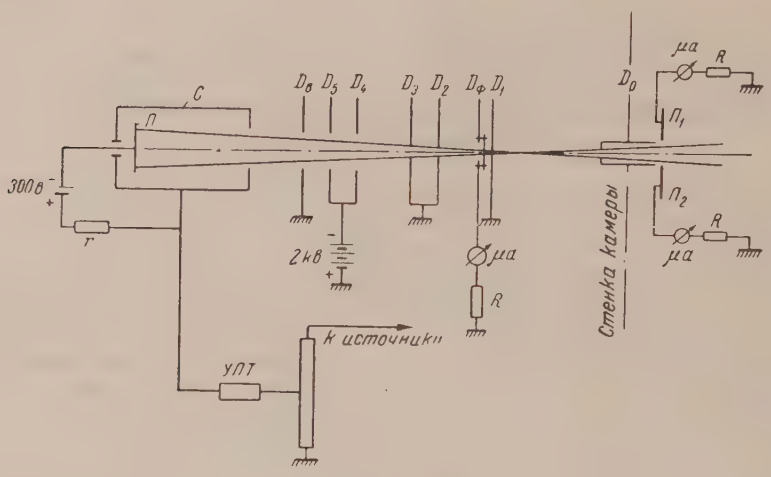


Рис. 1

Принципиальная конструкция приемника и измерительная схема по казаны на рис. 1. Диафрагма D_0 отделяла область приемника установки от остального вакуумного объема и вырезала пучок. Пластины $П_1$ и $П_2$ служили для определения интенсивности первичного пучка и его местоположения

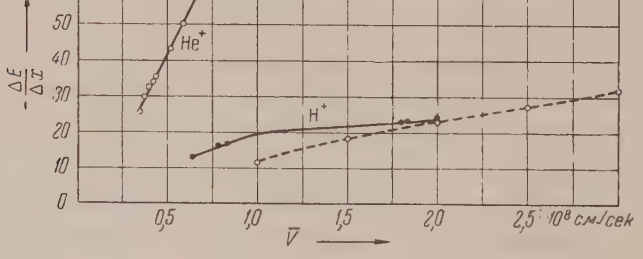


Рис. 2. Зависимость сечения потери энергии ионами H^+ и He^+ в серебряной фольге от средней скорости ионов. Пунктирная кривая — по данным Бетцера

На диафрагме D_Φ укреплялась фольга. Диафрагмы D_2 и D_3 пропускали ионы в угле $\pm$ 4°. Защитой от вторичных отрицательных частиц служили диафрагмы D_4, D_5 и D_6. Приемник состоял из пластины $П$ и цилиндра C.

Результаты измерений зависимости потерь энергии и скорости ионами H^+ и He^+ от средней скорости ионов показаны на рис. 2 и 3. В табл. приведены пороговые значения энергий и скоростей, при которых наблюдается прохождение различных ионов через серебряную фольгу толщиной 55 мμ.

На рис. 2 для сравнения приведены данные из работы [1], которые расходятся с результатами настоящей работы при малых скоростях. Это объясняется, вероятно, наличием больших ошибок в этой области скоростей при использованной Х. Бетцером методике измерения. (Он измерял потерю скорости по отклонению частиц в магнитном поле с низкой разрешающей способностью, а количество протонов фиксировал газонаполненным счетчиком со слюдяным окном.)

Таблица 1

Ион	$E_{нач}$ (кэв)	Начальная скорость ионов $v_{нач}\left(10^8 \frac{см}{сек}\right)$	Средняя потеря скорости $-\frac{\Delta v}{\Delta x}\left(10^6 \frac{смк}{сек\ мк}\right)$
He^+	7,2	0,6	0,95
C^+	21,5	0,6	1,03
N^+	24,5	0,59	1,02
O^+	28	0,59	1,02

Из результатов измерений следует, что при одинаковых скоростях для всех исследуемых атомарных ионов потери скорости одинаковы в пределах

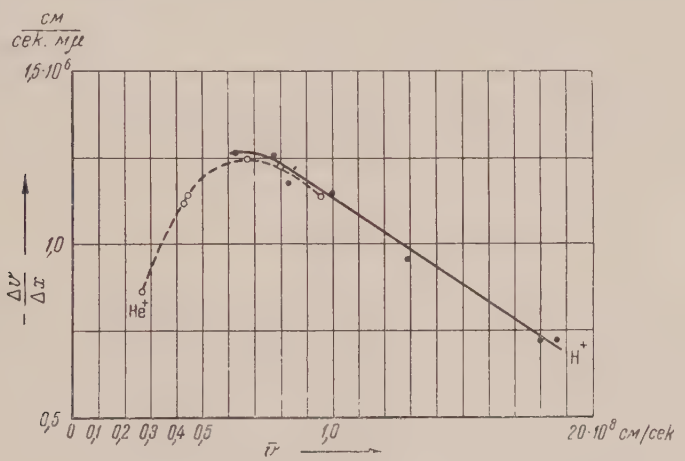


Рис. 3. Зависимость потери скорости ионами H^+ и He^+ в серебряной фольге от средней скорости ионов

ошибок измерений, а потери энергии растут пропорционально массам ионов. Это свидетельствует о том, что главным и определяющим в механизме передачи энергии является скорость ионов, проходящих через фольгу.

Затем была сделана оценка числа нейтральных частиц, вышедших из фольги, для H^+ и He^+ при $E \geqslant 25$ кэв и при пороговых значениях энергии для остальных ионов. Она производилась по вторичной электронной эмиссии, поскольку последняя, вызванная нейтральными частицами и ионами, одинакова (см. [4]). Эта оценка носит качественный характер, так как вторичная эмиссия измерялась с необезгаженной мишени, а следовательно, были возможны ошибки в определении ее коэффициента.

Из работ [5, 6] видно, что отрицательные и дважды заряженные положительные ионы в исследуемом нами диапазоне энергий составляют не больше 5%; поэтому они не учитывались.

Для протонов количество нейтральных частиц равно количеству поло жительных при начальной энергии 33 ÷ 34 кэв, что хорошо согласуетс с работой [5] и подтверждает правильность предположения об опреде ляющем значении нескольких последних (~ 5) атомных слоев в зарядово равновесии частиц, проходящих через фольгу.

Для ионов He^+, C^+, N^+ и O^+ в исследуемом диапазоне энергий преобла дают нейтральные атомы, составляющие ~ 70 ÷ 80% от общего их числа

На углы, большие $\pm 4°$, рассеивается незначительная часть заряженны и нейтральных частиц (~4÷9%)

Поступило
5 XI 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] H. Bätzner, Ann. d. Phys., 5 Folge, **25**, 233 (1936). [2] П. М. Морс зов, М. М. Бутслов, ЖЭТФ, **16**, в. 8, 857 (1946). [3] H. D. Keith, Proc. Phys Soc., Sect. B, **69**, part. 2, № 434 B, 180 (1956). [4] В. Г. Тельковский, ДАН, **108**, № 2 444 (1956). [5] J. A. Phillips, Phys. Rev., **97**, № 2, 404 (1955). [6] G. A. Dissam aike, Phil. Mag., **44**, № 357, 1051 (1953).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

ГЕОФИЗИКА

В. М. МОРОЗОВ

НЕМОЛЕКУЛЯРНОМ РАССЕЯНИИ СВЕТА В ВЫСОКИХ СЛОЯХ АТМОСФЕРЫ

(Представлено академиком В. Г. Фесенковым 15 XII 1956)

Первые количественные данные о локальном рассеянии света на ольших высотах при помощи прожекторного зондирования были полу-ены Хальбертом (1) и Джонсоном с соавторами (2). Согласно (1, 2) доля эрозольного рассеяния света, постепенно уменьшаясь с высотой, стано-ится пренебрежимо малой по сравнению с молекулярным рассеянием а высотах 8—11 км. И. А. Хвостиков ввел в уравнение прожекторного ондирования член, позволяющий учитывать эффект ослабления света ромежуточными слоями воздуха (3). И. А. Хвостиков и А. М. Семчи-ова (4) провели определения коэффициентов рассеяния воздуха до вы-оты примерно 2 км.

Если условие горизонтальной однородности атмосферы соблюдается, о для монохроматического света с длиной волны λ уравнение прожек-орного зондирования с учетом ослабления света в атмосфере запишется ледующим образом:

$$\alpha_\lambda(h) = \alpha_{0,\lambda}(h) \exp\left[\varkappa \int_0^h \alpha_\lambda(h)\, dh\right], \qquad (1)$$

де α_λ — коэффициент рассеяния на высоте h; $\varkappa = \frac{1}{\sin\beta} + \frac{1}{\sin\omega}$; β и ω — глы возвышения, соответственно, прибора и прожектора. Будем счи-ать, что приемником света служит фотометр с фотоэлементом (фото-множителем), расположенным в фокусе прожекторного зеркала. простейшем случае, если: а) угловые размеры прожекторного луча алы и его изображение целиком укладывается на фотокатоде и б) чув-твительность вдоль поверхности фотокатода постоянна, то (1, 2)

$$\alpha_{0,\lambda} = \frac{b\cos\beta_0}{\Delta\beta_0 \cdot S} \frac{E_\lambda(h)}{\Phi_{0\lambda}} \frac{4\pi}{f_\lambda(\varphi)}, \qquad (2)$$

де $E_\lambda(h)$ — световой поток, падающий на входное отверстие прибора лощадью S; $\Phi_{0\lambda}$ — первоначальный световой поток прожектора; $\frac{1}{4\pi} f_\lambda(\varphi)$ — функция рассеяния (при интегрировании по телесному углу 4π $\frac{1}{4\pi}\int f_\lambda(\varphi)\, d\Omega = 1$); φ — угол рассеяния; b — расстояние между про-ектором и фотометром; $\Delta\beta_0$ — угол зрения фотометра в вертикальной лоскости и $\beta_0 = \pi/2 - \omega$ (см. рис. 1).

Однако условия, при которых было получено простое выражение (2) ля $\alpha_{0,\lambda}$, в действительности не соблюдаются: а) изучение прожектора остоит из яркого узкого луча, который мы назовем собственно лучом, сравнительно слабого, но широкого фона, который, постепенно умень-лаясь, простирается в пределах примерно 40°; б) чувствительность

вдоль поверхности фотокатода не является постоянной. Учет фона пр
изводится введением в уравнение прожекторного зондирования добаво
ного члена E'_β, учитывающего рассеянный свет фона луча, попадающ
в фотометр, когда он направлен под углом возвышения β. Выражен
для E'_β находится путем интегрирования по линии визирования фот
метра в пределах фона прожекторного луча с учетом изменения коэ
фициента рассеяния в зависимости
высоты (рис. 2). В пределах уг
зрения фотометра (по ширине) Δ
фон можно считать постоянным. В

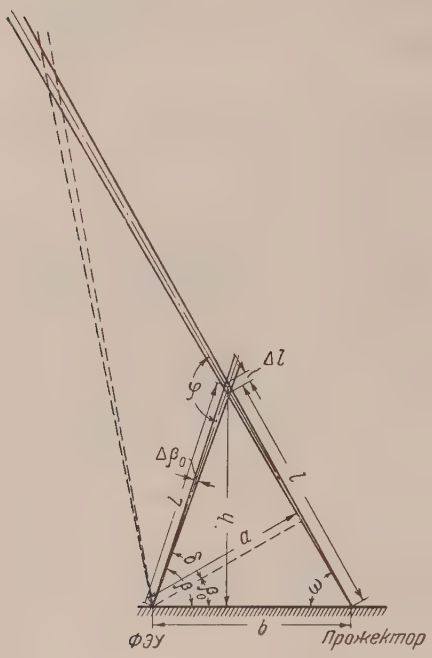


Рис. 1

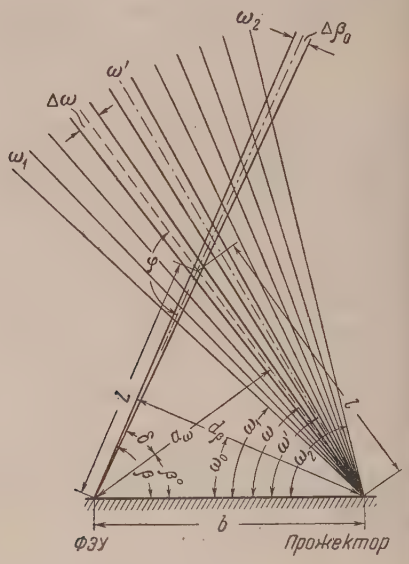


Рис. 2

ражая переменные h и φ при заданном β в функции угла ω (для о
луча $\omega = \omega'$), можно обозначить произведение $\alpha_\lambda \frac{1}{4\pi} f(\varphi) \exp\left[-\left(\frac{1}{\sin\beta}\right.\right.$
$\left.\left.+\frac{1}{\sin\omega}\right)\int_0^h \alpha_\lambda dh\right]$ через $Z = Z(\omega)$; тогда

$$E'_\beta = \frac{\Delta\beta_0 \cdot S}{b \sin\beta} \Delta\lambda_0 \int_{\omega_1}^{\omega_2} I_0(\omega) Z(\omega) d\omega,$$

где $I_0(\omega)$ — первичный световой поток фона в единице телесного угл
пределы интегрирования ω_1 и ω_2 определяются границами фона; остал
ные обозначения указаны выше. Для суммарного потока $F = E_\lambda + E$
измеряемого фотометром, получаем

$$F = \frac{\Delta\beta_0 \cdot S}{b \cos\beta_0} \Phi_{0,\lambda} \alpha_\lambda \frac{1}{4\pi} f(\varphi) \exp\left[-\varkappa \int_0^h \alpha_\lambda dh\right] + \frac{\Delta\beta_0 \cdot S}{b \sin\beta} \Delta\lambda_0 \int_{\omega_1}^{\omega_2} I_0(\omega) Z(\omega) d\omega.$$

Рассмотрим случай, когда E'_β значительно меньше E_λ. На перв
этапе решения задачи можно ограничиться приближенным учетом нал
чия фона у прожекторного луча, принимая, что при каждом заданн
β в пределах $\omega_1 < \omega < \omega_2$ функция $Z(\omega)$ меняется линейно в зависимос
от ω, и используя свойство симметрии функции $I_0(\omega)$ относительно о
луча. Изменение чувствительности вдоль катода фотоэлемента учит
вается при помощи функций P и K, которые определяются эксперим

ально и при заданном ω зависят от β. Тогда из (4) получаем приближенное и точное уравнения:

$$\alpha_1(h) = \frac{iP}{\Phi_{0,\lambda}} \frac{b\cos\beta_0}{\Delta\beta_0 \cdot S} \frac{4\pi}{f(\varphi)} \exp\left[\varkappa \int_0^h \alpha_1(h)\, dh\right]; \tag{5}$$

$$\alpha_2(h) = \left[\frac{i}{\Phi_{0,\lambda}} \frac{b\cos\beta_0}{\Delta\beta_0 \cdot S} - \frac{c}{\sin\beta} \Delta\lambda_0 \int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{I_0(\omega)}{\Phi_{0,\lambda}} Z(\omega)\, d\omega\right] K \frac{4\pi}{f(\varphi)} \exp\left[\varkappa \int_0^h \alpha_2(h)\, dh\right]. \tag{6}$$

де i — показания фотометра, c — постоянная. Измерения рассеянного вета луча и первичного потока $\Phi_{0,\lambda}$ производятся одним фотометром соответствующее ослабление $\Phi_{0,\lambda}$ достигается применением системы отражения от двух экранов). Вводя обозначения

$$\alpha_{0,1}(h) = \frac{iP}{\Phi_{0,\lambda}} \frac{b\cos\beta_0}{\Delta\beta_0 \cdot S} \frac{4\pi}{f(\varphi)},$$

$$\alpha_{0,2} = \left[\frac{i}{\Phi_{0,\lambda}} \frac{b\cos\beta_0}{\Delta\beta_0 \cdot S} - \frac{c}{\sin\beta} \Delta\lambda_0 \int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{I_0(\omega)}{\Phi_{0,\lambda}} Z(\omega)\, d\omega\right] K \frac{4\pi}{f(\varphi)},$$

равнения (5) и (6) можно переписать следующим образом:

$$\alpha_1(h) = \alpha_{0,1}(h) \exp\left[\varkappa \int_0^h \alpha_1(h)\, dh\right], \tag{7}$$

$$\alpha_2(h) = \alpha_{0,2}(h) \exp\left[\varkappa \int_0^h \alpha_2(h)\, dh\right]. \tag{8}$$

Вначале решается приближенное уравнение (5), (7), затем по найденному $\alpha_1 = \alpha_1(h)$ вычисляются значения интеграла $\int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{I_0(\omega)}{\Phi_{0,\lambda}} Z(\omega)\, d\omega$ в (6), (8) и определяются пределы применимости уравнения (5), (7) *. писанный метод оценки фона ри наличии многократного ассеяния света позволяет ключить его влияние.

Как можно показать, по-ученной на основании эк-спериментальных данных ривой $\alpha_{0,1} = \alpha_{0,1}(h)$ соот-тствуют две кривые для эффициента рассеяния: $= \alpha_1'(h)$ и $\alpha_1 = \alpha_1''(h)$. Ре-ение уравнения (5), (7) нахо-тся методом последовательных приближений. В качестве нулевого иближения используется функция $\alpha_{0,1}$. Функция рассеяния в нижних оях атмосферы значительно отличается от релеевской, и, кроме того, известно, как она меняется с высотой, поэтому практически уравнение (5), (7) можно решить, если граничные условия задавать не у земли, а на достаточно высоком уровне. Проведя измерения с двумя прожекторами и используя два уравнения типа (5), (7), можно определить тическую толщу $\int_0^h \alpha_1(h)\, dh$ независимо от формы индикатрисы для

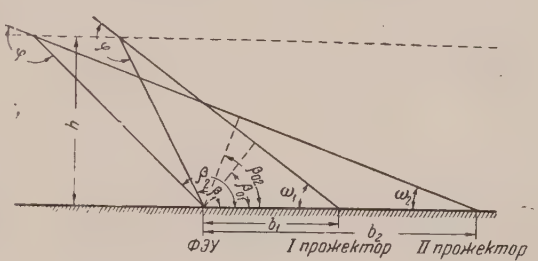


Рис. 3

* Фон луча можно определить экспериментально, измеряя суммарную яркость ственно луча и фона и отдельно яркость фона вблизи от собственно луча.

нижних, наиболее замутненных 5—6 км (рис. 3). Выше этого уров фактическая индикатриса рассеяния также отличается от релеевско однако, если при измерениях углы рассеяния $\varphi > \pi/2$ и действительны является решение, соответствующее α_1' ($\alpha_1' < \alpha_1''$), то можно оценить нижни предел значений α_1. Более целесообра но решать уравнение (5), (7) по данны измерения оптической толщи всей атм сферы, которая определяется известны ми в астрофизике методами. При это практически достаточно довести высот прожекторного зондирования до уров

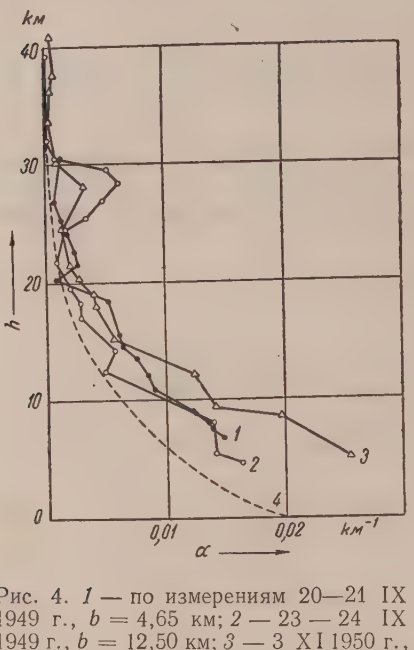


Рис. 4. *1* — по измерениям 20—21 IX 1949 г., $b = 4{,}65$ км; *2* — 23 — 24 IX 1949 г., $b = 12{,}50$ км; *3* — 3 XI 1950 г., $b = 10{,}33$ км; *4* — значения α по Релею

35 км, поскольку отличием $\int_0^{35\text{ км}} \alpha_1 dh$ от $\int_0^{\infty} \alpha_1 dh$ — порядка 1% — можно прене бречь.

Результаты определения $\alpha_1 = \alpha_1(h)$ по данным трех прожекторных измере ний представлены на рис. 4 для эффек тивной $\lambda = 0{,}485$ μ (при полуширин спектрального интервала около 0,07 μ. По оси абсцисс отложены значения α_1 км$^{-1}$, а по оси ординат — высота на поверхностью земли в км. Разброс от дельных точек экспериментальных кри вых находится в пределах погрешност измерения. Измерения проводились Московской обл. О пределах применимости приближенного уравнени (5) можно судить по отношению $\alpha_{0,1}/\alpha_{0,2}$. Результаты вычислени $\alpha_{0,1}/\alpha_{0,2}$ для разных высот по сглаженным кривым $\alpha_1 = \alpha_1(h)$ приведены в табл. 1.

Таблица 1

20—21 IX 1949 г. b=4,65 км		23—24 IX 1949 г. b=12,50 км	
h, км	$\alpha_{0,1}/\alpha_{0,2}$	h, км	$\alpha_{0,1}/\alpha_{0,2}$
30,8	2,06	39,1	1,50
25,2	1,39	30,5	1,05
20,4	1,08	25,4	1,03
13,2	1,01	19,5	1,01
9,45	1,01	15,5	0,99
		11,1	0,99

Наблюдающиеся на рис. 4 отклонения экспериментальных кривых *1*, *2*, *3* от теоретической кривой *4* для чистого воздуха ниже уровня 30 км превышают предельные погрешности измерений, а выше уровня 30 км оказываются сравнимыми с ними. Таким образом, вплоть до высоты 30 км над поверхностью земли (и, по-видимому, даже до 40 км) в рассеянном свете прожекторного луч обнаружено наличие немолекулярного рассеяния света.

Институт физики атмосферы
Академии наук СССР

Поступило
15 XII 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] E. O. Hulbert, J. Opt. Soc. Am., 27, № 11, 377 (1937). [2] E. A. Johnso R. C. Meyer, R. E. Hopkins, W. H. Mock, J. Opt. Soc. Am. 29, 512 (193 [3] И. А. Хвостиков, Изв. АН СССР, сер. геофиз. и географ., 9, № 5—6, 445 (194 [4] И. А. Хвостиков, А. М. Семчинова, Изв. АН СССР, сер. геофиз. и географ 9, № 5—6, 425 (1945).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

ГЕОФИЗИКА

Академик В. В. ШУЛЕЙКИН

ЕЩЕ О КИНЕМАТИКЕ МОРСКИХ ВОЛН

В ряде предыдущих работ ([1–4]) мы установили, что профиль морских лн, в особенности ветровых, отличается от трохоид, вывели уравнения офиля в параметрической форме

$$x = R\theta + a\sin\theta,\quad y = b\cos\theta \tag{1}$$

обнаружили физические причины сильного заострения ветровых волн. о всех цитированных статьях считалось, что a и b — полуоси некоторого помогательного эллипса, позволяющего с достаточным приближением роить профиль волн по точкам. Такое представление было очень удобно, к как отношение полуосей a/b удалось связать с характеристиками новых лений, обнаруженных нами в кинематике морских волн. Именно, из авнения неразрывности было выявлено, что при отсутствии ветра или при ень слабом ветре должны существовать пульсации скорости «волнового чения», открытого Стоксом; эти пульсации течения (прежде считавшегося стоянным по скорости) порождают различие между a и b, причем

$$\frac{a}{b} = 1 + \frac{r}{R}. \tag{2}$$

То же уравнение неразрывности позволило нам установить, что при сильм ветре должны возникать резкие колебания скорости дрейфового теения с тем же периодом, равным периоду T волн. Обобщенное выражение я a/b записывается так:

$$\frac{a}{b} = 1 + \frac{r}{R}\left(1 + \frac{\bar{u}}{v}\right). \tag{3}$$

В уравнениях (2) и (3) r — радиус орбиты поверхностной частицы; R — к называемый радиус круга качения ($R = \lambda/2\pi$, где λ — длина волн); — средняя за период скорость дрейфового течения (прежде считавшаяся стоянной); v — скорость орбитального движения частиц на поверхности ря.

В настоящей статье покажем, что эллипс с полуосями a и b, которому прежде приписывали лишь скромную роль вспомогательной кривой, приретает весьма четкий физический смысл, а уравнения в параметрической рме (1) не являются простым «лекалом», более или менее удачно придуным для сбрисовки профиля морских волн, а более правомочными авнениями кинематики, чем уравнения трохоиды, служившие в качестве рвого приближения.

Прежде всего, по формуле (89) работы ([4]) выразим мгновенное значение орости волнового течения w; по формуле (95) работы ([4]) выразим мгновенное значение скорости дрейфового течения u; учтем также мгновенное ачение горизонтальной составляющей орбитальной скорости $v\cos\theta$ дви-ения поверхностной частицы:

$$w = \omega\frac{r^2}{R} + \omega\frac{r^2}{R}\cos\theta,\quad u = \bar{u} + \bar{u}\frac{r}{R}\cos\theta,\quad v\cos\theta = \omega r\cos\theta. \tag{4}$$

Сложив левые части трех уравнений (4), заведомо получим мгновенн значение полной скорости горизонтального движения поверхностных стиц. Сложив все правые части, получим выражение, которое позвол разобраться в физическом смысле явлений:

$$w + u + v\cos\theta = \left(\omega\frac{r^2}{R} + \bar{u}\right) + \left(\omega r + \omega\frac{r^2}{R} + \bar{u}\frac{r}{R}\right)\cos\theta.$$

Уравнение (5) показывает, что полная скорость горизонтального д жения поверхностных частиц распадается на две части: одна из них пр ставляет собой то «постоянное» течение, с которым совсем недавно опери вала кинематика морских течений; это «постоянное» течение состоит «волнового», обладающего по Стоксу скоростью $\omega\frac{r^2}{R}$, и из дрейфового, вестного прежде по его средней скорости $\bar{u}$.

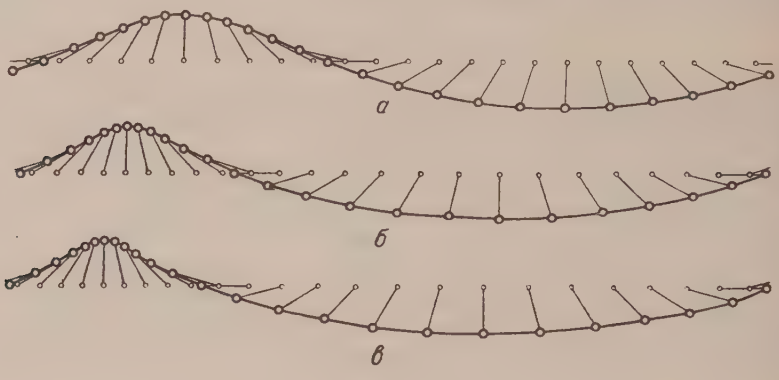


Рис. 1

Наибольший интерес представляет другая — колеблющаяся — ча течения, скорость которого запишем, предварительно вынеся за скоб угловую скорость ω орбитального движения:

$$U_x = \omega\left(r + \frac{r^2}{R} + \frac{\bar{u}}{\omega}\frac{r}{R}\right)\cos\theta.$$

Легко показать, что выражение, стоящее в скобках в (6), представл собой не что иное, как выражение полуоси a нашего «вспомогательно эллипса. Действительно, помножим левую часть уравнения (3) на b, а прав на равную ему величину r (так как малая полуось равна половине высо волн, т. е. r):

$$a = r + \frac{r^2}{R} + \frac{\bar{u}}{v}\frac{r^2}{R}.$$

Помножим на r числитель и знаменатель третьего члена в скобке в ф муле (6). Тогда в скобке появится выражение (7), ибо $\omega r = v$.

Значит, скорость горизонтальных колебаний поверхностных част

$$U_x = \omega a\cos\theta.$$

Скорость вертикальных колебаний тех же частиц найдется просто посредством дифференцирования второго уравнения системы (1):

$$U_y = -\omega b\sin\theta.$$

Выведенные уравнения вскрывают физический смысл эллипса с по осями a и b. Именно, в координатной системе, движущейся со скорост

$\frac{r^2}{R} + \bar{u}$ по направлению волн, эллипс с полуосями a и b представляет со-
ой траекторию водной частицы.

Итак, в самом общем случае, сложное движение поверхностной водной
ыстицы, в отмеченной подвижной системе координат, можно описать сле-
ующими составляющими:

1. Как и в классических схемах, частица вращается с угловой скоростью
вокруг некоторого центра, находясь постоянно на расстоянии r от него.

2. Сам центр вращения совершает горизонтальные колебания около сред-
его своего положения со скоростью $\omega \frac{r^2}{R}\left(1 + \frac{\bar{u}}{v}\right)\cos\theta$.

На рис. 1 изображены графически три случая подобных движений ча-
тиц с соответствующим сдвигом фаз при продвижении по направлению рас-
пространения волн. Случай 1 *а* соответствует классической трохоидальной

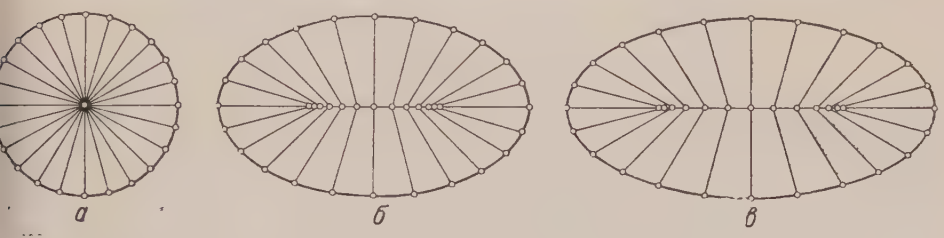


Рис. 2

олне; здесь центры вращения неподвижны. Случай 1 *б* отвечает несколько
аостренной форме профиля волн; центры вращения совершают колебания
горизонтальных направлениях. Наконец, на рис. 1 *в* представлена очень
ильно заостренная волна; центры вращения совершают горизонтальные
олебания с большой амплитудой.

На рис. 2 внимание сосредоточено на одной поверхностной частице воды
рименительно ко всем трем упомянутым вариантам. Рис. 2 *а* представляет
азличные фазы орбитального движения частицы вокруг неподвижного
ентра. На рис. 2 *б* частица движется с прежней угловой скоростью вокруг
ентра вращения, оставаясь на прежнем расстоянии r от него, но сам центр
ращения колеблется по горизонтальным направлениям около своего сред-
его положения. На рис. 2 *в* такие горизонтальные колебания центра вра-
ения достигают наибольшей величины, доступной при устойчивом про-
иле волн.

Морской гидрофизический институт
Академии наук СССР

Поступило
24 XII 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

В. В. Шулейкин, ДАН, 93, № 2, 265 (1953). [2] В. В. Шулейкин, ДАН, 95,
5, 987 (1954). [3] В. В. Шулейкин, ДАН, 95, № 6, 1186 (1954). [4] В. В. Шулей-
кин, Тр. Морск. гидрофиз. инст. АН СССР, 9 (1956).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИК

А. В. БРЮХАНОВ

К ВОПРОСУ ОБ УПРУГОМ ПОСЛЕДЕЙСТВИИ В УГЛЕРОДИСТЫХ СТАЛЯХ

(Представлено академиком П. А. Ребиндером 29 XII 1956)

Классическое исследование упругого последействия в кристаллах кварца, выполненное А. Ф. Иоффе (1), показало, что в чистых и правильно построенных монокристаллах это явление не наблюдается. Вместе с тем экспериментальные факты (2–5) указывают на связь упругого последействия со структурной неоднородностью строения тел и, в частности, в случае металлов — с поликристаллическим его состоянием и присутствием примесей. С другой стороны, эффекты последействия обусловлены запаздыванием в восстановлении равновесия, нарушенного внешним воздействием, причем это восстановление в общем случае осуществляется с помощью диффузии вещества или энергии. Можно полагать, что при достаточно высоких температурах в поликристаллических металлах определяющую роль в явлении упругого последействия играют процессы граничной диффузии, которые в свою очередь, определяются строением и составом межкристаллического вещества и величиной площади граничных поверхностей зерен. Под достаточно высокой температурой мы понимаем такую температуру, при которой границы зерен оказывают равное (или меньшее) сопротивление медленному деформированию, чем тело зерен. (Температуру равного сопротивления иногда называют эквикогезивной температурой.) Это положение и определило направление наших экспериментальных исследований.

Здесь мы приводим результаты, полученные при исследовании упругого последействия малоуглеродистой У2 и эвтектоидной У8 сталей. Исследования проводились при испытании стандартных образцов (6) на растяжение на несколько измененном варианте машины ИП-2 ЦНИИТМАШ. Образцы вытачивались из прутковой стали, предварительно подвергнутой термической обработке. Из каждой стали были приготовлены три группы образцов: крупнозернистые, среднезернистые и мелкозернистые. Дальнейшее изложение ведется на примере стали У2 со средним диаметром зерна 0,04 мм (феррит и пластинчатый перлит). Крупнозернистые и мелкозернистые образцы имели средний диаметр зерна, соответственно равный 0,13 и 0,016 мм.

Высказанное выше предположение о диффузионном характере упругого последействия в поликристаллических металлах должно вести за собой, как следствие, наличие зависимости обратного упругого последействия от времени выдержки образца под нагрузкой и от его структуры. На рис. 1 в полулогарифмических координатах даны кривые обратного упругого последействия (за вычетом мгновенной части), снятые после различных выдержек образцов под напряжением $\sigma = 6$ кГ/мм² при $T = 500°$ С.

Анализ результатов измерений приводит к следующему:

1. Эффект обратного упругого последействия зависит от времени выдержки образца под нагрузкой. Интервал времен выдержки образца под нагрузкой включал в себя времена, значительно превосходящие время

течение которого обратное упругое последействие практически заканчи-ается.

2. Зависимость обратного упругого последействия от времени наблю-ения не может быть описана простым показательным законом. Экспери-ентальные кривые на начальных участках процесса обнаруживают откло-ение от такого закона. Величина этих отклонений и промежуток времени, течение которого они наблюдаются, увеличиваются с возрастанием вре-ени выдержки образца под нагрузкой. Линейные участки кривых, пред-

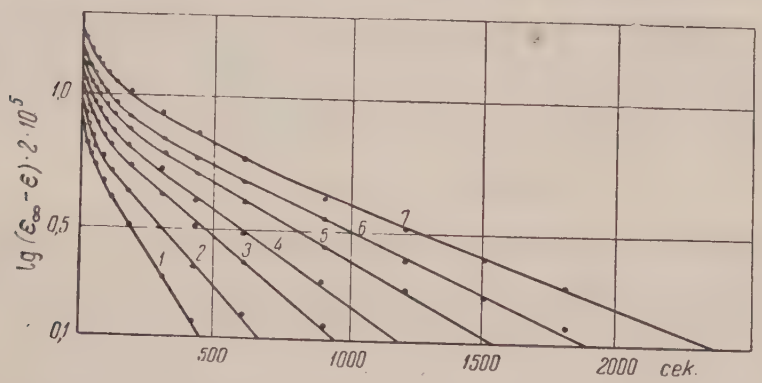


Рис. 1. Кривые обратного упругого последействия, снятые после выдержки под напряжением $\sigma = 6$ кГ/мм² в течение времени: *1*— 5 мин.; *2* — 15 мин.; *3* — 30 мин.; *4* — 1 час.; *5*—2 часа; *6*—5 час.; *7*—10 час.

тавляющие показательную зависимость деформации от времени, мы ха-актеризовали временем релаксации τ_1. С возрастанием времени выдержки увеличивается.

3. Явление обратного упругого последействия зависит от структуры бразцов, причем у мелкозернистых образцов зависимость обратного уп-ругого последействия от времени выдержки образца под нагрузкой и откло-ения от показательного закона ависимости деформации от вре-ени выражены наиболее резко.

На рис. 2 в полулогарифми-еских координатах даны «быс-рые» составляющие обратного пругого последействия ε_1, по-ученные вычитанием из полной еформации части деформации, ледующей показательному за-ону, экстраполированному в бласть малых времен. Вид этих ривых аналогичен виду кри-ых рис. 1. Линейные участки х могут характеризоваться по-оянным временем релаксации , и для кривых, «быстрые» составляющие которых не обнаруживают зна-ительных отклонений от экспоненты, можно принять приближенно, что ормула зависимости деформации обратного упругого последействия от ремени состоит из суммы двух экспонент.

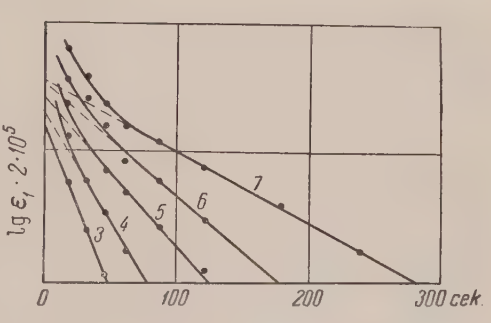


Рис. 2. «Быстрые» составляющие обратного упругого последействия для кривых рис. 1

Для кривых, снятых после продолжительных выдержек образцов под агрузкой (они обнаруживают на начальных участках кривых значитель-ые отклонения от зависимости, выраженной суммой двух экспонент), нам алось получить третьи составляющие. Они оказались аналогичными «бы-рым» составляющим. Таким образом, кривые, снятые после продолжи-

тельных выдержек образцов под нагрузкой, более точно представляются уже суммой трех экспонент. Имея достаточное число экспериментальных точек, особенно в начальные моменты процесса, такое построение, очевидно, можно было бы неограниченно продолжить. Зависимость обратного упругого последействия от времени тогда выразится формулой

$$\varepsilon_\infty - \varepsilon = \int_0^\infty A(\tau)\, e^{-t/\tau}\, d\tau, \qquad (1)$$

где $A(\tau)$ — функция распределения, удовлетворяющая условию нормировки и схематически изображенная на рис. 3. В грубом приближении кривую $A(\tau)$ можно заменить прямоугольником (пунктир на рисунке) и считать, что $A(\tau) = \text{const}$ в интервале $\tau'' < \tau < \tau'$ и равна нулю вне его. Интегрирование (1) с помощью теоремы о среднем в этом случае дает:

$$\varepsilon_\infty - \varepsilon = \frac{B}{t}\left(e^{-t/\tau'} - e^{-t/\tau''}\right), \qquad (2)$$

где B — некоторая постоянная; t — время, отсчитываемое от момента разгрузки.

Качественная и количественная проверка формулы (2) на всем экспериментальном материале дала удовлетворительные результаты.

Явление обратного упругого последействия получает простую физическую интерпретацию в предположении, что время релаксации процессов граничной диффузии обратно пропорционально упругим напряжениям, существующим в зернах и на границах зерен поликристалла. В силу анизотропии упругих свойств кристаллов, неоднородности структуры образца и других факторов эти напряжения при удалении нагрузки неравномерно распределены по зернам и границам отдельных зерен, что приводит к возникновению спектра времен релаксации. Максимальное время релаксации τ' в формуле (2) соответствует, таким образом, минимальному напряжению, встречающемуся на границах зерен, а минимальное τ'' соответствует максимальному напряжению. Обработка экспериментальных кривых с помощью формулы (2) показала, что максимальное время релаксации τ' зависит только от сорта стали и от температуры и не зависит от размера зерен, от величины внешнего напряжения и от времени выдержки образца под нагрузкой, тогда как τ'' зависит от всех этих факторов. Объяснение зависимости обратного упругого последействия от времени выдержки образца под нагрузкой заключается в том, что последняя изменяет характер распределения упругих напряжений в образце. С увеличением времени выдержки сужается спектр времен релаксации за счет перемещения левой его границы (малые времена релаксации) с одновременным перераспределением напряжений на зернах в пользу правой части спектра. Это приводит к увеличению среднего времени релаксации и росту абсолютной величины эффекта. Аналогично объясняется и влияние внешнего напряжения. Сравнение экспериментальных кривых, снятых после выдержки под напряжением $\sigma = 4{,}5$; 6 и 7 5 кГ/мм², показало, что увеличение напряжения влияет на обратное упругое последействие так же, как и увеличение времени выдержки образца под нагрузкой.

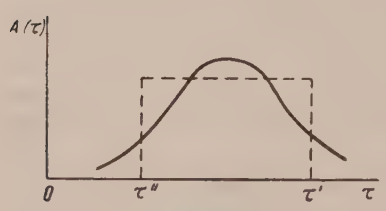


Рис. 3

Обработка с помощью формулы (2) кривых обратного упругого последействия снятых при различных температурах, дала линейную зависимость между $\ln \tau'$ и обратной абсолютной температурой. Из наклона прямых было вычислено значение энергии активации $U = 20000$ кал/моль, которая по порядку величины соответствует данным, известным из литературы [7, 8].

Таким образом, можно считать удовлетворительно оправданным предположение о связи времен релаксации τ' с величиной упругого напряжения и абсолютной температурой зависимостью вида

$$\tau' = \frac{\tau_0 e^{Q/T}}{\sigma}. \qquad (3)$$

Формула (2), следовательно, может быть применена для расчета эффекта обратного упругого последействия в углеродистых сталях при температуре выше эквикогезивной.

В заключение выражаю глубокую благодарность профессору Г. М. Бартеневу за руководство работой.

Московский городской педагогический институт
им. В. П. Потемкина

Поступило
30 VI 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] А. Ф. Иоффе, Физика кристаллов, 1929. [2] В. И. Лихтман, П. А. Ребиндер, ДАН, 57, 53 (1947). [3] Сборн. ст. Упругость и неупругость металлов, ИЛ, 1954. [4] Н. Н. Давиденков, Г. А. Кусмирская, ЖТФ, 16, 1261 (1946). [5] А. Салли, Ползучесть металлов и жаропрочные сплавы, 1953. [6] Сборн. ст. Релаксация и ползучесть металлов, 1952. [7] G. Richter, Ann. d. Phys., 32, 683 (1938). [8] W. West, Trans. AIME, 167, 192 (1946).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Член-корреспондент АН СССР В. Д. КУЗНЕЦОВ и В. И. ФЛЕРОВ

К ВОПРОСУ О ЗАВИСИМОСТИ КОЭФФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ ОТ СКОРОСТИ

Вопрос о зависимости коэффициента трения от скорости изучен совершенно недостаточно ([1-6]).

Полученный экспериментальный материал носит противоречивый характер. Одни авторы получали независимость коэффициента трения от скорости, другие наблюдали его падение или рост при увеличении скорости, а некоторые получали кривые с одним или двумя максимумами. Было высказано предположение о том, что сложная зависимость коэффициента трения μ для металлов и сплавов обусловлена появлением наростов на одном из трущихся тел при определенных условиях. Несмотря на то, что образования наростов при трении и схватывание трущихся тел являются обычными и служат, очевидно, причиной заедания валов в подшипниках, задиров и т. д., явление наростообразования почему-то до сих пор не привлекалось к объяснению сложной зависимости коэффициента трения μ от скорости v.

В настоящей работе изучалось влияние наростов на скоростную зависимость коэффициента трения при трении скольжения стали по стали и твердого сплава Т15К6 по стали. Трение сферического образца с радиусом 2,5 мм производилось с продольной подачей 2—3 мм/об по цилиндрической болванке от осевой вагонной стали, которая перед опытом протачивалась резцом Колесова при скорости 200 м/мин, глубине резания 0,05 мм и подаче 2—3 мм/об, так что состояние поверхности во всех случаях было одинаковым. Опыты производились при четырех нагрузках на образец, которые задавались при помощи рычага с грузами. Скорость изменялась в пределах 0,50—630,0 м/мин.

Результаты опытов при трении твердого сплава по стали изображены на рис. 1 *А* при трении стали по стали — на рис. 1 *Б*. Кривые *1*, *2*, *3*, *4* соответствуют нагрузкам 1,2; 3,0; 10,0; 20,0 кГ. Опыты показали, что зависимость коэффициента трения от скорости действительно в основном определяется схватыванием и наростообразованием.

При нагрузке на образец из твердого сплава в 1,2 кГ, в силу легких условий трения, наростов не наблюдается, и коэффициент трения совершенно не зависит от скорости (кривая *1* на рис. 1 *А*). Во всех остальных случаях на кривой скоростной зависимости наблюдается максимум коэффициента трения. Появление этого максимума можно объяснить схватыванием и образованием наростов, которые появляются, начиная со скоростей 1—2 м/мин. Положение же максимума можно объяснить специфической температурной зависимостью пластичности исследуемой стали, которая сначала растет и достигает максимума при температуре 100—150°, затем падает, достигает минимума при 300—350°, после чего монотонно возрастает.

Так как пластическая деформация является необходимым условием для схватывания и образования наростов, то можно ожидать, что интенсивность этой деформации, определяющая величину коэффициента трения, будет наибольшей в области максимальной пластичности. Измерение температуры

оверхности в процессе опыта показывает, что максимуму коэффициентов рения при скорости 6—10 м/мин соответствует температура 100—150°, . е. такая температура, при которой пластичность наибольшая в интерале температур от комнатной о 300°.

Вследствие схватывания и образования наростов поверхностный слой пластически деформируется, причем работа, затрачиваемая на пластические деформации, должна быть максимальной в области максимума коэффициента трения. О величине этой работы можно судить по глубине наклепанного слоя h и степени наклепа δH, которую можно оценить следующим образом:

$$\delta H = \frac{H_{макс} - H_{исх}}{H_{исх}} 100\%,$$

где $H_{исх}$ — исходная, $H_{макс}$ — максимальная твердость наклепанного слоя.

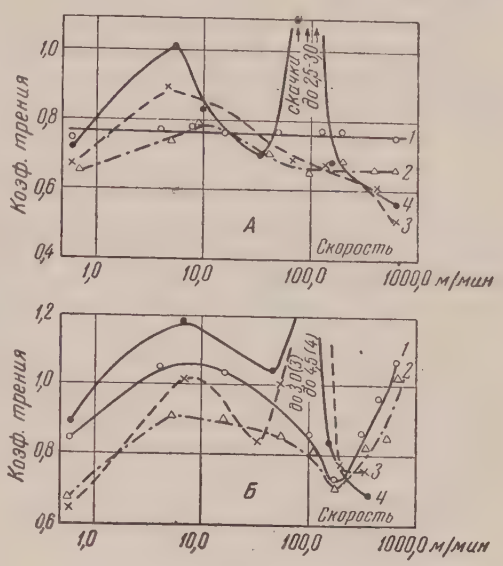


Рис. 1

В табл. 1 приведены значения h и δH для трения твердого сплава по стали при нагрузке на образец $P = 20{,}0$ кГ.

Из табл. 1 можно сделать вывод, что работа, затрачиваемая на пластическую деформацию, наибольшая при той скорости, при которой коэффициент трения имеет максимальное значение (скорость около 10 м/мин), так как при этой скорости глубина наклепанного слоя наибольшая, хотя степень наклепа не переходит через максимум. Таким образом, максимум коэффициента трения при скоростях 6 — 10 м/мин объясняется протеканием на поверхности процессов схватывания и наростообразования, а его положение — специфической зависимостью пластичности стали от температуры.

Таблица 1

Сталь Т15К6, $P = 20{,}0$ кГ		
v, м/мин	h, мм	δH, %
5,5	0,10	170
10,0	0,20	170
21,0	0,15	180
45,0	0,04	400
70,0	0,11	490
100,0	0,02	400
240,0	0,015	470

Дальнейший ход кривых можно объяснить следующим образом. При трении твердого сплава по стали при нагрузках 3,0 и 10,0 кГ наросты исчезают уже при скоростях 80—100 м/мин и при дальнейшем увеличении скорости больше не образуются, поэтому коэффициент трения при больших скоростях или остается постоянным, или падает (рис. 1 *А*, *2* и *3*).

Для пары сталь — сталь при нагрузке 1,2 и 3,0 кГ в диапазоне скоростей 200—600 м/мин коэффициент трения растет и достигает значений, превышающих значения первоначального максимума. Объяснить повышение коэффициента трения наростами здесь нельзя, так как наросты на поверхности не наблюдаются. Вероятно, повышение коэффициента трения обусловлено ростом площади фактического контакта, когда количество возникающих металлических связей возрастает, хотя прочность их, вследствие высоких температур, падает.

Процесс трения стали по стали при нагрузках 10,0 и 20,0 кГ и твердого

сплава по стали при 20,0 кГ в диапазоне скоростей 80—200 м/мин сопро вождается интенсивным образованием наростов, которые, возникая путе постепенного наслоения металла на образец, периодически схватываютс с поверхностью вала. При схватывании наблюдаются резкие скачки силы тре ния. Процесс трения становится настолько скачкообразным, что его невоз можно характеризовать каким-либо определенным коэффициентом трения а можно говорить только об области, в которой происходит изменение ко эффициента трения. В этом диапазоне скоростей пластическая деформаци снова становится значительной и глубина наклепанного слоя достигает зна чения 0,11 мм (см. табл. 1, $v = 70$ м/мин).

При скоростях 150—200 м/мин наросты совершенно исчезают, сила тре ния не испытывает больше скачков и коэффициент трения монотонно падае при увеличении скорости. При скоростях 150—200 м/мин и при нагрузка 10—20 кГ температура поверхности трения, по нашим измерениям, дости гает 700—900°. При таких температурах прочность возникающих металли ческих связей мала, вследствие чего наросты не образуются.

Таким образом, наша работа с очевидностью показала, что для объя нения сложной зависимости коэффициента трения от скорости необходим привлекать явления схватывания и наростообразования, так как без эти явлений объяснить зависимость невозможно.

Сибирский физико-технический институт
при Томском государственном университете
им. В. В. Куйбышева

Поступило
10 X 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] И. В. Крагельский, Трение и износ в машинах, 1, 1941, стр. 5. [2] В. Д. Ку нецов, Физика твердого тела, 4, 1947. [3] А. С. Ахматов, Трение и износ в машинах 2, 1940, стр. 223. [4] И. В. Крагельский, Е. М. Швецова, Трение и износ машинах, 10, 1955, стр. 5. [5] Б. И. Костецкий, Трение и износ при резани металлов, 1955, стр. 81. [6] Г. И. Грановский, Трение и износ при резании металлов 1955, стр. 14.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Г. А. СМОЛЕНСКИЙ, В. А. ИСУПОВ и А. И. АГРАНОВСКАЯ

ТВЕРДЫЕ РАСТВОРЫ МЕТАНИОБАТА И МЕТАТАНТАЛАТА БАРИЯ В ТИТАНАТЕ БАРИЯ, ОБЛАДАЮЩИЕ СЕГНЕТОЭЛЕКТРИЧЕСКИМИ СВОЙСТВАМИ

(Представлено академиком А. Ф. Иоффе 17 VIII 1956)

Значительное число работ посвящено изучению сегнетоэлектрических твердых растворов замещения. Твердые растворы замещения с вычитанием практически не исследовались. В связи с этим были синтезированы и изучены некоторые составы в системах $BaTiO_3$ — $Ba_{0,5}NbO_3$ и $BaTiO_3$ — $Ba_{0,5}TaO_3$ при содержании $Ba_{0,5}NbO_3$ и $Ba_{0,5}TaO_3$ до 10 мол. %. Можно полагать, что в этой области концентраций метаниобата (метатанталата) бария образуются твердые растворы со структурой типа перовскита*. Дефектной подрешеткой является, по-видимому, подрешетка ионов бария. Действительно, в системе $NaNbO_3$ — $Cd_{0,5}NbO_3$, которая в известной степени аналогична рассматриваемым системам, образуются твердые растворы со структурой типа перовскита с дефектной подрешеткой больших катионов при содержании $Cd_{0,5}NbO_3$ до 25 мол.% (1).

Поликристаллические образцы с малой открытой пористостью изготовлялись обычным способом (2). В качестве исходных материалов использовались углекислый барий марки ч.д.а., двуокись титана марки ч., пятиокись тантала и ниобия, полученные прокаливанием тантала с содержанием ниобия не более 2% и ниобия с содержанием примесей не более 1%. Температура окончательного обжига образцов в зависимости от их состава изменялась от 1250 до 1450°.

На рис. 1 и 2 приводятся температурные зависимости диэлектрической проницаемости ε и тангенса угла tg δ диэлектрических потерь твердых растворов, образующихся в системах $BaTiO_3$ — $Ba_{0,5}NbO_3$ и $BaTiO_3$ — $Ba_{0,5}TaO_3$. Введение метаниобата бария в титанат бария резко изменяет зависимость ε и tg δ от температуры. При содержании 1 мол. % $Ba_{0,5}NbO_3$ пик ε в точке Кюри исчезает и остается только излом на кривой $\varepsilon = f(T)$. При увеличении содержания $Ba_{0,5}NbO_3$ этот излом уменьшается и при концентрации $Ba_{0,5}NbO_3$ более 5 мол. % исчезает. Температура, при которой наблюдается излом на кривой, мало изменяется при увеличении содержания метаниобата бария.

В области фазового перехода из тетрагональной структуры в орторомбическую у твердых растворов наблюдается максимум ε, причем при содержании 1—4 мол.% $Ba_{0,5}NbO_3$ диэлектрическая проницаемость в максимуме достигает больших значений. При увеличении концентрации метаниобата бария максимумы на кривых $\varepsilon = f(T)$ уменьшаются и размываются, перемещаясь в область низких температур.

---

* Из дебаеграммы, полученной А. М. Калининой, следует, что состав, содержащий 10 мол.% $Ba_{0,5}TaO_3$, имеет при комнатной температуре кубическую структуру типа перовскита. Объем элементарной ячейки этого состава больше, чем у титаната бария.

Исследование зависимости ε от температуры при различных частотах показало, что положение максимумов и изломов на кривой $\varepsilon = f(T)$ для твердых растворов не зависит от частоты.

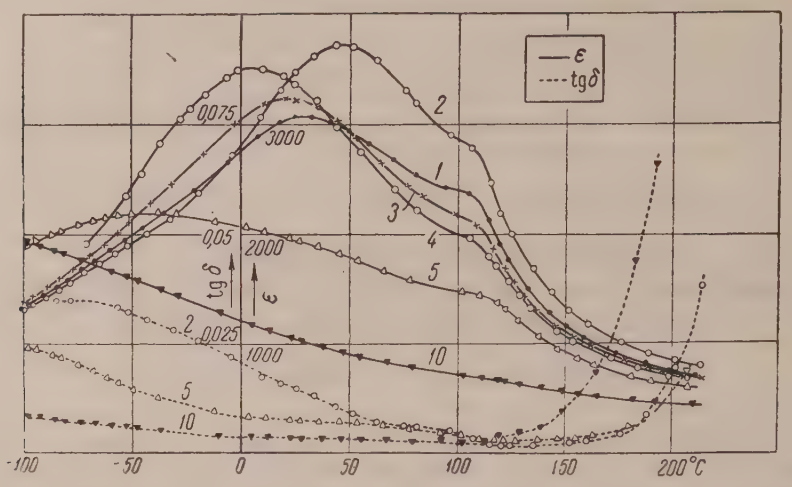


Рис. 1. Температурная зависимость диэлектрической проницаемости ε и тангенса угла диэлектрических потерь tg δ твердых растворов метаниобата бария в титанате бария в слабых полях при частоте 1 кгц. Цифры указывают содержание $Ba_{0,5}NbO_3$ в твердых растворах в молярных процентах

В отличие от титаната бария, tg δ для твердых растворов, особенно с большим содержанием метаниобата бария, мало изменяется при уменьшении температуры ниже 110—120°. Диэлектрические потери начинают

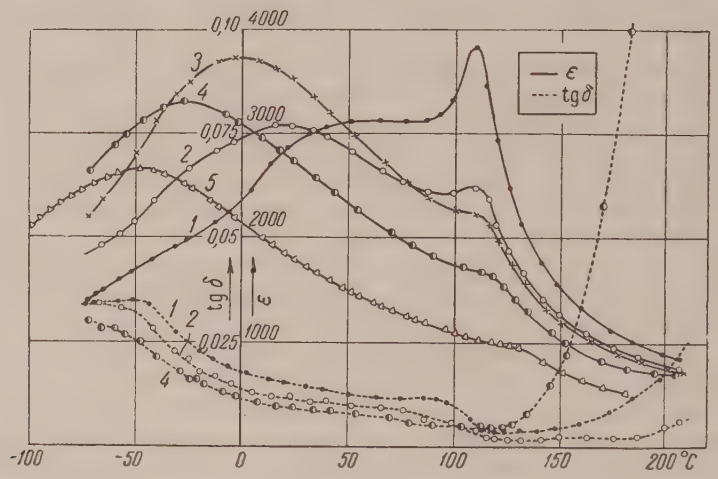


Рис. 2. Температурная зависимость диэлектрической проницаемости ε и тангенса угла диэлектрических потерь tg δ твердых растворов метатанталата бария в титанате бария в слабых полях при частоте 1 кгц. Цифры указывают содержание $Ba_{0,5}TaO_3$ в твердых растворах в молярных процентах

значительно расти только при охлаждении образца ниже температуры, соответствующей максимуму диэлектрической проницаемости.

Аналогичные закономерности наблюдаются в системе $BaTiO_3$ — $Ba_{0,5}TaO_3$, но метатанталат бария действует менее «эффективно», чем метаниобат бария.

Для исследуемых твердых растворов характерно, что их свойства за-тно отличаются от свойств титаната бария уже при малом содержании таниобата (метатанталата) бария. Введение 1 мол.% $Ba_{0,5}NbO_3$ приводит исчезновению пика диэлектрической проницаемости при 120°. В данном учае из каждых 200 ионов титана только 1 замещается ионом ниобия и на ждые 200 ионов бария образуется только 1 вакансия. Объяснить столь метное изменение свойств только за счет образования дефектов в ре-тке нельзя, так как метаниобат бария действует более интенсивно, чем татанталат бария, хотя число вакантных мест в обоих случаях одина-во.

Из температурной зависимости диэлектрической проницаемости были ределены точки фазовых переходов и построена ориентировочная диа-рамма фазовых переходов из кубической азы (*I*) в тетрагональную (*II*) и из тет-агональной в орторомбическую (*III*) в истемах $BaTiO_3$ — $Ba_{0,5}NbO_3$ и $BaTiO_3$ — $a_{0,5}TaO_3$ (рис. 3). Конечно, следует пом-ить, что в твердых растворах имеется не чка перехода, а область перехода.

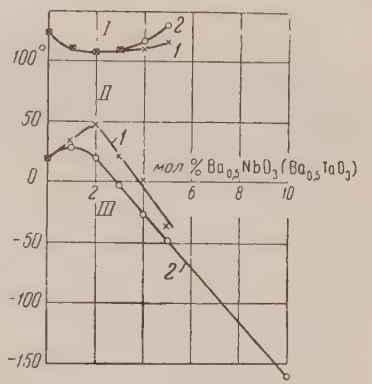


Рис. 3. Диаграммы фазовых переходов в системах: *1* — $BaTiO_3$ — $Ba_{0,5}NbO_3$; *2* — $BaTiO_3$—$Ba_{0,5}TaO_3$

Изменение температуры перехода из ромбической фазы в ромбоэдрическую твердых растворах при увеличении со-ржания в них метаниобата (метатанта-ата) бария не изучалось.

Из рис. 1—3 видно, что температура азового перехода из кубической фазы в трагональную мало изменяется при уве-ичении содержания $Ba_{0,5}NbO_3$ ($Ba_{0,5}TaO_3$), сам переход как бы вырождается. По ере увеличения концентрации метаниоба-(метатанталата) бария спонтанные сме-ения ионов в твердых растворах при переходе из кубической фазы в трагональную уменьшаются. Возможно, что в твердых растворах с содер-анием $Ba_{0,5}NbO_3$ ($Ba_{0,5}TaO_3$) около 10% происходит переход из кубиче-кой фазы непосредственно в орторомбическую или ромбоэдрическую.

Твердые растворы, особенно с большим содержанием метаниобата (мета-анталата) бария, отличаются от титаната бария меньшей зависимостью иэлектрической проницаемости от напряженности поля. Для твердого аствора содержание 10 мол.% $Ba_{0,5}NbO_3$ при комнатной температуре напряженности поля до 30 $кв_{макс}/см$ поляризация линейно зависит от апряженности поля, т. е. диэлектрическая проницаемость практически не ависит от напряженности поля.

Кроме твердых растворов в системах $BaTiO_3$ — $Ba_{0,5}NbO_3$ ($Ba_{0,5}TaO_3$) зучались также составы в системах $BaTiO_3$ — $BaNbO_{3,5}$ ($BaTaO_{3,5}$). казалось, что влияние пирониобата и пиротанталата бария аналогично ействию метаниобата и метатанталата бария. В настоящее время неизвест-о, образуются ли в системах с пирониобатом (пиротанталатом) бария твер-ые растворы или образуется гетерогенная смесь окиси бария и твердых астворов метаниобата (метанталата) бария в титанате бария. Не ключена возможность, что в тройных системах BaO — TiO_2 — Nb_2O_5 (Ta_2O_5), которым относятся изученные составы, твердые растворы образуются е только по линиям, соответствующим изученным составам, но сущест-уют области твердых растворов, прилегающие к этим линиям.

Сравнительно малая зависимость диэлектрической проницаемости ис-ледованных твердых растворов от температуры и напряженности поля, тсутствие летучих компонентов и невысокая температура спекания позво-яют надеяться, что эти твердые растворы смогут быть использованы для ехнических целей. Возможно, что наиболее ценные свойства будут получены

в тройных твердых растворах ниобата (танталата) бария и титаната стр
ция (или станната бария) в титанате бария. Сегнетоэлектрические тверд
растворы с высокой диэлектрической проницаемостью могут найти при
нение в качестве материалов для малогабаритных конденсаторов. М
териалы с пологой температурной зависимостью диэлектрической п
ницаемости, полученные недавно Коффиным ([3]) на основе титана
бария с добавками антимонатов, очевидно, также представляют соб
твердые растворы замещения с вычитанием.

Авторы выражают А. М. Калининой признательность за проведени
рентгеноструктурного анализа.

Институт полупроводников
Академии наук СССР

Поступило
31 VII 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] B. Lewis, E. A. D. White, Acta Cryst., 8, 849 (1955). [2] Г. А. Смоленски
В. А. Исупов, ЖТФ, 24, 1375 (1954). [3] W. W. Coffeen, J. Am. Ceram. Soc., 39,
(1956).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Е. М. ШЕВАНДИН, И. А. РАЗОВ, Р. Е. РЕШЕТНИКОВА и Б. Н. СЕРПЕНИНОВ

О ПРИРОДЕ МАСШТАБНОГО ЭФФЕКТА ПРИ РАЗРУШЕНИИ МЕТАЛЛОВ

(Представлено академиком А. Ф. Иоффе 14 VII 1956)

Влияние масштабного фактора на деформационную способность и прочность металлов обнаружено при хрупком ([1], [2]), полухрупком ([3], [4]) и полностью вязком ([5], [6]) разрушении. В подавляющем большинстве исследований роль масштабного фактора трактуется с позиций статистической теории прочности ([7], [8]). Впервые Н. Н. Давиденков ([9]) высказал предположение о возможности связи масштабного эффекта при полухрупких изломах стали с более раннее появление кристаллических областей у более крупных надрезанных образцов) с влиянием упругой энергии, аккумулированной образцом при нагружении. В дальнейшем эта идея, насколько нам известно, не была проверена экспериментально лишь в одной работе ([10]). Однако, окончательно этот вопрос до сих пор не разрешен. В работе ([10]) показана зависимость масштабного эффекта от величины упругой энергии при полухрупком изломе. Влияние масштабного фактора при полностью вязком или полностью хрупком разрушении в этой работе не изучалось.

Вообще данные о влиянии упругой энергии на характеристики стали и разрушении были впервые получены автором в 1949 г. в отношении хрупкой прочности и критической температуры хрупкости и затем И. Л. Шилевичем в 1951 г. в отношении условий распространения трещины под действием остаточных напряжений.

Целью настоящего исследования было рассмотреть задачу о масштабном эффекте для всех упомянутых случаев разрушения металлов.

Основные испытания проводились на надрезанных образцах, вырезанных из листа толщиной 60 мм стали марка СХЛ-1 опытной плавки. Образцы имели размеры: $60\times60\times330$; $30\times30\times165$; $20\times20\times110$; $10\times10\times55$ и $5\times5\times$ 2,5 мм. В одной серии образцов — с мягким надрезом — глубина надреза: t = 18; 9; 6; 3; 1,5 мм и радиус дна надреза ρ = 18; 9; 6; 3 и 1,5 мм. В другой серии образцов — с острым надрезом величины t были те же, а ρ = 1,5; 0,75; 0,5; 0,25 и 0,125 мм. Все остальные геометрические элементы (пролет, радиус ножа, опор и т. п.) выбирались с соблюдением полного геометрического подобия. Образцы меньших размеров изготавливались после испытания из половинок больших образцов. Испытания заключались в статическом изгибе сосредоточенной силой в середине пролета.

При изучении влияния масштаба при полностью вязком разрушении применялся метод, названный «методом меченых трещинок». Образец с нанесенной в надрезе делительной сеткой ([12]) подвергался изгибу ступенями ($1 \div 2°$ для первой серии и $10 \div 20'$ для второй серии) с измерением локальной пластической деформации по сеткам и длины всех трещинок при их зарождении и дальнейшем развитии. Минимальные размеры обнаруженных трещин составляли примерно 0,1—0,2 мм при размерах элемента сетки 1×1 или $0,5\times0,5$ мм. Характерными этапами разрушения, на которые обращалось особое внимание, были: появление первых трещинок; разрушение поверхности дна надреза (выход трещины на боковые грани); полное разрушение образца — разделение на две части. Для первых двух этапов, кроме наблюдения за длиной трещинок, производилось определение средней деформации наиболее деформированных элементов и соответ-

Заказ 1342

ствующего угла изгиба, а для последнего этапа определялся только уг изгиба.

Результаты испытаний образцов первой серии приведены в табл.

Таблица 1

Влияние масштаба на характеристики разрушения образцов с мягким надрезом

Образец	Размеры образца, мм	Начало возникновения трещин		Разрушение поверхности дна надреза		Полное разрушение образца
		угол изгиба, φ, град.	относит. удлинен. δ, %	угол изгиба φ, град.	относит. удлинен, δ, %	угол изгиба φ, град.
а	60×60×330	34	70	51	98	51
б	30×30×165	38	75	57	105	66
в	20×20×110	33	70	60	110	81
г	10×10×55	35	72	70	115	95
д	5× 5×27,5	34	70	75	130	125

и на рис. 1. Как видно, первые трещинки, независимо от размеров образц получаются при практически одинаковой предельной деформации; влиян масштаба проявляется и усиливается н более поздних этапах разрушения. И рис. 2 видно, что для образцов второ серии наблюдается аналогичная картин в еще более резкой форме. Отметим п путно, что при наличии острого надре предельная деформация имеет значител ную величину (80%).

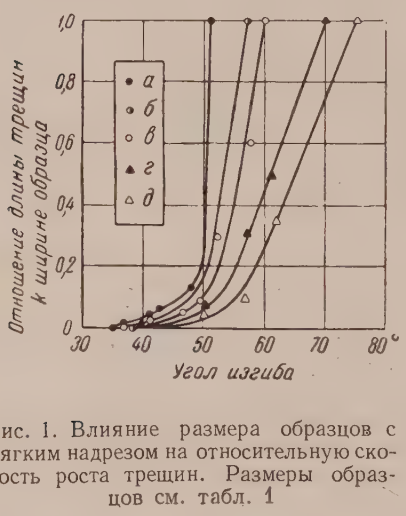


Рис. 1. Влияние размера образцов с мягким надрезом на относительную скорость роста трещин. Размеры образцов см. табл. 1

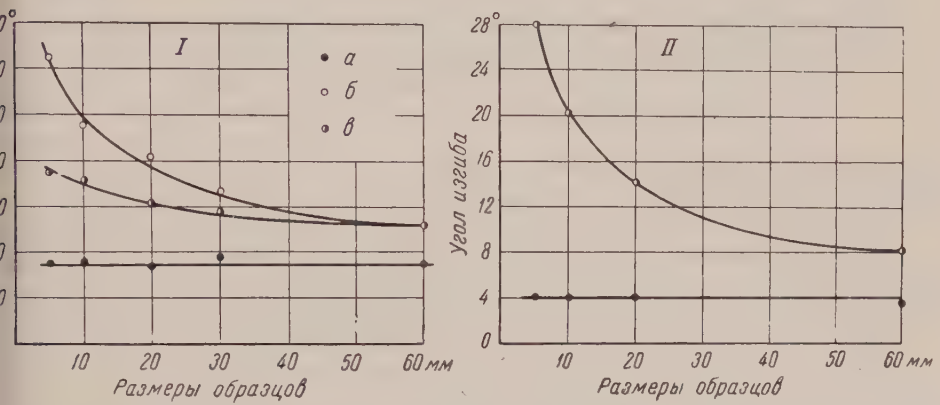
Изложенное показывает, что устано ленное в работе ([6]) влияние масштаба пр вязком разрушении сказывается не начальной, а лишь в последующих ст диях разрушения и обусловливает бо шую скорость развития и распростран ния терщины у более крупных обра цов. Этот результат указывает на т что в диапазоне обычно изучаемых ра меров, вопреки сложившимся взглядам статистический фактор практически играет роли. Он, возможно, имеет зн чение при весьма малых размерах образцов, для которых радиус дна на реза соизмерим с размерами действительного зерна.

Масштабный эффект — увеличение скорости роста трещины с укру нением образца должен быть объяснен ростом запаса упругой энерги накопленной в системе образец — испытательная машина. Это подтверждае ся характером диаграмм на рис. 1, показывающих увеличение темпа н растания для более крупных образцов, а также результатами следующе опыта.

Образцы с острым надрезом сечением 20×20 мм были испытаны с посл довательно включенной пружиной, обеспечившей такой же запас упруго энергии в системе, как у образцов сечением 30×30 мм. При этом оказало что предельная деформация и условия разрушения у образца с сечени 20×20 мм та же, что у образца 30×30 мм при испытании без пружины. Э подтверждает зависимость масштабного фактора от упругой энергии, прич не от коэффициента жесткости пружины ([12], [13]) (который был различны при испытании образца 20×20 мм с пружиной и образца 30×30 мм б

ужины), а от общего запаса упругой энергии (тождественного в сравни-
мых случаях). При этом более быстрый темп роста трещины у более
упного образца или у образца данной величины при испытании его с пру-
ной связан, видимо, с большей величиной упругой энергии, освобождаю-
йся при распространении трещины до определенных относительных раз-
ров.

Следует указать, что для первой серии излом имел частично кристалли-
кое строение у образцов 60×60 (70%) и 30×30 мм (30%); у образцов
х остальных размеров этой серии излом был полностью волокнистым.



. 2. Влияние масштаба на характеристики разрушения образцов с мягким (*I*) и острым надрезом: *а* — появление первых трещин; *б* — разрушение поверхности дна надреза; *в* — полное разрушение образца

образцов второй серии излом был волокнистым во всех случаях. При этом
на волокнистого строения у образцов с мягким надрезом примыкала
егда к основанию надреза.

Из изложенного следует, что не только кристаллический, но и волок-
стый излом может проходить с очень большой скоростью. Эта особенность
больших образцов может способствовать переходу в хрупкое состояние
появлению кристаллической области.

Для выяснения роли упругой энергии в образовании полухрупкого
лома у больших образцов с мягким надрезом был выполнен опыт, ана-
гичный упомянутому ранее. Образец сечением 20×20 мм, в обычных усло-
ях имевший полностью волокнистый излом, испытывался при наличии
ужины, обеспечившей ту же упругую энергию системы, что и у образца
ечением 30×30 мм (без пружины). У образца 20×20 мм в этом случае
оло 30% площади излома оказалось занятой зоной кристаллического
роения, как и у образцов 30×30 мм. Таким образом, масштабный эффект —
ление склонности к хрупкости у более крупных образцов — и в данном
учае полностью объясняется относительно бо́льшим запасом упругой
ергии в системе и не связан со статистическим фактором.

Определение хрупкой прочности, вернее, условного номинального на-
яжения при хрупком разрушении при изгибе, на образцах размером
×10×55 мм и 5×5×27,5 мм с острыми геометрически подобными надреза-
вырезанных из кованого прутка кремнистого железа (4,0% Si) показало
ычный масштабный эффект. Среднее значение (в каждом случае испыты-
лось 8÷10 образцов) $S_{от}$ возрастало с уменьшением размеров от 96,0 до
,5 кГ/мм².

Последовательное включение пружины, обеспечившей при испытании
азцов сечением 5×5 мм получение такого же запаса упругой энергии, как
образцов сечением 10×10 мм, обусловило уменьшение $S_{от}$ от величины,
актерной для образцов сечением 10×10 мм. Это следует и из рис. 3.

Здесь видно, что, вообще, хрупкая прочность с ростом запаса упругой эн
гии уменьшается, но по достижении определенного минима
ного значения при дальнейшем увеличении запаса упругой энер
продолжает оставаться на постоянном уровне. Очевидно, минимальн
уровень $S_{от}$ отвечает разрушению тотчас после появления первой т
щинки на поверхности. Во всех остальных случаях, при меньших запа
упругой энергии, разру
ние происходит лишь по
развития первичных т
щинок до определенн
критического размера,
большего, чем меньше р
мер образца — чем мен
запас упругой энергии
системе образец — маши

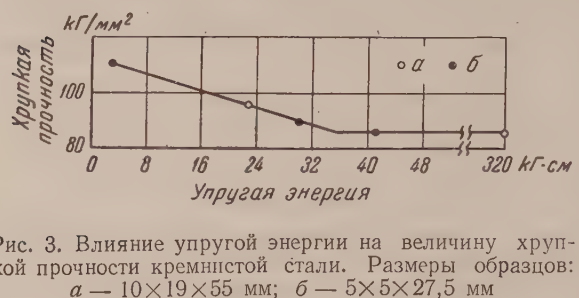


Рис. 3. Влияние упругой энергии на величину хрупкой прочности кремнистой стали. Размеры образцов: *а* — 10×19×55 мм; *б* — 5×5×27,5 мм

Таким образом, во в
изученных случаях:
вязком, полухрупком
хрупком разрушении масштабный эффект, по крайней мере в обы
изучаемом и имеющем практическое значение диапазоне размеров, обусл
лен влиянием упругой энергии, аккумулированной в системе образец
машина, и по существу не связан со статистическим фактором. Масшт
ный эффект — влияние большей величины запасенной упругой энер
у более крупных образцов проявляется: при вязком разрушении — в бо
быстром темпе распространения трещин и, соответственно, меньшем з
чении истинного сопротивления разрыву; при полухрупком разрушени
в более раннем появлении областей кристаллического строения и уси
нии склонности к хрупкости; при хрупком разрушении — в уменьше
величины хрупкой прочности. Во всех случаях он может быть связан с т
что у крупных образцов, в отличие от малых, при образовании трещины в
никает неустойчивое состояние, которое характеризуется тем, что действ
щее усилие превышает сопротивление деформированию. Однако, учиты
полученные результаты, вероятнее, что для всех типов разрушения прич
масштабного эффекта кроется в большей величине упругой энергии, о
бождающейся при образовании трещины, у более крупных образцов.
экспериментальных фактов свидетельствует, что масштабный эффект
усталостных разрушениях также связан с упругой энергией, накоплен
в образце при нагружении.

Следовательно, предложенное толкование природы масштабного
фекта имеет универсальное значение, и в этом его положительная сторо
Существенным результатом работы является также новое освещение ме
низма разрушения металлов.

Центральный научно-исследовательский
институт
им. А. Н. Крылова

Поступило
12 VII 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Е. М. Шевандин, Ш. С. Маневич, ЖТФ, **16**, в. 11, 1223 (1946). [2] W. W
b u l l, Proc. Roy Swed. Inst. Eng. Res., Stockholm. 151 and 153 (1939). [3] Ф. Ф. Витм
ЖТФ, **16**, в. 9, 961 (1946). [4] Б. Б. Чечулин, ЖТФ, **24**, в. 2, 292 (19
[5] И. М. Ройтман, Я. Б. Фридман, Микромеханический метод испытания ме
лов, 1950. [6] Б. Б. Чечулин, ЖТФ, **24**, в. 6, 1101 (1954). [7] А. П. Алекса
дров, С. Н. Журков, Явление хрупкого разрыва, 1933. [8] Т. А. Конторо
Я. И. Френкель, ЖТФ, **11**, в. 3, 173 (1941). [9] Н. Н. Давиденков, Предисл. к
Л. С. Мороза и С. С. Шуракова, Проблема прочности цементированной стали, 1
[10] A. A. W e l l s, Trans. N. E. Coast Inst. Eng. and Shipbuild., **71**, № 6, 277 (19
[11] Т. К. Зилова, Я. Б. Фридман, ЖТФ, **19**, в. 3, 431 (1949). [12] E. O r o w
J. Appl. Phys., **26**, № 7, 900 (1955). [13] A. K r i s c h, Arch. d. Eisenhüttenwes.,
№ 11—12, 595 (1954).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

КРИСТАЛЛОГРАФИЯ

М. П. ШАСКОЛЬСКАЯ и В. Е. КОЧНОВ

О ВОЗНИКНОВЕНИИ ВОЛНИСТЫХ ЛИНИЙ СКОЛЬЖЕНИЯ В КРИСТАЛЛАХ ХЛОРИСТОГО СЕРЕБРА

(Представлено академиком А. В. Шубниковым 19 VII 1956)

Как известно ([1], [2]) кристаллы хлористого серебра по своим механическим йствам весьма сходны с кристаллами металлов. В частности, процесс зникновения и развития линий скольжения в хлористом серебре проте-ет совершенно аналогично тому же процессу в металлах. Известно также, о в металлах, наряду с прямолинейными линиями скольжения, часто блюдаются извилистые, волнистые линии скольжения, причина возник-вения которых до сих пор не вполне ясна (см., например, ([3])).

Мы исследовали возникновение линий скольжения при растяжении ликристаллических, монокристальных по толщине тонких (десятые доли ллиметра) пластинок хлористого серебра, полученных в результате ессования и прокатки монокристалла и последующего отжига, приводя-его к рекристаллизации. Процесс пластической деформации в отдельных рнах такой поликристаллической пластинки характеризуется появле-ем тонких линий скольжения, отчетливо видимых как в проходящем, к и в отраженном свете. При последовательном увеличении нагрузки и линии постепенно удлиняются, разветвляются, и число их увеличи-ется. В одном и том же зерне линии проходят параллельно друг другу. При дальнейшем возрастании нагрузки часто появляется вторая система ний, перекрещивающаяся с линиями первой системы.

В разных зернах одного и того же образца, могут возникать системы к прямолинейных, так и извилистых, волнистых линий. Причина возник-вения волнистых линий долгое время оставалась для нас загадочной, ка нам не удалось подметить начальную стадию образования таких линий.

Фотография (см. рис. 1) показывает, что в начальной стадии процесса астической деформации еще не видно извилистой линии скольжения: ачала возникает ряд штрихов, т. е. коротких отрезков прямолинейных ний скольжения, параллельных друг другу. При последовательном уве-чении нагрузки эти отрезки слегка удлиняются и утолщаются (см. рис. 2) в конце концов сливаются, образуя извилистую линию скольжения. кая линия видна на фотографии рис. 3, снятой с того же участка кристал-после того как образец был оставлен под постоянной нагрузкой в тече-е 6 дней. Следы отдельных штрихов на образовавшейся извилистой линии ольжения различить уже трудно. Все фотографии сняты в отраженном ете, 600 ×.

В большинстве случаев эта начальная стадия протекает настолько быстро, о ее не удается подметить. Однако внимательное исследование уже обра-вавшихся извилистых линий скольжения на многих образцах кристаллов ористого серебра показывает, что почти всегда можно различить следы ямолинейных штрихов, в результате слияния которых и возникла изви-стая линия. Это заставляет нас высказать предположение, что первич-им процессом в образовании линий скольжения на кристаллах хлористого ребра всегда является возникновение прямолинейных линий скольжения.

Лишь впоследствии, при слиянии этих линий, возникают извилистые нии. Каким образом происходит это слияние — нам пока неясно.

Сходство процессов пластического деформирования кристаллов хло стого серебра и металлов позволяет высказать предположение что, мож быть, извилистые линии скольжения в металлах возникают тоже в резу тате слияния ряда прямолинейных линий скольжения.

Московский институт стали
им. И. В. Сталина

Поступило
6 VII 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] A. W. Stepanow, Sow. Phys., 6, 312 (1934); 8, 25 (1935); А. В. Степан ЖТФ, 19, 205 (1949). [2] R. D. Moeller, F. W. Schonfeld, C. R. Tipto J. T. Waber, Trans. Am. Soc. Met., 43, 28 (1951). [3] R. Madding, N. K. Che Progr. Met. Phys., 5, 53 (1954).

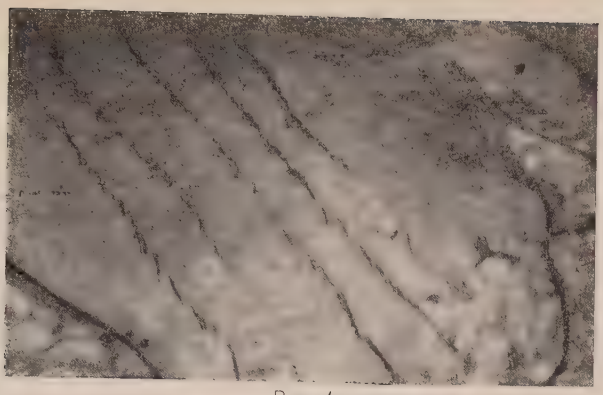


Рис.1

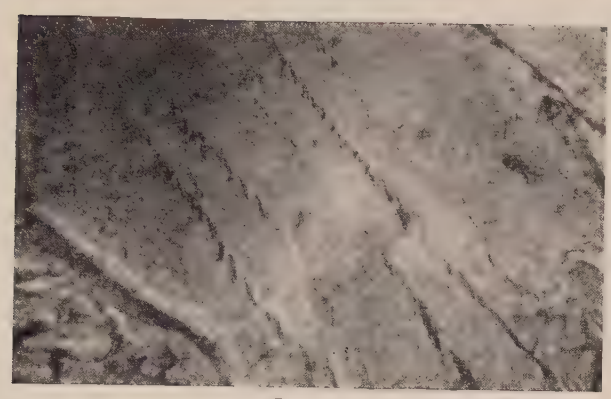


Рис.2

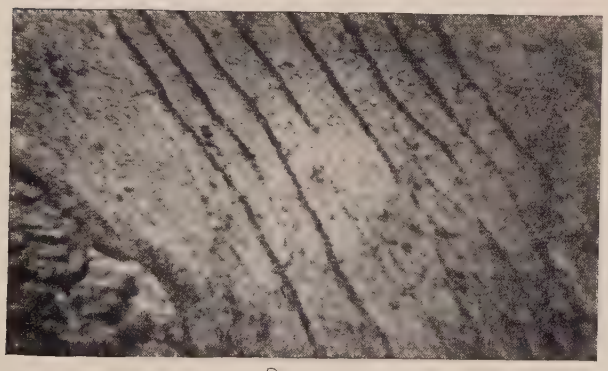


Рис.3

Рис. 1. Начальная стадия процесса пластической деформации. Появление штрихов, т. е. коротких отрезков прямолинейных линий скольжения, параллельных друг другу

Рис. 2. Утолщение и удлинение штрихов при возрастании нагрузки, прилагаемой к образцу

Рис. 3. Линии скольжения, образовавшиеся из отдельных штрихов после того, как образец был оставлен под постоянной нагрузкой в течение 6 дней

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

ХИМИЯ

М. М. КОТОН и О. К. СУРНИНА

ПОЛИМЕРИЗАЦИЯ 2-ВИНИЛПИРИДИНА И 2-ВИНИЛХИНОЛИНА

(Представлено академиком В. А. Каргиным 10 XII 1956)

Несмотря на то, что винильные производные пиридина за последние оды получили широкое применение (в производстве СК, при получении крилонитрильного волокна в ионообменных смолах и др.), процесс их полимеризации и сополимеризации оставался мало изученным [1]). Винилхинолин очень близок по своему строению к винилпиридину, но до последнего времени имел ограниченное применение, по-видимому, вследствие недостаточных знаний процесса полимеризации и свойств его полимеров ([2]). Изучение процесса полимеризации винильных производных пиридина и хинолина представляет теоретический интерес, так как позволяет оценить влияние гетероатома, входящего в состав циклов винильных мономеров, на их поведение в процессах полимеризации и сополимеризации

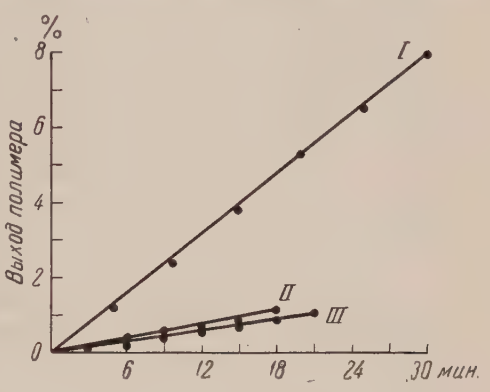
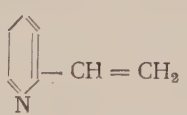
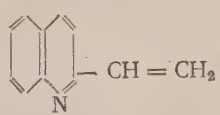


Рис. 1



2-винилпиридин



2-винилхинолин

по сравнению с близкими по строению стиролом и винилнафталином. При этом было возможно также изучить влияние усложнения молекулы гетероциклического мономера, путем введения второго бензольного кольца, на процессы полимеризации и сополимеризации.

С этой целью были синтезированы мономеры 2-винилпиридина и 2-винилхинолина путем взаимодействия пиколина и хинальдина с параформом с последующей дегидратацией полученных карбинолов над едким кали. Физические свойства мономеров представлены в табл. 1.

Для изучения способности к полимеризации 2-винилпиридина и 2-винилхинолина была изучена кинетика полимеризации этих мономеров в блоке дилатометрическим методом в присутствии 0,135 мол.% азодинитрила изомасляной кислоты, при 50, 55, 60, 75 и 90°. Прибор для заполнения дилатометрических ампул состоял из перегонной колбы, холодильника и приемника-эксикатора с помещенными в нем ампулами с отвешенным инициатором. Перегонка мономеров в ампулы проводилась в токе специально

Таблица 1

Физико-химические свойства мономеров

Мономер	Т. кип., °С/мм		Показатель преломления n_D^{20}		d_4^{20}		MR			Элементарный состав, %					
										C		H		N	
	найд.	лит. (6)	найд.	лит. (5)	найд.	лит. (7)	найд.	лит. (6)	выч.	найд.	выч.	найд.	выч.	найд.	выч.
2-винилпиридин	64,5/20	60/17	1,5497	1,5495	0,9757	0,9770	34,33	34,40	33,60	80,02	80,0	6,85	6,66	13,16	13,33
2-винилхинолин	104/3	120–125/7	1,6485	1,6439	1,0705	1,0692	52,79	—	51,14	85,50	85,15	6,00	5,80	9,19	9,03

очищенного азота, что обеспечивало получение хорошо воспроизводимых результатов.

Кроме того, изучен процесс сополимеризации 2-винилпиридина и 2-винилхинолина со стиролом, изопреном, хлоропреном в блоке при 60° в присутствии 0,2 вес.% азодинитрила изомасляной кислоты. Количество образовавшегося сополимера определялось после трехкратного переосаждения и высушивания при 40° под вакуумом до постоянного веса. Состав сополимеров определялся анализом на азот микрометодом по Дюма. Константы сополимеризации определялись по интегральному уравнению состава сополимеров по методу Г. А. Штрайхмана ([3]).

Как видно из рис. 1, 2-винилпиридин (кривая *I*) в отличие от 2-винилхинолина (кривая *II*) полимеризуется очень легко, начиная с температуры 50°.

По скорости полимеризации изученные мономеры образуют следующий ряд:

2-винилпиридин (*I*) $\gg$ 2-винилхинолин (*II*) $>$ стирол (*III*). На основании изучения кинетики полимеризации получены значения энергии активации для 2-винилпиридина и 2-винилхинолина:

Мономер	k_0, сек$^{-1}$	u, ккал/моль
2-винилпиридин	$1 \cdot 10^9$	$20{,}4 \pm 1{,}4$
2-винилхинолин	$1 \cdot 10^8$	$18{,}3 \pm 1{,}3$

Неожиданным оказался медленный процесс полимеризации 2-винилхинолина, что по-видимому, можно объяснить стерическими затруднениями, имеющими место при взаимодействии радикала с мономером.

Сопоставление значений энергий активации 2-винилпиридина и 2-винилхинолина с таковыми для стирола (21,5 ккал/моль) и 2-винилнафталина (18,8 ккал/моль) показывает, что усложнение молекулы винильного соединения путем введения второго бензольного кольца приводит к повышению реакционноспособности получаемого мономера за счет увеличения числа сопряженных двойных связей ([4]).

Для более полной характеристики реакционноспособности мономеров 2-винилпиридина и 2-винилхинолина был изучен процесс сополимеризации их с рядом мономеров и определены значения констант сополимеризации r_1 и r_2:

Из приведенных данных следует: 1) 2-винилхинолин в процессах сополимеризации активнее, чем 2-винилпиридин, 2) мономеры 2-винилпиридина и 2-винилхинолина активнее мономера стирола.

Мономер M_1	Мономер M_2	r_1	r_2
2-винилпиридин	стирол	1,81±0,05	0,55±0,03
	изопрен	0,46±0,07	0,58±0,05
	хлоропрен	0,064±0,001	5,195±0,003
2-винилхинолин	стирол	2,69±0,55	0,49±0,14
	изопрен	1,882±0,002	0,534±0,001
	хлоропрен	0,38±0,03	2,10±0,13

Таким образом, показано, что введение гетероатома азота в ароматическое кольцо винильного мономера, а также увеличение числа конденсированных бензольных колец в мономерах повышают реакционноспособность винильных производных.

Институт высокомолекулярных соединений
Академии наук СССР

Поступило
6 XII 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Ch. Price, Ch. Greene, J. Pol. Sci., **6**, 111 (1951); D. Maclay, R. Fuoss, ol. Sci., **6**, 511 (1951). [2] B. Bachman, D. Micussi, J. Am. Chem. Soc., **70**, 2381 8). [3] Г. А. Штрайхман, Кандидатская диссертация, ЛТИ, 1950. [4] М. М. тон, Т. М. Киселева, ДАН, **88**, 465 (1953). [5] R. Frank, C. Adams, Ind. Eng. Chem., **40**, 879 (1948). [6] R. Mariella, L. Peterson, R. Ferris, m. Chem. Soc., **70**, 1494 (1948). [7] А. А. Петров, В. Людвиг, ЖОХ, **25**, 739 (1955).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

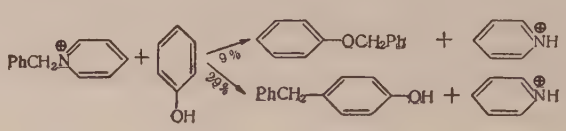
ХИМ

Член-корреспондент АН СССР Д. Н. КУРСАНОВ и С. В. ВИТТ

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕХАНИЗМА АЛКИЛИРОВАНИЯ ФЕНОЛОВ ЙОДИСТЫМ N-ТРИМЕТИЛ-α-ФЕНЭТИЛАММОНИЕМ

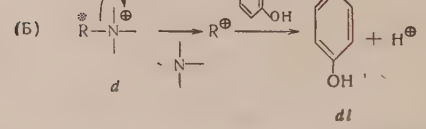
Алкилирование фенолов и фенолят-анионов соединениями аммония, сод жащими бензильный или замещенный бензильный радикал, изучал рядом авторов ([1–3]).

Было установлено ([4]), что при взаимодействии хлористого N-бензилпир диния с фенолом образуется смесь продуктов С- и О-алкилирования:

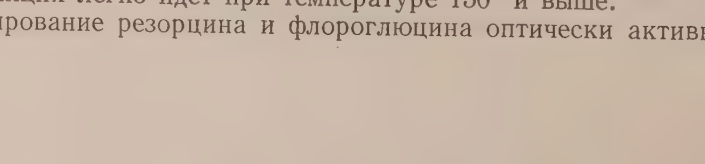


Следует думать, что эта реакция, подобно другим ранее изученным ([5] процессам алкилирования солями аммония, относится к гетеролитическ реакциям замещения S_N-типа.

Алкилирование фенолов солью аммония должно протекать либо синхронному механизму (*А*), либо по асинхронному механизму, включ ющему промежуточное образование свободного иона карбония (*Б*)



Мы исследовали взаимодействие йодистого N-триметил-α-фенэтиламм ния с резорцином и флороглюцином. Было найдено, что при нагревании эт фенолов с солью аммония происходит замещение атомов водорода фенол ного ядра на α-фенэтильный радикал (реакция С-алкилирования):



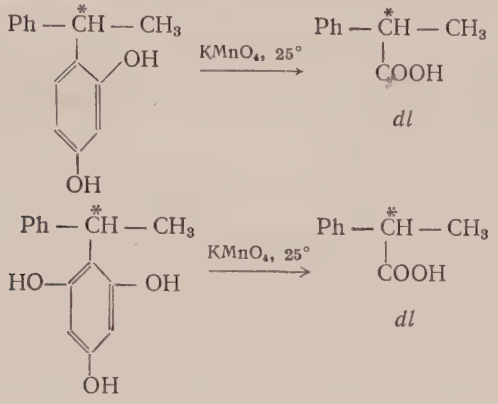
Эта реакция легко идет при температуре 150° и выше.

Алкилирование резорцина и флороглюцина оптически активным йод

тым N-триметил-α-фенэтиламмонием проводилось при 155—175° в избытке лкилируемого фенола.

В том случае, если реакция идет по схеме (А), то образующиеся α-фенилфенолы должны обладать оптической активностью, если же реакция дет по схеме (Б)— то нет.

Оказалось, что получающиеся при этом α-фенэтилфенолы оптической ктивностью не обладают *. Не обладала оптической активностью также фенилпропионовая кислота, образующаяся при их окислении:



Эти данные позволяют сделать вывод, что алкилирование фенолов олью N-триметил-α-фенэтиламмония протекает таким образом, что снала ион аммония распадается с образованием иона α-фенэтилкарбония, оторый затем взаимодействует с фенолом, т. е. что реакция идет по схеме (Б).

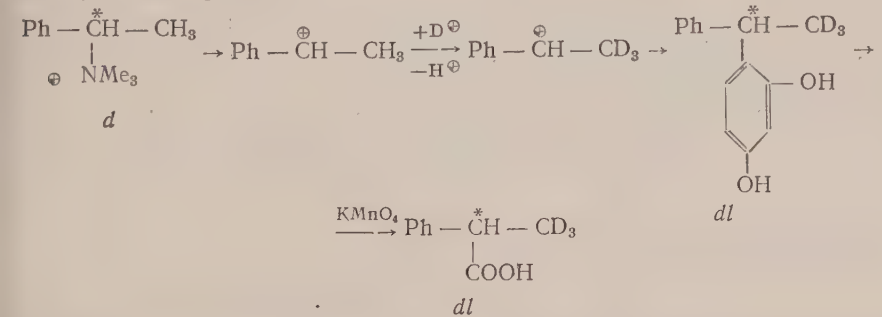
Этот вывод о механизме реакции нашел дальнейшее подтверждение следующем.

Была проведена реакция между йодистым N-триметил-α-фенэтиламонием и дейтерорезорцином. При этом дейтерорезорцин был не только ъектом алкилирования, но служил также донором дейтерия. Образовавийся α-фенэтилрезорцин содержал некоторое количество (от 6 до 10% рассчитанного) дейтерия в фенэтильной группе.

Эти цифры были получены в результате изотопного анализа воды сожжения α-фенилпропионовой кислоты — продукта мягкого окисления йтеро-α-фенэтилрезорцина.

Ионы карбония обладают протонной подвижностью и в присутствии норов дейтерия обменивают атомы водорода, стоящие у атома углерода, седнего с карбониевым центром (9).

Это свойство ионов карбония позволяет судить об их участии в химичеом превращении. Поэтому образование α-фенэтилрезорцина, содержащего йтерий в фенэтильной группе, указывает на промежуточное образование на α-фенэтилкарбония:



* α-Фенэтилфлороглюцин выделить в чистом виде не удалось, поэтому реакционная сь после удаления солей аммония и не вступившего в реакцию флороглюцина непосредственно окислялась в α-фенилпропионовую кислоту.

Небольшая в процентном отношении (но значительная по абсолютной величине) глубина обмена, по-видимому, указывает на кратковременность существования иона α-фенэтилкарбония. Из данных по глубине обмена следует, что скорость реакции дейтерообмена иона α-фенэтилкарбония по крайней мере в десять раз меньше, чем скорость взаимодействия этого иона с резорцином.

Экспериментальная часть

1. Взаимодействие йодистого *d*-N-триметил-α-фенэтиламмония с резорцином. Смесь 0,1 мол. йодистого *d*-N-триметил-α-фенэтиламмония ([8]) и 0,2 мол. резорцина была нагрета в атмосфере азота 6 час. при 175 ± 2°.

Продукты реакции обрабатывались водой и экстрагировались эфиром. Эфирный раствор извлекался 4 *N* NaOH, полученный щелочной раствор подкислялся серной кислотой.

Выделившееся масло экстрагировалось эфиром и сушилось сульфатом магния. Остаток после удаления растворителя фракционировался с применением елочного дефлегматора высотой 8 см. При этом был получен α-фенэтилрезорцин с т. кип. 189—192° (2 мм). Выход 9,68 г. Вещество при стоянии закристаллизовалось. Бесцветные иглы из бензола-*н*-гексана т. пл. 78,0—79,0°. Вещество оптической активностью не обладало.

Найдено %: C 78,47; H 6,55
$C_{14}H_{14}O_2$. Вычислено %: C 78,51; H 6,59

Бис-*n*-нитробензоат, т. пл. 143,5—144° из смеси бензола с *н*-гексаном.

2. Окисление α-фенэтилрезорцина в α-фенилпропионовую кислоту. Реакция была проведена в условиях, описанных Хартом ([10]).

К раствору 4,57 г α-фенэтилрезорцина в 350 мл ацетона при размешивании прибавлялся охлажденный до 10—12° раствор 25,6 г $KMnO_4$ в 1,2 л воды. Скорость прибавления раствора регулировалась таким образом, чтобы температура реакционной массы оставалась в пределах 24—26°. После прибавления всего раствора перманганата размешивание продолжалось в течение 30 мин., после чего реакционная смесь осторожно подкислялась 4 *N* серной кислотой и прибавлялся раствор бисульфита натрия для растворения выпавшей двуокиси марганца.

Реакционная смесь экстрагировалась хлористым метиленом, экстракт промывался водой, затем встряхивался с 2 *N* раствором соды. Щелочной раствор после фильтрования подкислялся 4 *N* серной кислотой. Выделившаяся кислота извлекалась хлористым метиленом, полученный экстракт сушился $MgSO_4$.

После удаления растворителя перегонялась α-фенилпропионовая кислота. Выход 1,34 г, т. кип. 147—9° (14 мм) (после двухкратной перегонки), n_D^{20} 1,5228 (по литературным данным ([10]) α-фенилпропионовая кислота имеет т. кип. 145—8° (15 мм), n_D^{20} 1,5210. Полученная кислота оказалась оптически неактивной ($[\alpha]_D^{20}$ 0 ± 0,2°).

Эквивалент нейтрализации: найдено 150,6; вычислено 151,1.

Найдено %: C 71,46; H 6,65
$C_9H_{10}O_2$. Вычислено %: C 71,97; H 7,71

S-Бензилтиурониевая соль т. пл. 143—4°.

n-Бромфенацилловый эфир т. пл. 62—3°.

Найдено %: C 59,22; H 4,14
$C_{17}H_{15}O_3Br$. Вычислено %: C 58,91; H 4,35

3. Взаимодействие йодистого *dl*-N-триметил-α-фенэтиламмония с дейтерорезорцином. 27,5 г резорцина

и 6,0 мл окиси дейтерия помещалось в перегонную колбу. Легким нагреванием содержимое колбы гомогенизировалось. Вода отгонялась в вакууме и собиралась в охлаждаемом жидким азотом приемнике. После удаления всей воды перегонялся дейтерорезорцин. Т. кип. 163—6° (17 мм). Выход 26,8 г.

Вода полученная, при сожжении дейтерорезорцина, обладала избыточной плотностью 18500 γ/мл.

Смесь 29,1 йодистого *dl*-N-триметил-α-фенэтиламмония и 18,5 г дейтерорезорцина нагревалась в азоте при 172 ± 2° в течение 3 час. Было получено 8,42 г дейтеро-α-фенэтилрезорцина с т. кип. 197—8° (4 мм), т. пл. 77,5—78,5°(из смеси бензола — *н*-гексана). 7,13 г дейтеро-α-фенэтилрезорцина окислялось в α-фенилпропионовую кислоту. Было получено 1,55 г вещества с т. кип. 154—6° (18 мм), n_D^{20} 1,5229.

Вода, полученная при сожжении α-фенилпропионовой кислоты, имела избыточную плотность 416 γ/мл, что составляет 9,6% от величины, рассчитанной для обменного равновесия.

Внедрение дейтерия в фенэтильную группу свидетельствует о промежуточном образовании иона α-фенэтилкарбония при алкилировании резорцина солью аммония.

4. Взаимодействие йодистого *d*-N-триметил-α-фенэтиламмония с флороглюцином. Смесь 0,03 мол. йодистого *d*-N-триметил-α-фенэтиламмония и 0,04 мол. флороглюцина нагревалась в азоте 6 час. при 155 ± 1°.

Реакционная смесь обрабатывалась 30 мл 0,5 *N* H_2SO_4 и 30 мл эфира. Флороглюцин отфильтровывался, эфирный раствор промывался водой, сушился $MgSO_4$.

После отгонки растворителя получен густой, некристаллизующийся остаток (5,75 г).

Так как попытки выделить из этого остатка чистый α-фенэтилфлороглюцин оказались безуспешными, он был непосредственно окислен в α-фенилпропионовую кислоту. При этом было получено 1,64 г α-фенилпропионовой кислоты с т. кип. 146—8° (12 мм), n_D^{20} 1,5210.

Исследование вращающей способности показало, что вещество полностью лишено оптической активности ($[\alpha]_D^{20}$ 0 ± 0,2°). Из этого следует, что α-фенэтилфлоро-глюцин также был оптически неактивным.

В аналогичном опыте из 29,0 г *dl*-N-триметил- α-фенэтиламмония и 17,3 г флороглюцина было получено 6,21 г *dl*-α-фенилпропионовой кислоты с т. кип. 159—160° (20 мм), n_D^{21} 1,5225.

Институт элементоорганических соединений
Академии наук СССР

Поступило
14 XI 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] В. Н. Сеткина, Докторская диссертация, М., 1950. [2] H l a B a w, Chem. Abstr., **20**, 2695 (1926). [3] А. Е. Порай-Кошиц, Тр. Ленингр. хим.-техн. инст., **1**, 7 (1934). [4] В. Н. Сеткина, Д. Н. Курсанов, Изв. АН СССР, ОХН, **1951**, 81. [5] J. Read, J. Walker, J. Chem. Soc., **1934**, 308. [6] E. D. Hughes, C. K. Ingold, J. Chem. Soc., **1933**, 69. [7] H. R. Snyder, J. H. Brewster, J. Am. Chem. Soc., **71**, 291 (1949). [8] Д. Н. Курсанов, С. В. Витт, ДАН, **113**, № 3 (1957). [9] В. Н. Сеткина, Д. Н. Курсанов, ДАН, **109**, 552 (1956); Д. Н. Курсанов, В. В. Воеводский, Усп. хим., **23**, 641 (1954). [10] H. Hart, H. Eleuterio, J. Am. Chem. Soc., **76**, 516 (1954).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

ХИМИЯ

Е. М. САВИЦКИЙ, В. В. БАРОН и К. Н. ИВАНОВА

ДИАГРАММА РЕКРИСТАЛЛИЗАЦИИ МОЛИБДЕНА

(Представлено академиком И. П. Бардиным 5 XI 1956)

Как известно на механические свойства металлов наряду с другими факторами влияет величина зерна. Молибден относится к металлам, у которых это проявляется особенно сильно; хрупкие крупнозернистые слитки молибдена при правильно подобранной механической и термической обработке для получения мелкозернистой равномерной структуры становятся намного пластичнее и могут быть подвергнуты холодной деформации.

Вследствие этого построение диаграммы рекристаллизации молибдена, связывающей величину зерна металла со степенью его деформации и температурой отжига, представляет особенно большой интерес.

В литературе имеются данные о зависимости температуры рекристаллизации молибдена различных марок от механической и термической обработки ([1–4]), но систематического изучения диаграммы рекристаллизации не производилось.

Нами проведено построение диаграммы рекристаллизации 1-го рода молибдена, отлитого в дуговой печи в вакууме с раскислением углеродом. Химический и газовый анализы показали, что молибден содержал 0,2—0,1% углерода, сотые доли процента железа и следы кремния. Содержание кислорода составляло $\sim 0{,}002\%$.

Для получения равномерной мелкой исходной структуры слитки молибдена были прокованы в несколько переходов. Температура начала ковки равнялась 1600°, конца 1200°. Нагрев образцов перед ковкой проводился в водородной печи. Общая степень деформации составляла 96%. В результате такой обработки при высоких температурах уничтожалась очень грубая неоднородная литая структура; ковка при более низкой температуре (ниже температуры рекристаллизации молибдена) приводила к образованию текстуры. После отжига деформированных образцов при 1300° в вакууме в течение 1 часа (режим отжига был подобран в результате опытов) образцы имели полиэдрическую мелкозернистую структуру со средним диаметром зерен около 22—25 μ.

Для построения диаграммы рекристаллизации полученные описанным выше способом исходные образцы подвергались холодной деформации со степенью осадки 2,5; 5; 7,5; 10; 20; 30; 40; 50; 60; 70% методом сжатия на 35-тонном гидравлическом прессе. Для получения заданных размеров сжатие проводилось в ограничительных кольцах, высота которых соответствовала требуемым конечным размерам. Разрушения образцов при этом не наблюдалось, а лишь при увеличении степени деформации более 20% по краям появлялись небольшие трещины в то время как попытки деформировать литой молибден приводили к сильному его растрескиванию даже при небольших степенях деформации. Исследование микроструктуры исходных образцов после холодной деформации показало, что при малых степенях деформации (2,5; 5; 7,5%) обнаружилось появление ориентированных блоков зерен, при бо́льших степенях наблюдалось измельчение зерна, а обжатие выше 50% приводило к образованию вытянутых параллельных волокон в направлении сжатия (рис. 1 *а*, *б*, *в*).

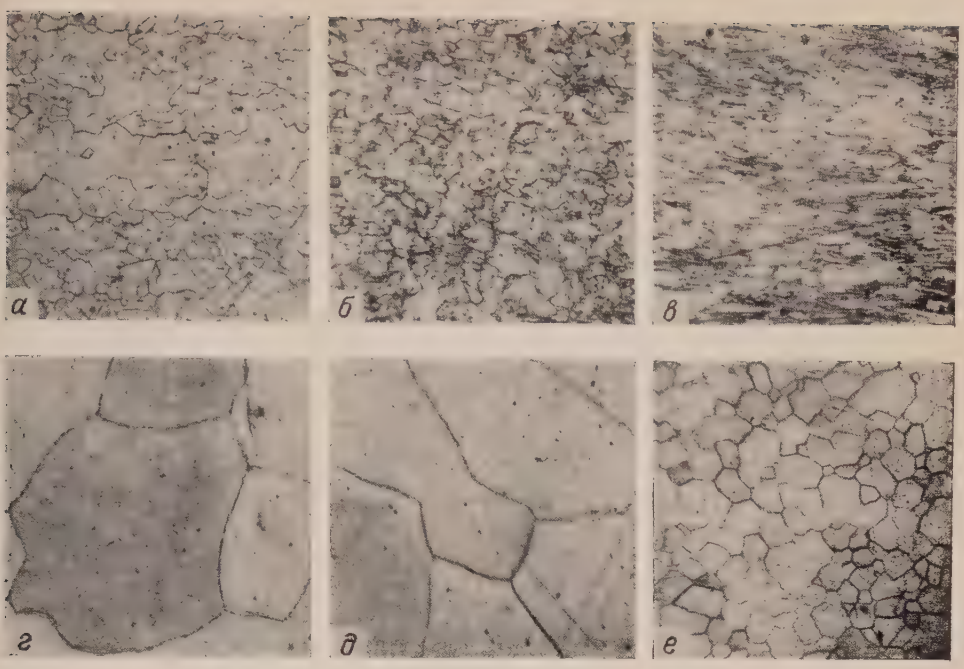


Рис. 1. Микроструктуры исходного молибдена после холодной деформации и отжига. 100 ×. *а* — сжатие на 7,5%, *б* — сжатие на 30%, *в* — сжатие на 70%, *г* — то же, что и *а* после отжига при 1530°, *д* — сжатие на 2,5% и отжиг при 1730°, *е* — то же, что и *в*, после отжига при 1730°

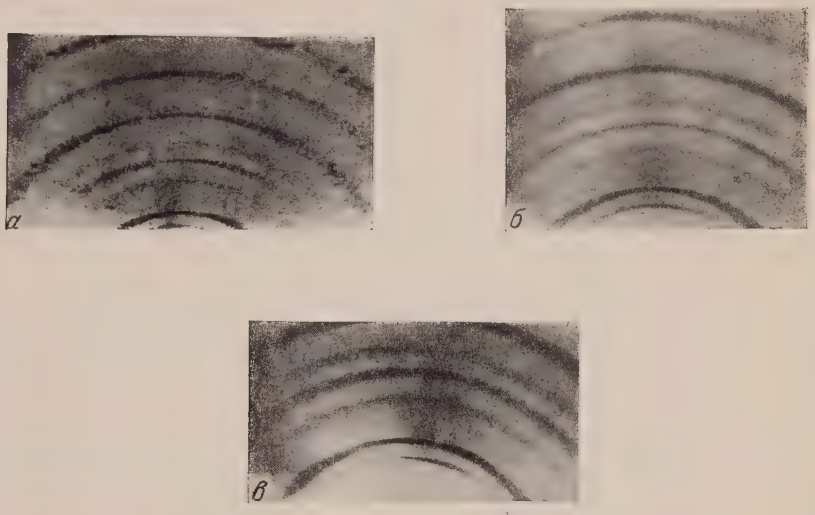


Рис. 2. Рентгенограммы молибдена: *а* — исходный, *б* — деформированный на 70%, *в* — деформированный на 70% и отожженный при 935°

Деформированные образцы отжигались в течение 1 часа в вакууме (10^{-3}) ри 1100, 1200, 1300, 1400, 1530, 1730°. Отожженные образцы подвергались икроструктурному анализу, а также измерялась микротвердость и твердость еформированных и отожженных образцов.

Определение температуры начала рекристаллизации производилось рентновским методом, и для уточнения ее были проведены дополнительные жиги при температурах 935, 950, 960, 970, 980, 985, 1000, 1010, 1025, 030, 1040, 1050, 1070, 1180°. Для выявления микроструктуры применялся качестве травителя раствор азотной и серной кислот в воде (HNO_3 5 частей, H_2SO_4 3 части, H_2O 3 части). Для оценки зависимости величины зерна степени деформации и температуры отжига определялся его средний диаетр под микроскопом методом секущих и методом подсчета площади зерна на микрофотографиях.

Рентгеновская съемка велась на молибденовом излучении с экспозией 1,5—2 часа. На основании проведенных исследований было установлено, что рекристаллизация начинается при 935° у образцов молибдена, ходнодеформированных на 70% (рис. 2) и при 1025°— при деформации 50%. ри меньших степенях деформации (10%) рекристаллизация начинается олько при 1200°.

Выше 1300° рекристаллизация наблюдается у всех деформированных отожженных образцов. Рост зерна при критической степени деформации роисходит с 1400° (степень деформации 10%). Повышение температуры приодит к еще более интенсивному росту зерен, причем максимальная величина зерен наблюдается для 1530° при степени деформации в 7,5%, а для 730° при 2,5%, тогда как при больших степенях деформации и при одинаковой температуре отжига (1530°, 70%) величина зерна значительно меньше рис. 1, *г*, *д*, *е*). Измерение твердости производилось при нагрузке 100 кг обедитовым конусом; микротвердость замерялась алмазной пирамидой ри нагрузке 50 г. Любопытно отметить, что вышеуказанное образование лочной структуры при малых степенях сжатия всегда сопровождается екоторым уменьшением твердости образцов. Затем твердость и микротвердость образцов с увеличением степени деформации возрастают. Особенно ильный рост твердости наблюдается с 10% деформации. Последующий тжиг значительно снижает твердость образцов. Так, у деформированного а 70% образца твердость равнялась около 230 кГ/мм², а после отжига при 100° она снизилась до 187 кГ/мм² вследствие протекания процесса рекристаллизации. Повышение температуры отжига до 1730° еще больше снижает вердость такого образца (до 157 кГ/мм²), что вызвано ростом рекристаллированного зерна (табл. 1). Наличие «критических степеней деформации вызывает некоторое снижение твердости, которое особенно заметно при высоких температурах отжига. Изменение микротвердости в зависимости от

Таблица 1

Твердость деформированных и отожженных образцов молибдена (кГ/мм²)

Температура отжига, °С	Деформация, в %										
	0	2,5	5	7,5	10	20	30	40	50	60	70
Деформированные, не отожженные	171	166	170	172	178	182	189	192	201	205	229
1100	168	162	163	164	173	173	173	173	178	178	187
1200	166	163	166	170	175	175	175	171	177	177	183
1300	165	163	164	169	169	171	172	172	172	174	176
1400	163	160	163	161	168	167	167	167	167	168	165
1530	162	158	162	156	164	160	160	156	156	158	160
1730	154	142	152	156	157	156	156	152	155	157	157

степени деформации и температуры отжига аналогично изменению общей твердости образца с той лишь разницей, что в этом случае наблюдаются более высокие значения твердости.

На основании проведенных исследований мы построили диаграмму рекристаллизации молибдена (рис. 3). Температуры начала рекристаллизации в зависимости от степени деформации нанесены на диаграмме пунктирной линией. Из данных диаграммы видно, что при отжиге холоднодеформированных образцов молибдена до 1300° роста зерна не наблюдается, и размеры зерен при всех степенях деформации соизмеримы с размерами зерен исходных образцов: средний диаметр зерен у исходных образцов, отожженных до 1300°, составляет около 26—28 μ, у деформированных и отожженных при той же температуре — не превышает 30—32 μ, а при высоких степенях деформации средняя величина зерна снижается до 20 μ.

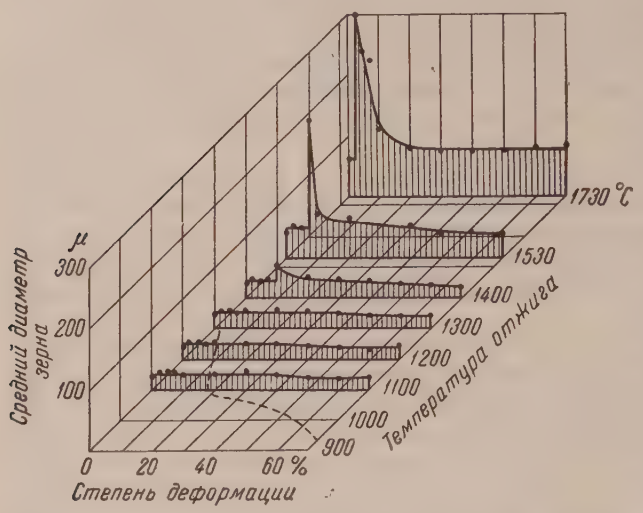


Рис. 3. Диаграмма рекристаллизации 1-го рода молибдена

Отжиг при 1400° приводит к заметному росту зерен при степени деформации в 10%.

Выше 1400° укрупнение зерен наблюдается при всех степенях деформации, «критическая» степень деформации сдвигается до 7,5% и средний диаметр зерна увеличивается при 1530° до 223 μ. Значительно меньше растет зерно при больших степенях деформации (начиная с 40%), и при 70% его величина составляет лишь 40 μ.

Отжиг при 1730° приводит к еще большему росту зерен. «Критическая» степень деформации при этой температуре отжига сдвигается до 2,5%, а величина зерна увеличивается до 300 μ. Средний диаметр зерен у образцов, деформированных более чем на 20%, равняется 80—90 μ и не изменяется с увеличением степени деформации.

На основании совокупности данных, полученных при исследовании рекристаллизации молибдена, можно заключить, что горячекованый молибден после холодной обработки при степенях деформации выше 20% можно отжигать до 1400°. При этом зерно остается мелким.

Более высокие температуры отжига приводят к получению крупнозернистой структуры после отжига.

Институт металлургии им. А. А. Байкова
Академии наук СССР

Поступило
30 X 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] I. L. Ham, ASME Paper, № 50—A70 (1953). [2] M. La Chance, W. H. Bruckart, C. M. Craighead, R. I. Jaffee, Trans. ASM, **45**, 314 (1953). [3] I. H. Becholt, Trans. ASM, **46**, 1449 (1954). [4] I. W. Pugh, Trans. ASM, **47**, 984 (1955)

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

ХИМИЯ

Н. Н. САХАРОВА

О КОМПЛЕКСНЫХ СОЕДИНЕНИЯХ ЛАНТАНА, ЦЕРИЯ, ПРАЗЕОДИМА И НЕОДИМА С ТИОМОЧЕВИНОЙ

(Представлено академиком А. Н. Фрумкиным 4 XII 1956)

Способность тиомочевины к образованию комплексных соединений с лями различных металлов является весьма выраженной. Так, уже Рейльдс [1], открывший тиомочевину при изомерном превращении роданого аммония, указал на ее способность давать соединения с солями металв. Им были получены и описаны характерные соединения с хлоридом лота и платины; затем ряд исследователей [2–7] получили многочисленные единения тиомочевины с солями свинца, кадмия, ртути, олова, висмута, ллия, теллура, меди, кобальта, цинка, кадмия, железа, никеля и других металлов.

Крупные исследования в области комплексных соединений серебра, латины и палладия с тиомочевиной, ее алкил-замещенными и другими дственными ей серусодержащими органическими веществами, были продены Н. С. Курнаковым [8].

В дальнейшем соединения этого типа изучались Л. Н. Чугаевым [9], В. Лебединским с соавторами [10] и др.

Учитывая ярко выраженную способность тиомочевины к образованию мплексных соединений с солями металлов, небезынтересно поставить следования по получению и изучению подобных соединений с солями дкоземельных элементов цериевой группы.

Исходным материалом для получения комплексных соединений редкомельных элементов с тиомочевиной служили их ацетаты в безводном стоянии и тиомочевина с т. пл. 180—182°.

Предварительно было установлено, что ацетат лантана, церия, празеодима и неодима при сочетании с тиомочевиной в водной среде дают неолько продуктов, образование которых находится в зависимости от отношительных количеств и температуры реагирующих веществ. Наиболее абильными комплексными соединениями этих элементов в одной среде казались те, в которых, согласно данным анализа, на один атом редкомельного элемента приходилась одна молекула тиомочевины. Эти соединения и изучались нами в первую очередь.

Указанные комплексные соединения получались при смешивании водых растворов ацетатов редкоземельных элементов с избытком тиомочевины, а именно при их молекулярном соотношении 1 : 2 (безводный ацетат металла к тиомочевине), в нейтральной или слабокислой среде (прибавлось несколько капель уксусной кислоты) с последующим удалением бытка растворителя.

Для этого навеска безводной уксуснокислой соли лантана, церия, празеодима и неодима растворялась в возможно минимальном количестве ды, нагретой не выше 30—40°, и в этот раствор вводилась сухая навеска омочевины, рассчитанная согласно указанному выше соотношению. Затем избыток растворителя удалялся при комнатной температуре в вакуум-сикаторе над хлористым кальцием или при нагревании раствора не выше

55°. Через некоторое время из раствора выделялись хорошо сформиров
ные, крупные, блестящие, сильно преломляющие свет кристаллы в в
утолщенных коротких призм, бесцветных в случае соединений ланта
и церия, окрашенных в зеленый цвет — в случае празеодима и в сире
вый — в случае неодима. Отделенные фильтрованием под уменьшенн
давлением от маточного раствора, кристаллы быстро промывались небо
шим количеством холодной воды и сушились на воздухе до потери или с
собности прилипать к стенкам стаканчика. Затем обезвоживание выдел
ных соединений продолжалось в вакуум-эксикаторе над хлористым ка
цием и фосфорным ангидридом, причем потери в весе не наблюдало
Однако полученные соединения содержали кристаллизационную во
которая медленно и с трудом удалялась в термостате.

Так, соединения лантана и церия теряли кристаллизационную во
при 105—110°, а аналогичные соединения празеодима — при 130—1
и неодима при 155—160°.

Полученные соединения устойчивы в воде, легко и хорошо перекр
сталлизовываются из последней без изменения своего химического соста
Они имеют определенные температуры плавления, оказавшиеся равны
для комплекса лантана 258—260° и для аналогичных соединений цер
празеодима и неодима соответственно 225—226°, 292—293°, 297—29
При указанных температурах комплексные соединения этих элементов пл
вятся с разложением.

Двукратная перекристаллизация полученных соединений из воды
привела к изменению их температур плавления. Выход полученных
единений почти теоретический: 98—99%.

Комплексные соединения лантана, церия, празеодима и неодима с ти
мочевиной хорошо растворимы в холодной и горячей воде, метиловом спир
и анилине; труднее — в этиловом спирте, пиридине, хинолине и анилин
практически нерастворимы в эфире, ацетоне, бензоле, толуоле, ксилол
дихлорэтане, хлороформе, изоамиловом и изобутиловом спиртах. Эти с
единения, помимо указанных выше органических растворителей, хоро
растворимы в разбавленной и 80%-й уксусной кислоте, разбавленных сол
ной и серной кислотах; концентрированная азотная кислота уже на холод
а разбавленная — при нагревании разлагает их с выделением окислов азо

Предварительные наблюдения показали, что, по-видимому, практич
ский интерес должен представить изучение сравнительной растворимос
этих соединений в воде, метиловом и этиловом спиртах, пиридине и х
нолине.

Анализы обезвоженных комплексных соединений на содержание редк
земельных элементов, за исключением празеодима, проводились путем в
деления их в виде оксалатов с последующим переводом прокаливани
в соответствующие окислы. Сера определялась в виде сульфата бария. Аз
определялся по методу Дюма, углерод и водород — при помощи элеме
тарного органического анализа

Комплексная соль лантана

Водная соль

Найдено %: H_2O 8,53; 8,61

$La(C_2H_3O_2)_3 \cdot CS(NH_2)_2 \cdot 2H_2O$. Вычислено %: H_2O 8,42

Безводная соль

Найдено %: La 35,39; 35,55; S 8,02; 8,20; C 21,57; 21,34; H 3,27; 3,61; N 7,13; 7,04

$La(C_2H_3O_2)_3 \cdot CS(NH_2)_2$. Вычислено %: La 35,42; S 8,17; C 21,44; H 3,33; N 7,14

Комплексная соль церия

Водная соль.

Найдено %: H_2O 8,02; 8,29

$Ce(C_2H_3O_2)_3 \cdot CS(NH_2)_2 \cdot 2H_2O$. Вычислено %: H_2O 8,29

Безводная соль

айдено %: Ce 35,5; 35,56; S 8,40; 8,69; C 21,98; 21,25; H 3,10; 3,40; N 7,30; 7,50
e $(C_2H_3O_2)_3 \cdot CS(NH_2)_2$. Вычислено %: Ce 35,56; S 8,14; C 21,33; H 3,30; N 7,12

Комплексная соль празеодима

Водная соль

Найдено %: H_2O 4,46; 4,40
$Pr(C_2H_3O_2)_3 \cdot CS(NH_2)_2 \cdot H_2O$. Вычислено %: H_2O 4,36

Безводная соль

айдено %: S 8,20; 8,50; C 21,68; 21,73; H 3,94; 3,54; N 7,55; 7,60
r $(C_2H_3O_2)_3 \cdot CS(NH_2)_2$. Вычислено %: S 8,10; C 21,28; H 3,40; N 7,13

Комплексная соль неодима

Водная соль

Найдено %: H_2O 4,34; 4,51
$Nd(C_2H_3O_2)_3 \cdot CS(NH_2)_2 \cdot H_2O$. Вычислено %: H_2O 4,33

Безводная соль

Найдено %: Nd 36,10; 36,28; S 8,05; 8,52; C 21,33; 21,48; H 3,84; 3,52; N 7,41; 7,60
Nd $(C_2H_3O_2)_3 \cdot CS(NH_2)_2$. Вычислено %: Nd 36,22; S 8,059; C 21,02; H 3,26; N 7,04

Безводные комплексные соединения лантана, церия, празеодима и неима с тиомочевиной не обнаруживают различия в поведении и свойствах сравнению с соответствующим им кристаллогидратом.

Саратовский государственный университет
им. Н. Г. Чернышевского

Поступило
4 VI 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] L. E. Reinolds, Lieb Ann., **150**, 232 (1869). [2] C. Claus, Lieb Ann., **9**, 132(1875); Ber., **9**, 226 (1876). [3] G. Prätorius-Seidler, J. Prakt. Chem., , 143 (1880). [4] B. Rathke, Ber., **14**, 1780 (1881); **17**, 297 (1884). [5] A. Rosenheim, V. Meyer, Zs. anorg. Chem., **49**, 19 (1906). [6] C. Mahr, H. Ohle, Zs. anorg, gem. Chem., **234**, 224 (1937). [7] R. Maly, Ber., **9**, 172 (1876). [8] Н. С. Курнаков, ФХО, **21**, 230 (1889); **23**, 559 (1891), **25**, 565 (1893); **25**, 693 (1893). [9] Л. Н. Чугаев в. сект. платины, **4**, 48 (1926). [10] В. В. Лебединский, В. С. Волков, Изв. т. платины, **12**, 79 (1935); В. В. Лебединский, Е. С. Шапиро, Н. П. Каткина, там же, **12**, 93 (1935).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

ХИМИ

Академик А. В. ТОПЧИЕВ и В. Н. АНДРОНОВ

АЛКИЛИРОВАНИЕ ИЗОПЕНТАНА ПРОПИЛЕНОМ И ИЗОБУТИЛЕНО В ПРИСУТСТВИИ РЯДА ФОСФОРНЫХ КИСЛОТ, СОДЕРЖАЩИХ ФТОР И ФТОРИСТЫЙ БОР

Каталитическое алкилирование изопарафинов олефинами в настоящ время получило широкое промышленное применение с целью синтеза из парафинов — высокооктановых компонентов моторного топлива.

В качестве катализаторов этой реакции обычно применяют серную к слоту, фтористый водород, хлористый алюминий и ряд соединений фтор стого бора с неорганическими кислотами.

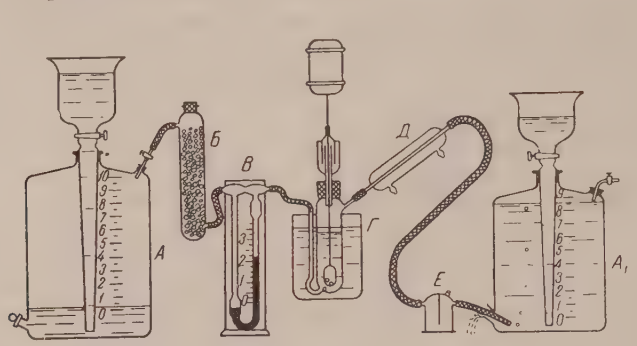


Рис. 1. Прибор для алкилирования изопентана олефинами

Авторы этой статьи изучали реакцию алкилирования изопентана пр пиленом и изобутиленом в присутствии монофторфосфорной и дифторфо форной кислот, насыщенных фтористым бором. Для сравнения были пр ведены опыты с применением в качестве катализатора ортофосфорной ки лоты, насыщенной фтористым бором.

Опыты проводились в приборе, изображенном на рис. 1. Олефин из зометра A подавался со скоростью 2 л/час через хлоркальциевую колон в реактор $Г$. Скорость пропускания олефина измерялась реометром B. вошедший в реакцию газ проходил через холодильник $Д$, предохранител ную скляпку E и собирался в газометре A_1. Перемешивание изопента и катализатора с пропускаемым олефином осуществлялось быстро враща щейся рамочной мешалкой с ртутным затвором.

Для опытов применялся изопентан с температурой кипения 27—2 удельным весом d_4^{20} 0,6196 и показателем преломления n_D^{20} 1,3562.

Чтобы получить представление об активности ряда катализаторов в ре ции алкилирования изопентана пропиленом был проведен ряд опытов определению продолжительности работы этих катализаторов.

В каждом опыте для реакции бралось 15 мл катализатора, 54 г изопе тана и 9 л пропилена, что соответствовало молярному отношению изопе тана к пропилену примерно равному 2 : 1. Опыты проводились при комн ной температуре.

По окончании опыта продукты алкилирования сливались с катализато-, а катализатор использовался в последующем опыте.

На рис. 2 показана устойчивость работы ряда катализаторов алкили-вания изопентана пропиленом. Наиболее активным катализатором ал-илирования изопентана пропиленом из числа изученных кислот является онофторфосфорная кислота, насыщенная фтористым бором, и наименее ктивным — ортофосфорная кислота, насыщенная фтористым бором. Дей-твительно, при алкилировании зопентана пропиленом в случае онофторфосфорной кислоты, асыщенной фтористым бором, а один объем катализатора об-азуется 35 объемов алкилата, гда как в случае дифторфос-орной и ортофосфорной кислот, асыщенных фтористым бором, а один объем катализатора об-азуется, соответственно, 15,8 и 2 объемов алкилата.

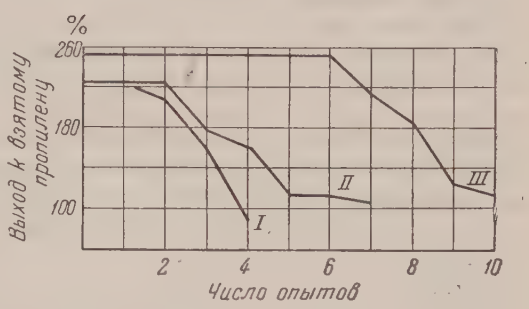
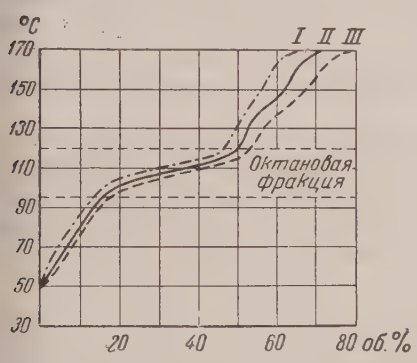


Рис. 2. Продолжительность работы ряда катализаторов при алкилировании изопентана пропиленом. *I* — $H_2PO_4 \cdot BF_3$, *II* — $HPO \cdot F_2 \cdot {}^1/_2BF_3$, *III* — $H_2PO_3F \cdot BF_3$

Полученные алкилаты под-ергались перегонке на ректи-икационной колонке с погоно-азделительной способностью квивалентной 40 т. т. Кри-ые перегонки алкилатов изопентана пропиленом приведены на рис. 3. ак видно из кривых, по мере уменьшения каталитической активности ка тализаторов, полученные алкилаты содержали заметно меньшие количества фракций, выкипающих до 170°. Например, в случае алкилирования изопентана пропиленом в присутствии ортофосфорной кислоты, насыщенной фтористым бором, образуется 65,4% фракций, выкипающих до 170°, тогда как при применении в качестве катализаторов алкилирования монофторфосфорной и дифторфосфорной кислот, насыщенных фтористым бором, этих фракций образуется, соответственно, 77,9 и 70,8%.



ис. 3. Фракционный состав алкилатов опентана пропиленом с различными ка-лизаторами. Обозначения см. рис. 2

Фракции алкилатов, выкипающие до 170°, не содержали непредельных соединений. Последние обнаружены в небольшом количестве только в ос-тках от перегонок алкилатов. Содержание непредельных соединений в татках от перегонок алкилатов увеличивалось с уменьшением активно-и катализатора. Например, остаток от перегонки алкилата, полученного присутствии монофторфосфорной кислоты, насыщенной фтористым бо-м, имел бромное число 0,8, тогда как бромное число остатка от перегон-алкилата, полученного в присутствии ортофосфорной кислоты, насы-енной фтористым бором, было равно 8.

Как видно из рис. 3, при алкилировании изопентана пропиленом обра-ется большое количество фракций, выкипающих ниже температуры ки-ния изооктановой фракции, причем с увеличением активности катализа-ра количество этих фракций несколько возрастает. Например, в опытах алкилированию изопентана пропиленом в присутствии наиболее актив-го из изученных катализаторов — молекулярного соединения монофтор-сфорной кислоты с фтористым бором— образовывалось 16% этих фракций.

В опытах, проведенных в тех же условиях в присутствии дифторфосфорной и ортофосфорной кислот, насыщенных фтористым бором, фракций, выкипающих ниже температуры кипения изооктанов, образовывалось, соответственно, 15,6 и 12,5%.

Кроме того, при алкилировании изопентана пропиленом образуются также изопарафины с бóльшим числом углеродных атомов, чем у изооктанов, но с меньшим, чем у изопарафинов, которые могут получиться в результате полиалкилирования.

Образование побочных изопарафиновых фракций, наряду с основными углеводородами, объясняется тем, что реакция каталитического алкилирования в известной степени обратима. Это подтверждается наблюдениями Бирда и Даунстана ([1]), которые установили, что 2,3-диметилбутан, 2,2,4-, 2,2,3- и 2,3,3-триметилпентаны, 2,2,5-триметилгексан разлагаются при перемешивании с серной кислотой при 15—20°, в результате чего получается смесь изопарафинов высшего и низшего молекулярного веса.

По данным Ю. Г. Мамедалиева и М. И. Нагиева ([2]), 2,2,4- и 2,2,3-триметилпентаны при комнатной температуре расщепляются при длительном перемешивании с 97%-й серной кислотой, образуя наряду с жидкими углеводородами смесь изо- и нормального бутана. После перегонки изооктана, обработанного серной кислотой, около 20% продукта отгонялось до 99°, около 30% — выше 120°, т. е. вне предела кипения изооктановой фракции.

Итак, образование фракций, содержащих углеводороды с меньшим числом углеродных атомов, чем ожидаемый продукт, объясняется тем, что изопарафины с разветвленной цепью углеродных атомов недостаточно устойчивы в условиях каталитического алкилирования. В результате происходит деалкилирование образовавшегося изопарафина с возникновением изопарафинов и олефинов иного строения, чем взятые в реакцию, если связь между атомами углерода разрывается в другом месте, чем при образовании. При вторичном алкилировании этого нового изопарафина получаются углеводороды с бóльшим молекулярным весом, чем основной продукт, но с меньшим, чем полиалкилат.

Октановые фракции алкилатов изопентана пропиленом (фракции 95—110° и 110—120°), полученные в присутствии ряда катализаторов, подвергались спектральному анализу методом комбинационного рассеивания света. Установлено, что октановые фракции алкилатов изопентана пропиленом независимо от применяемого катализатора, состоят из смеси трех изомеров — 2,3-, 2,4- и 2,5-диметилгексанов.

При алкилировании изопентана изобутиленом наблюдались те же закономерности, что и при алкилировании изопентана пропиленом. Как при алкилировании изопентана пропиленом, так и при алкилировании изопентана изобутиленом по мере уменьшения активности катализатора уменьшался выход алкилата, увеличивались его бромное число, показатель преломления, удельный вес и уменьшалось содержание в алкилате легких фракций, выкипающих до 170°.

Например, при алкилировании изопентана изобутиленом в присутствии монофторфосфорной кислоты, насыщенной фтористым бором, при молярном отношении изопентана к изобутилену, равном 2 : 1, было получено 71,0% фракций, перегоняющихся до 170°. При применении в качестве катализатора дифторфосфорной и ортофосфорной кислот, насыщенных фтористым бором, этих фракций было получено соответственно 68,2% и 65,2%.

Удельный вес и показатель преломления для одних и тех же фракций алкилатов изопентана изобутиленом, полученных с различными катализаторами, мало чем отличаются друг от друга. Вместе с тем эти константы весьма близки к константам изопарафиновых, углеводородов, выкипающих в тех же пределах. Следовательно, как и в случае алкилирования изопентана пропиленом, полученные нами фракции алкилатов состояли из изопарафиновых углеводородов. В остатке от перегонки наряду с изопарафиновыми углеводородами содержались непредельные соединения, количество ко-

ых возрастало по мере уменьшения активности катализаторов. Вообще ержание непредельных соединений в алкилатах изопентана изобутиленом о бо́льшим, чем в алкилатах изопентана пропиленом. Это объясняется , что изобутилен полимеризуется значительно легче пропилена.

При алкилировании изопентана изобутиленом можно ожидать образо- ия изононанов. Вместе с тем было получено большое число фракций, ипающих ниже температуры кипения изононанов и выше температуры ения изононанов, но ниже температуры кипения возможных продук- полиалкилирования. Следовательно, как и в случае алкилирования изо- тана пропиленом, реакция протекает значительно сложней, чем это мож- себе представить исходя из непосредственного присоединения изобути- а к изопентану.

Исследования авторов этой статьи показали, что монофторфосфорная ифторфосфорная кислоты, насыщенные фтористым бором, являются наи- ее активными из изученных кислотных катализаторов алкилирования парафиновых и ароматических углеводородов олефинами.

Институт нефти
Академии наук СССР

Поступило
14 III 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] S. F. Birch, A. E. Dumstan, Trans. Farad. Soc., 35, 1013 (1939). [2] Ю. Г. Мадалиев, М. Ц. Нагиев, Современное состояние химии и технологии авиационных лив, 1948.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

ХИМ

Ю. Н. ШЕЙНКЕР

ТАУТОМЕРИЯ АЦИЛИРОВАННЫХ ГЕТЕРОЦИКЛИЧЕСКИХ АМИН И ЕЕ ИЗУЧЕНИЕ С ПОМОЩЬЮ СПЕКТРОВ

(Представлено академиком И. Л. Кнунянцем 4 XII 1956)

В проводившихся ранее работах ([1–4]) с помощью спектров было показа что α- и γ-аминопроизводные N-гетероароматического ряда существ в форме амино-, а не иминосоединений.

Объяснение этому факту может быть получено при приложении зак мерностей кислотно-основного равновесия к амино-иминному таутомери равновесию. Существование гетероциклических аминов в аминоформе этом рассматривается как следствие значительно более высокой основн внекольцевого иминного атома азота по сравнению с основностью кольце азота, что обусловливает сильное (практически полное) смещение равнов в сторону аминной таутомерной формы ([4]).

Из этих представлений вытекает возможность воздействия на положе амино-иминного таутомерного равновесия путем изменения соотноше основностей двух ответственных за таутомерию атомов азота — кольц го и внекольцевого. Такое изменение можно было рассчитывать осуществ за счет замещения одного из атомов водорода аминогруппы на электроот цательные группы типа кислотных остатков, которые могли бы значител понизить основность в первую очередь непосредственно с ними связан внекольцевого азота.

В работе для этой цели были использованы кислотные остатки уксус и бензойной кислот, моно-, ди- и трихлоруксусных кислот, трифторук ной кислоты, бензолсульфо- и сульфаниловой кислот, азотной кисл Эти остатки при введении в аминогруппу 2-аминопиридина и 2-амин азола образовывали соответствующие амиды.

При изучении инфракрасных и ультрафиолетовых спектров указан соединений показано, что, действительно, в зависимости от «подкисляю (ацидифицирующей) способности кислотных остатков (оценка этой спос ности могла быть произведена по силе соответствующих кислот) гетероц лические амиды существуют не только в амино-, но и в иминоформе ил виде смеси двух таутомерных форм. Эти данные были получены при со ставлении спектров амидов со спектрами их метильных производных, им щих закрепленное амино- или иминостроение, а также при рассмотре отдельных характеристических полос в инфракрасных спектрах.

Так ацетиламино- и бензоиламинопиридины, а также моно-, ди и т хлорацетиламинопиридины в инфракрасных спектрах (в кристаллическ состоянии) обладают характерной полосой амидной карбонильной груп при 1686—1718 $см^{-1}$ (повышена в хлорацетиламидах за счет индукционн влияния электроотрицательных атомов хлора).

В отличие от аналогичного производного пиридина 2-трихлорацетилам нотиазол имеет в спектре карбонильную полосу лишь при 1616 $см^{-1}$, что с детельствует об иминостроении этого соединения в твердом состоян Действительно, в модельных соединениях с закрепленным имин строением (N-метил-2-ацетилпиридонимин, N-метил-трихлорацетилпир донимин, N-метил-2-трихлорацетилиминотиазолин) карбонильная п лоса обнаруживается в области 1605—1630 $см^{-1}$, будучи суще венно смещена в область более низких частот благодаря сопряжени

Воздействие более сильного ацидифицирующего остатка трифторуксусной кислоты приводит к тому, что не только 2-трифторацетиламинотиазол, но и 2-трифторацетиламинопиридин в кристаллическом состоянии существует в иминоформе (карбонильные полосы при 1630—1640 $см^{-1}$, см. рис. 1).

В растворах такие соединения как 2-ацетил-, 2-монохлорацетил-, 2-дихлорацетил-аминопиридины в разных растворителях имеют аминостроение (полосы поглощения в ультрафиолете при 235 и 278 мμ, как и в веществах с закрепленным аминостроением). Трихлорацетиламинопиридин, будучи в гептановых растворах амидом, в спиртовых и особенно водных растворах наряду с амидной формой показывает заметное содержание имидной таутомерной формы (появляется полоса поглощения при 315—325 мμ, как и в N-метил-2-трихлорацетил- или N-метил-2-ацетилпиридониминах). 2-Трихлорацетиламинотиазол в спиртовых и водных растворах практически нацело существует в иминной таутомерной форме (полоса в ультрафиолетовом спектре при 305 мμ) и лишь в гептановом растворе является амидом; 2-дихлорацетиламинотиазол уже и в спиртовых и водных растворах содержит аминоформу в достаточно больших количествах. В кристаллах дихлорацетиламинотиазол — амид (карбонильная полоса в инфракрасных спектрах 1702 $см^{-1}$).

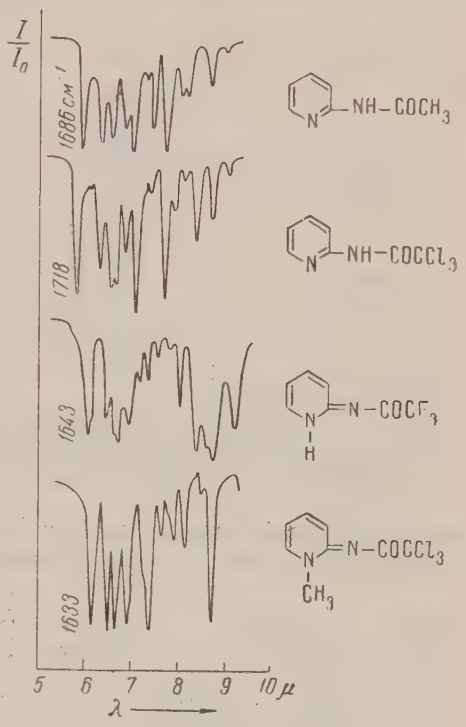


Рис. 1. Инфракрасные спектры поглощения некоторых 2-ациламинопиридинов и N-метил-2-трихлорацетилпиридонимина.

Сульфонамидопиридин и сульфаниламидопиридин в кристаллах обладают в инфракрасных спектрах полосой, характерной для иминной группировки $N—C=N—SO_2$ — (940 $см^{-1}$) и не показывают полос, характеризующих аминоконфигурацию $N=C—N—SO_2$ — (1040 $см^{-1}$ и 850—860 $см^{-1}$). В ультрафиолетовой области они поглощают в водных растворах аналогично закрепленным модельным иминоформам; показывают небольшое содержание аминоформы в спиртовых растворах и преобладающее — в диоксаново-гептановых растворах (рис. 2). В отличие от пиридиновых производных 2-сульфамидотиазол* как в кристаллическом состоянии, так и во всех растворителях сохраняет иминостроение.

Подобным же образом ведет себя и 2-нитраминотиазол, в то время как 2-нитраминопиридин, имея в кристаллическом состоянии и в водных и спиртовых растворах иминостроение (полосы 1615 $см^{-1}$, 1542 $см^{-1}$ в инфракрасных спектрах и 273 мμ, 350 мμ в ультрафиолетовых спектрах), в диоксановом растворе обнаруживает заметное содержание аминной таутомерной формы.

Таким образом, имея различные по ацидифицирующей способности остатки, можно как бы воздействовать на положение таутомерного равновесия, получая производные, имеющие одно или другое таутомерное строение.

Полученные из ультрафиолетовых спектров количественные данные о равновесном содержании аминной и иминной таутомерных форм изученных соединений в разных растворителях приведены в табл. 1.

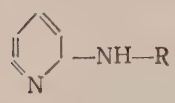
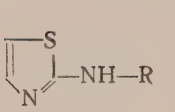
---

* Исследование сульфамидов ряда тиазола проводилось совместно с И. Я. Постовским и В. В. Кушкиным в работе, подробные результаты которой будут освещены в дальнейшем.

Из этих данных следует, что для смещения таутомерного равновеси в сторону устойчивости иминоформы от вводимой ацильной группы требуетс

Таблица 1

Содержание аминоформы (%)

	R	Раствор в *н*-гептане	Раствор в диоксане	Раствор в спирте	Раствор в воде
	$COCH_3$	~100	~100	~100	~100
	$COCHCl_2$	~100	~100	99,9	99,0
	$COCCl_3$	~100	99,8	99,0	93,7
	$SO_2C_6H_4NH_2$	—	99,1	76,0	18,5
	$SO_2C_6H_5$	99	95,5	45	11
	NO_2	—	87,4	17	~0
	$COCH_3$	~100	~100	~100*	~100
	$COCHCl_2$	~100	99,6	90	45
	$COCCl_3$	93	60	3,5	~0
	$SO_2C_6H_4NH_2$	~0	~0	~0	~0
	$SO_2C_6H_5$	~0	~0	~0	~0
	NO_2	~0	~0	~0	~0

* Отмеченное ранее ([5]) наличие нескольких процентов иминной таутомерной формы в спиртовом растворе 2-ацетиламинотиазола при повторных измерениях не подтвердилось.

высокая ацидифицирующая способность, причем минимальное значение этой ацидифицирующей способности различно для разных гетероциклических ами нов. Переход в иминоформу протекае легче у производных 2-аминотиазола, чем у производных 2-аминопиридина.

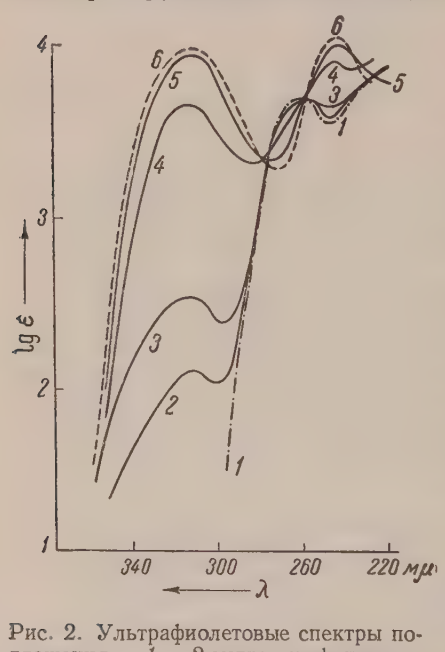


Рис. 2. Ультрафиолетовые спектры поглощения. *1* — 2-метилсульфонамидопиридин в спирте, *2* — 2-сульфонамидопиридин в *н*-гептане, *3*—то же в диоксане, *4* — то же в спирте, *5* — то же в воде, *6* — N-метил-2-сульфонпиридонимин в спирте.

Растворители по способности оказы вать влияние на положение амино-имин ного таутомерного равновесия распола гаются в ряд гептан — диоксан—спирт— вода, в котором каждый последующи член обладает более сильной способность смещать равновесие в сторону иминно таутомерной формы. В кристаллическо состоянии вещества существуют лишь виде одной таутомерной формы — амин ной для соединений с ацильными остат ками со сравнительно невысокой и сред ней ацидифицирующей способностью, иминной — для соединений с остатками высокой ацидифицирующей способности

Все полученные данные, по нашему мнению, подтверждают правильност подхода к амино-иминному (и вообщ протолитическому) таутомерному равно весию как равновесию кислотно-основ ного характера.

Этот вывод подтверждается и следу ющими количественными сопоставле ниями. Если найденные значения обрат ных логарифмов констант таутомер ного равновесия в разных растворителях pK_S нанести на график, на ося координат которого отложены значения pK_S в двух растворителях, то точк для разных исследуемых соединений ложатся на одну прямую, расположен

ю под углом 45° к оси абсцисс (рис. 3) и, следовательно, отвечающую уравнению $pK_{S_1} = pK_{S_2} + \text{const}$.

Наличие такой зависимости между константами таутомерного равновесия в двух растворителях, как это впервые было показано М. И. Кабачником ([6]) в приложении к кето-энольным равновесиям, указывает на подчинение исследуемых таутомерных систем правилу Бренстеда — Измайлова ([7]), а следовательно,— общим соотношениям, определяющим кислотно-основные равновесия.

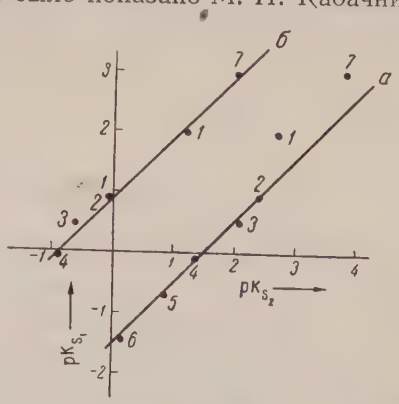


Рис. 3. Зависимость между pK_S в двух растворителях. S_1 —этиловый спирт; S_2 — диоксан (*а*) и вода (*б*). *1* — 2-трихлорацетиламинопиридин, *2* — 2-дихлорацетиламинотиазол, *3* — 2-сульфаниламидопиридин, *4* — 2-сульфонамидопиридин, *5* — 2-нитраминопиридин, *6* —2-трихлорацетиламинотиазол, *7* — 2-дихлорацетиламинопиридин

Учитывая, что постоянный член в приведенном выше уравнении прямой равен $\frac{\Delta F_{S_2} - \Delta F_{S_1}}{2{,}3 \cdot RT}$, где $\Delta F_{S_2} - \Delta F_{S_1}$ есть изменение свободной энергии таутомерной системы при переходе от одного растворителя к другому, легко вычислить эту величину, имеющую, как следует из графика, постоянное значение для всего ряда исследуемых соединений (для данной пары растворителей). Вычисленная из опытных данных величина $\Delta F_{S_2} - \Delta F_{S_1}$ равна 2,1 ккал/моль для перехода от диоксановых к спиртовым растворам и 1,2 ккал/моль для перехода от спиртовых к водным растворам.

Экспериментальная часть

Инфракрасные спектры поглощения снимались на инфракрасном спектрометре ИКС-11, ультрафиолетовые спектры — с помощью спектрофотометра СФ-4. Ацилированные гетероциклические амины получались взаимодействием хлорангидридов соответствующих кислот с 2-аминопиридином и 2-аминотиазолом в среде пиридина или бензола. Таким образом были получены: 2-хлорацетиламинопиридин, т. пл. $< 110°$ (разл.), найдено %: Cl 20,8, вычислено %: Cl 20,8; 2-дихлорацетиламинопиридин, т. пл. 69—70,5°, найдено %: Cl 34,5, вычислено %: Cl 34,6; 2-дихлорацетиламинотиазол, т. пл. 180—180,5°, найдено %: Cl 33,9, вычислено %: Cl 33,6; 2-трихлорацетиламинопиридин, т. пл. 84—85°, найдено %: Cl 44,4, вычислено %: Cl 44,5; 2-трихлорацетиламинотиазол, т. пл. 194—195°, найдено %: Cl 43,5, вычислено %: Cl 43,4; 2-сульфонамидопиридин, т. пл. 171°; 2-сульфонамидотиазол, т. пл. 170°. При взаимодействии соответствующего амида с ангидридом кислоты были получены 2-трифторацетиламинопиридин, т. пл. 98—101°, найдено %: C 44,0; H 2,49, вычислено %: C 44,2; H 2,63; 2-трифторацетиламинотиазол, т. пл. 156—157°, найдено %: C 30,32; H 1,59, вычислено %: C 30,60; H 1,53; 2-ацетиламинопиридин, т. пл. 71°. При нитровании соответствующих аминов концентрированной азотной кислотой по Чичибабину и Разоренову ([8]) были синтезированы 2-нитраминопиридин, т. пл. 184°, и 2-нитраминотиазол, т. пл. $< 180°$ (разл.).

Всесоюзный научно-исследовательский химико-фармацевтический институт им. С. Орджоникидзе

Поступило 2 XII 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] L. Anderson, N. Seeger, J. Am. Chem. Soc., **71**, 343 (1949). [2] C. Angyal, Werner, J. Chem. Soc., **1952**, 2911. [3] Ю. Н. Шейнкер, С. Г. Богомолов, зв. АН СССР, сер. физ., **18**, 738 (1954). [4] Ю. Н. Шейнкер, В. В. Кушкин, И. Я. остовский, ЖФХ, **31**, 214 (1957). [5] С. Г. Богомолов, Ю. Н. Шейнкер, Я. Постовский, ДАН, **93**, 277, (1953). [6] М. И. Кабанчик, ДАН, **83**, 407 952). [7] Н. А. Измайлов, ЖФХ, **24**, 321 (1950). [8] А. Е. Чичибабин, А. Разоренов, ЖРФХО, **47**, 1286 (1915).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

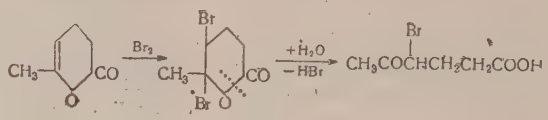
ХИМИ

Н. П. ШУШЕРИНА, М. Ю. ЛУРЬЕ и Р. Я. ЛЕВИНА

δ-ЛАКТОНЫ. ПОЛУЧЕНИЕ АЦИЛИРОВАННЫХ БУТИРОЛАКТОНО ИЗ γ-БРОМ-δ-КЕТОНОКИСЛОТ

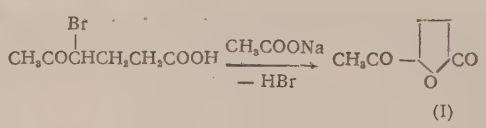
(Представлено академиком А. Н. Несмеяновым 3 XII 1956

В наших предыдущих сообщениях ([1,2]) был описан препаративный мето получения γ-бром-δ-кетонокислот взаимодействием дибромидов непредел ных δ-лактонов с водой; например ([2]):

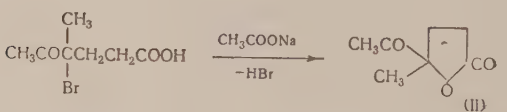


В настоящей работе было показано, что полученные таким путем γ-бро δ-кетонокислоты при действии насыщенного водного раствора ацетата натр на холоду превращаются в бутиролактоны, ацилированные в положени

Этой реакцией из соответствующих γ-бром-δ-кетонокислот были получе с хорошими выходами 5-ацетилбутиролактон ((I) выход 60,5%), 5-ацети 5-метилбутиролактон ((II) 49,2%), лактон 2-окси-2-(β-карбоксиэтил)-ци лопентанона ((III) 61,5%), лактон 2-окси-2-(β-карбоксиэтил)-циклогекс нона ((IV) 56%) и лактон 2-окси-2-(β-карбоксиэтил)-тетралона-1 ((V) 71%

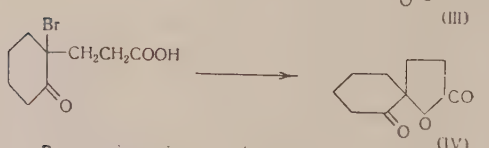


(I)

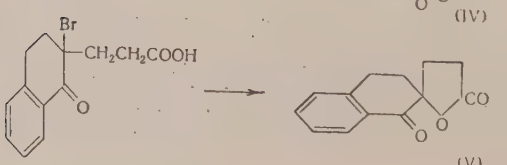


(II)

(III)



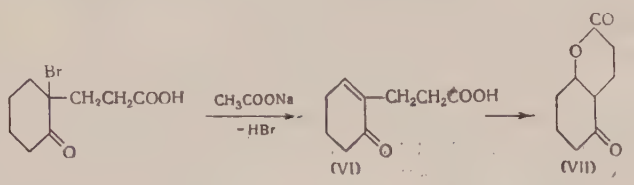
(IV)



(V)

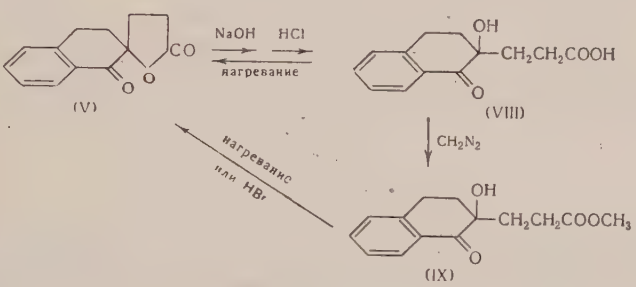
Таким образом, приведенная реакция может служить препаративным етодом получения ацилированных бутиролактонов.

Во всех случаях, кроме первого, можно было бы предположить образо-ание, кроме бутиролактонов, изомерных им насыщенных шестичленных лак-онов (VII), если бы реакция протекала через промежуточное образование епредельных кетонокислот (VI), например:



Однако это предположение отпадает, поскольку опыт показал, что пециально синтезированная непредельная кетонокислота VI не изме-яется при действии насыщенного водного раствора ацетата натрия. Ве-ества I — V не титруются водными и спиртовыми растворами щелочи, е обесцвечивают бромную воду, дают семикарбазоны (кроме V).

Наличие лактонного цикла в полученных соединениях было подтверж-дено превращением одного из них (V) в соответствующую γ-оксикислоту. ри нагревании лактона V с водным раствором едкого натра и последующем одкислении удалось получить оксикислоту (VIII), а из нее действием ди-азометана — метиловый эфир (IX); оксикислота VIII легко превращалась в лактон V при нагревании, а метиловый эфир оксикислоты IX — при на-ревании или при действии на холоду концентрированной бромистоводород-ой кислотой:



Эти реакции, а также данные анализа подтверждают строение полученных ществ I — V, как ацилированных бутиролактонов.

Экспериментальная часть

5-Ацетилбутиролактон (I). 10 г кристаллической γ-бром-γ-ацетилмасляной кислоты (т. пл. 39—41° [2]), 19,5 г ацетата натрия и 20 мл оды перемешивали на холоду в течение 2 час.; реакционную смесь извле-кали затем эфиром (в экстракторе) 10 час. 5-Ацетилбутиролактон (3,7 г, вы-ход 60,5%) обладал следующими константами: т. кип. 143—144° при 15—17 мм, n_D^{20} 1,4630, d^{20} 1,1990, M_D 29,41. Для $C_6H_8O_3$ вычислено MR_D 29,37.

Найд о %: C 56,20; 55,75; H 6,67; 6,37
$C_6H_8O_3$. Вычислено %: C 56,26; H 6,30

Т. пл. семикарбазона 180—181° (из спирта).

Найдено %: N 22,69; 22,63
$C_7H_{11}O_3N_3$. Вычислено %: N 22,69

Литературные данные [3]: т.кип.113—116° при 10 мм, n_D^{20} 1,4657; d_4^{20} 1,222, MR_D 28,76. Т. пл. семикарбазона 184—185°.

5-Метил-5-ацетилбутиролактон (II) был получен т. ким же путем из γ-бром-γ-ацетилвалериановой кислоты (т. пл. 79—80° ([1]) с выходом в 49,2%: т. кип. 119° при 13 мм, n_D^{20} 1,4600, d_4^{20} 1,1340, MR_D 34,3. Для $C_7H_{10}O_3$ вычислено MR_D 33,99.

Найдено %: C 59,19; 59,37; H 7,18; 7,34
$C_7H_{10}O_3$. Вычислено %: C 59,17; H 7,08

Т. пл. семикарбазона 180,5° (из спирта).

Найдено %: N 21,10; 20,88
$C_8H_{13}O_3N_3$. Вычислено %: N 21,09

Литературные данные ([4]) (получен гидратацией γ-этинил-γ-валеролактона: т. кип. 115—116° при 10 мм; т. пл. семикарбазона 182—183°.

Лактон 2-окси-2-(β-карбоксиэтил)-циклопентанона (III). 4 г 2-бром-2-(β-карбоксиэтил)-циклопентанона (т. пл. 55—56 ([2])), 7 г ацетата натрия и 8 мл воды энергично перемешивали в течение двух часов; отфильтровали кристаллы образовавшегося кетонолактона (III) промыли водой и высушили (1,6 г; выход 61,5%): т. пл. 105—106° (из эфира).

Найдено %: C 62,35; 62,23; H 6,50; 6,44
$C_8H_{10}O_3$. Вычислено %: C 62,36; H 6,54

Семикарбазон: т. пл. 230° (с разложением, из водного спирта).

Найдено %: N 19,99; 19,57
$C_9H_{13}O_3N_3$. Вычислено %: N 19,89

Лактон 2-окси-2-(β-карбоксиэтил)-циклогексанона (IV) был получен с выходом в 56% из 2-бром-2-(β-карбоксиэтил)-циклогексанона (т. пл. 70—71°) по той же методике, что и лактон (III): т. кип. 148—149° при 7 мм, т. пл. 54—55° (из эфира).

Найдено %: C 64,36; 64,34; H 7,38; 7,34
$C_9H_{12}O_3$. Вычислено %: C 64,26; H 7,14

Семикарбазон: т. пл. 200° (из спирта с разложением).

Найдено %: N 18,67; 18,85
$C_{10}H_{15}O_3N_3$. Вычислено %: N 18,66

Литературные данные ([5]) (получен, наряду с другими продуктами реакции при окислении димера *о*-метиленциклогексанона с последующей обработкой щелочью): т. пл. 60°, т. пл. семикарбазона 196° (с разложением)).

Лактон 2-окси-2-(β-карбоксиэтил)-тетралона-1 (V). 6 г 2-бром-2-(β-карбоксиэтил)-тетралона-1 (т. пл. 143°), 12 г ацетата натрия, 15 мл воды и 3 мл спирта перемешивали в течении часа и оставляли на ночь. Кристаллы, выпавшие из раствора, после испарения спирта, были промыты водой и высушены. Полученный кетонолактон V плавился при 100—101° (из бензина).

Найдено %: C 72,54; 72,65; H 5,74; 5,75
$C_{13}H_{12}O_3$. Вычислено %: C 72,22; H 5,55

Получить семикарбазон кетонолактона V в обычных условиях не удалось.

2-Окси-2-(β-карбоксиэтил)-тетралон-1 (VIII). 4 г кетонолактона V растворили в 10 мл 10%-го водного раствора едкого натра при слабом нагревании. К полученному раствору при охлаждении прибавили по каплям концентрированную соляную кислоту. Выпавшая оксикетонокислота VIII (3,9 г), промытая дестиллированной водой и высушенная в вакуум-эксикаторе, плавилась при 116—117° (температура плавления определялась в приборе, нагретом предварительно до 110°).

Найдено %: C 66,48; 66,55; H 6,07; 6,10
$C_{13}H_{14}O_4$. Вычислено %: C 66,66; H 5,98

При кристаллизации из спирта полученная оксикислота VIII превращалась частично, а при перегонке — полностью, в исходный кетонолактон V (т. пл. 100°).

2-Окси-2-(β-карбметоксиэтил)-тетралон-1 (IX). К 3,8 г (0,017 моля) оксикислоты VIII добавили 36 мл эфирного раствора, содержащего ~ 0,03 моля диазометана. По окончании реакции эфир испарили в вакууме, оставшееся масло при длительном стоянии закристаллизовалось: т. пл. 42—42,5°. При попытке перекристаллизовать полученный эфир оксикислоты из спирта, а также при перегонке его или при обработке концентрированной бромистоводородной кислотой на холоду образуется с количественным выходом кетонобутиролактон V (т. пл. 100°).

Попытка лактонизации непредельной кетокислоты (VI). Непредельная кетонокислота (VI)* (т. пл. 75—76°; т. пл. семикарбазона 180—181°) обрабатывалась водным раствором ацетата натрия в тех же условиях, что и 2-бром-2-(β-карбоксиэтил)-циклогексанон. Из реакционной смеси была выделена исходная кислота VI с т. пл. 75°. т. пл. семикарбазона 180°; смешанная проба с семикарбазоном исходной непредельной кетонокислоты плавилась без депрессии.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило
23 XI 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Р. Я. Левина, Н. П. Шушерина, М. Ю. Лурье, ЖОХ, **24**, 1439 (1954). [2] Р. Я. Левина, Н. П. Шушерина, М. Ю. Лурье, ДАН, **113**, № 4 (1956). [3] М. Т. Саингян, М. Г. Залинян, А. Дургарян, Тр. Ереван. унив., **44**, 32 (1954). [4] C. Hurd, H. Winberg, J. Am. Chem. Soc., **73**, 917 (1951). [5] K. Mannich, Ber., **74 B**, 557 (1941).

* Синтез и превращения этой непредельной δ-кетонокислоты будут описаны в следующем сообщении.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

ХИМИ

Л. Н. ЯХОНТОВ

О НЕКОТОРЫХ ХИМИЧЕСКИХ ОСОБЕННОСТЯХ 2,6-ДИХЛОРПРОИЗВОДНЫХ ПИРИДИНА

(Представлено академиком И. Н. Назаровым 17 XII 1956)

В ходе синтеза производных хинуклидина был получен ряд 3,4-дизам щенных пиридина (I) и их 2,6-дихлорпроизводных (II) ([1-2]).

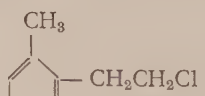
I II

$R = -C_2H_5$; $-CH=CH_2$; $-CH_2-CH_2Cl$; $-CH_2CH_2OH$; $-CH_2CH_2OCH_3$; $-CH_2CH_2OOCCH_3$; $-COOH$; $-COOC_2H_5$; $-COCH_3$

Сопоставление свойств этих соединений позволило выявить некоторы химические особенности 2,6-дихлорпроизводных пиридина II, связанн с наличием α, α′-атомов галоида. II, в отличие от соответствующих дегало дированных соединений I, не образуют солей с минеральными кислота и не дают пикратов.

Эти данные находятся в соответствии с отсутствием в литературе сообщ ний о хлоргидратах или пикратах каких-либо 2,6-дигалоидпроизводны пиридина и с указанием Селла и Дутсона ([3]), что 2,6-дихлорпиридин не о разует хлорплатината и комплексной соли с хлорной ртутью.

Следует отметить, что элиминирование только одного α-хлорзаместите уже приводит к соединению, образующему хлоргидрат. Нами был син зирован 2-хлор-4-метил-3-(β-хлорэтил)-пиридин ([2]) и получен хлоргидр последнего (III) обработкой эфирного раствора основания спиртовым хл ристым водородом.



HCl

III

Хлоргидрат устойчив на воздухе, но легко гидролизуется водой.

Другой особенностью 2,6-дихлорпроизводных пиридина является что они не образуют четвертичных солей при многочасовом кипячении в а тоновом растворе с йодистым метилом. В то же время соответствующие галоидированные соединения I легко образуют йодметилаты с йодистым тилом в ацетоне при комнатной температуре. В соответствии с этими д ными находится сообщение Вибо ([4]), которому удалось с незначительн выходом получить йодметилат 2,6-дибромпиридина только при проведе реакции в трубке при 100° в течение 6 часов.

Третьей особенностью 2,6-дихлорпроизводных пиридина II является их способность к образованию N-оксидов, которые в случае дегалоидированных соединений I легко получаются при нагревании с перекисью водорода ледяной уксусной кислоте.

Затруднения в образовании солей, четвертичных солей, N-оксидов и мплексных соединений по азоту у 2,6-дихлорпроизводных пиридина гут быть связаны как с пространственными затруднениями, так и с подачением основных свойств азота путем уменьшения плотности электронов атома азота за счет α,α′-атомов галоида, являющихся электроноакцепторами. В пользу последнего фактора говорит также отсутствие реакционной способности метильной группы в положении 4 у 2,6-дихлорпроизводных пиридина II.

Примеры. А. II не вступают в отличие от I в реакции конденсации с рбонильными соединениями (альдегиды, мезоксалевый эфир).

Б. II не изменяются при нагревании с двуокисью селена в различных ловиях, в то время как γ-метильная группа I легко окисляется уокисью селена. Например 3-(β-ацетоксиэтил)-4-метилпиридин при нагревании с двуокисью селена в кипящем толуоле в течение 25 мин. образует (β-ацетоксиэтил)-изоникотиновую кислоту. Т. пл. 155—156° (из толуола).

Найдено %: C 57,13; 57,29; H 5,61; 5,64; N 6,30
$C_{10}H_{11}O_4N$. Вычислено %: C 57,41; H 5,26; N 6,69

6-Дихлор-3-(β-ацетоксиэтил)-4-метилпиридин (II, R = $—CH_2CH_2 \cdot OOCCH_3$) количественно возвращается неизменным при нагревании с двуокисью селена в кипящем толуоле в течение 3 час. а также без растворителя часа при 160—165° или при 250° в течение 10 мин.

Н. А. Преображенский и А. А. Беэр ([5]) указывают, что при нагревании метилникотиновой кислоты с избытком хлористого тионила происходит наряду с образованием хлорангидрида замещение атомов водорода в γ-метильной группе на атомы хлора. Омыление получающегося хлорангидрида трихлорметилникотиновой кислоты приводит к цинхомероновой кислоте. Следовало ожидать, что в соответствующей 2,6-дихлор-4-метилникотиновой кислоте атомы водорода в γ-метильной группе окажутся менее подвижными.

Действительно, при нагревании полученной нами 2,6-дихлор-4-метилникотиновой кислоты (II, R = —COOH) с избытком хлористого тионила в тех же условиях был получен только хлорангидрид 2,6-дихлор-4-метилникотиновой кислоты, который нагреванием с абс. спиртом переведен в этиловый эфир 2,6-дихлор-4-метилникотиновой кислоты с выходом 91% на исходную кислоту.

Наконец, следует отметить, что по литературным данным ([6]) реакция Ромунда применима только к хлорангидридам 2,6- (или 2,4-)-дихлорпиридинкарбоновых кислот. Соответствующие дегалоидированные кислоты ряда пиридина не превращаются в альдегиды этим путем.

Всесоюзный научно-исследовательский
химико-фармацевтический институт
им. С. Орджоникидзе

Поступило
8 XII 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] М. В. Рубцов, ЖОХ, **25**, 1021 (1955). [2] М. В. Рубцов, Л. Н. Яхонтов, ЖОХ, **25**, 1183, 1820 (1955). [3] W. J. Sell, F. W. Dootson, J. Chem. Soc., **73**, 432 (1898) [4] J. Wibaut, Rec. trav chim., **58**, 1100(1939). [5] Н. А. Преображенский, А. А. Беэр, ЖОХ, **15**, 667 (1945). [6] R. Graf, J. prakt. Chem., **134**, 177 (1932).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИ

Академик А. А. БАЛАНДИН и П. ТЕТЕНИ

КИНЕТИКА ДЕГИДРОГЕНИЗАЦИИ СПИРТОВ НАД ОСАЖДЕННЫМ МЕДНЫМ КАТАЛИЗАТОРОМ

Кинетика дегидрогенизации спиртов различного строения над медн изучалась в работах авторов ([1-7]). В этих работах показано, что скорос и энергия активации дегидрогенизации спиртов не зависит ([1], или незначительно зависит ([4,5]) от их строения. Установлено также ([что адсорбционные коэффициенты этилового, *н*-пропилового и изо-пр пилового спиртов на медном катализаторе одинаковы.

В данной работе исследовалась кинетика дегидрогенизации спирто значительно различающихся по своему строению: этилового, изо-пропил вого, бензилового спирта и циклогексанола. Помимо определения энерг активации этих спиртов, такая работа представляет интерес и с точк зрения изучения адсорбции различных спиртов на данном катализатор

В отличие от прежних работ, в настоящей работе использовался медн катализатор, приготовленный осаждением гидроокиси меди аммиаком 20%-го раствора азотнокислой меди. Гидроокись меди разлагалась в то воздуха при 400°, и полученная окись меди восстанавливалась электрол тическим водородом при 150; 200; 250 и 300°, по 6 час. при каждой темп ратуре. После каждого опыта катализатор регенерировался водородо Примененные вещества имели физические константы, совпадающие с данны в литературе. Водород, необходимый для приготовления смесей, требу щихся при определении адсорбционных коэффициентов, получался элек ролизом 20%-го раствора KOH, очищался от следов кислорода пропуск нием над медью при 380—400° и осушался над $CaCl_2$. Опыты производили на обычной проточной установке, применяемой в лаборатории органич ского катализа Московского государственного университета. Подача исхо ных веществ осуществлялась автоматически из шприца с электромотор (точность подачи ±0,005 мл/мин.). Прием и измерение объема выдели шегося в результате реакции газа осуществлялись автоматическим газ мером системы Патрикеева. Было установлено, что исследованный катал затор в изученном температурном интервале (180—280°) в случае всех уп мянутых четырех спиртов проводит исключительно дегидрогенизаци Образовавшийся газ был чистым водородом (чистота газа контролиро лась газовым анализом). В катализате находился непрореагировавш спирт и соответствующий альдегид или кетон, как показала перегон катализата. Опыты с зернами катализатора различных величин показыва что исследования проводились в кинетической области.

Как было доказано в ([8, 9]), дегидрогенизация спиртов подчиняется о щему кинетическому уравнению мономолекулярных каталитических ре ций в потоке, выведенному одним из авторов ([10]). В случае дегидрогенизац спиртов без примесей это уравнение имеет вид

$$\frac{dm}{dl} = k\frac{A_1 - m}{A_1 + (z_2 + z_3 - 1)\,m},$$

где k — константа скорости реакции; A_1 — скорость подачи спирта; m скорость выделения водорода; прочие обозначения см. ([8]).

Отсюда после интегрирования получаем:

$$k = (z_2 + z_3)\, A_1 \ln \frac{A_1}{A_1 - m} - (z_2 + z_3 - 1)\, m. \qquad (2)$$

Относительные адсорбционные коэффициенты, входящие в уравнение (2), определялись реакционно-кинетическим методом, основанным на понижении скорости реакции при прибавлении к исходному веществу определенного количества продукта реакции или постороннего вещества. Величина уменьшения скорости реакции показывает, в какой мере адсорбируется прибавленное вещество на активных участках катализатора.

Величина адсорбционного коэффициента z рассчитывалась по формуле [11]

$$z = [B_1 (2H - Y) - YH]/[(1 - B_1) Y], \qquad (3)$$

где

$$B_1 = A_1/\Sigma A_r; \quad Y = m/\Sigma A_r; \quad H = Y/2 - Y\ *.$$

Заметим, что величины адсорбционных коэффициентов, рассчитанные по (3), не сильно отличаются от величин, полученных путем применения более простой формулы [12], выведенной для меньших степеней превращений:

$$z = \left(\frac{m_0}{m} - 1\right) \Big/ \left(\frac{100}{p} - 1\right), \qquad (4)$$

где p — процент спирта в смеси; m_0 — значение m для чистого спирта.

Относительные адсорбционные коэффициенты определялись по скорости дегидрогенизации бинарных смесей продуктов реакций с исходным спиртом. При этом объемная скорость спирта в опыте с чистым веществом была равна суммарной объемной скорости спирта и продукта реакции в опытах со смесями. Для проверки постоянства активности катализатора опыты со смесями чередовались с опытами с чистым веществом. Была проверена независимость относительных адсорбционных коэффициентов от объемной скорости подачи. В табл. 1 и 2 приведены результаты определения адсорбционных коэффициентов. Кривые адсорбционного вытеснения имели вид, аналогичный наблюденным ранее для других веществ [12].

Таблица 1

Относительные адсорбционные коэффициенты z_2 (отношение адсорбционных коэффициентов альдегидов и кетонов к адсорбционным коэффициентам соответствующих спиртов).
Осажденный медный катализатор

Вещество	Т-ра, °С	z_2
C_2H_5CHO/C_2H_5OH	250	0,68±0,03
	275	0,67±0,005
$(CH_3)_2CO/-C_3H_7OH$	189	0,64±0,01
	212	0,57±0,01
	230	0,64±0,03
$C_6H_5CHO/C_6H_5CH_2OH$	244	1,33±0,07
	269	1,34±0,06
$C_6H_{10}O/C_6H_{11}OH$	212	1,23±0,07
	228	1,24±0,02
	244	1,16±0,08
	250	1,16±0,02

Таблица 2

Относительные адсорбционнные коэффициенты z_3 (отношение адсорбционного коэффициента к адсорбционным коэффициентам различных спиртов).
Осажденный медный катализатор

Спирт	Т-ра, °С	$z_3 = a_{H_2}/a_{сп}$
C_2H_5OH	223	0,55±0,04
	239	0,50±0,03
	266	0,56±0,05
u-C_3H_7OH	189	0,30±0,01
	212	0,30±0,02
	216	0,38±0,04
	230	0,37±0,02
$C_6H_5CH_2OH$	235	0,52±0,03
	265	0,54±0,02
$C_6H_{11}OH$	212	0,52±0,03
	228	0,48±0,03

Полученные величины относительных адсорбционных коэффициентов уксусного альдегида и водорода отличаются от величин, полученных в прежних работах [3, 6] и близких, соответственно, к единице и нулю. Однако катализатор, примененный в цитируемых работах, был получен прокали-

* Y в выражении для H означает глубину превращения в опыте с чистым веществом

ванием азотнокислой меди и восстановлением полученной окиси меди во
родом. С другой стороны, установленная в прежних работах независимо
относительных адсорбционных коэффициентов от температуры (в слу

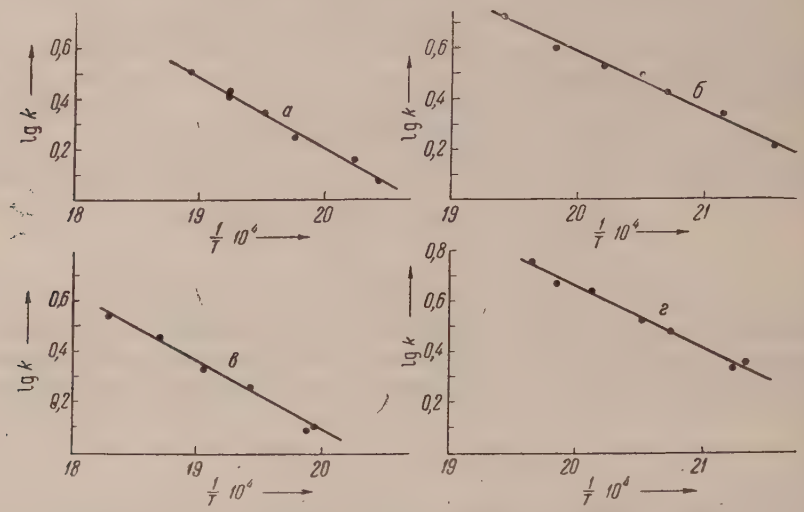


Рис. 1. Зависимость логарифма константы скорости реакции от обратной температуры при дегидрогенизации спиртов: *а* — этилового, *б* — изопропилового, *в* — бензилового, *г* — циклогексанола

медного катализатора) нашими опытами подтверждается. Относительны
адсорбционные коэффициенты ацетона получились близкими к величина
рассчитанным нами из данных работы (²) и равными 0,77 ± 0,02. Остал
ные адсорбционные коэффициенты на меди в других работах не определялис

Таблица 3

Дегидрогенизация C_2H_5OH на Cu. Объем катализатора 4 мл; скорость пуска 0,126 мл/мин; $A_1 = 11{,}25$ мл/мин·мл катализатора; $z_2 + z_3 = 1{,}21$; $\varepsilon = 12800$ кал/моль; $k_0 = 6{,}65 \cdot 10^5$; $\varepsilon/\lg k_0 = 2{,}2 \cdot 10^3$

№-опыта	Т-ра, °С	V_{H_2} мл/мин.	m_{H_2} мл/мин·мл кат.	k	$k_{выч}$ при $\varepsilon = 12800$ кал/моль
6	217	4,40	1,10	1,18	1,22
7	222	5,23	1,31	1,44	1,50
2	231	6,36	1,59	1,79	1,77
3	240	7,87	1,97	1,23	1,97
1	247	9,37	2,34	2,67	2,67
5	247	9,14	2,28	2,58	2,67
4	256	11,00	2,75	3,23	3,28

Таблица 4

Дегидрогенизация изо-пропилового спир
на Cu. Объем катализатора 4 мл; с
рость пуска 0,164 мл/мин;
$A_1 = 12{,}07$ мл/мин·мл кат.: $z_2 + z_3$
$= 0{,}96$; $\varepsilon = 10\,700$ кал/моль;
$k_0 = 1{,}89 \cdot 10^5$, $\varepsilon/\lg k_0 = 2{,}03 \cdot 10^3$

№ опыта	Т-ра, °С	V_{H_2} мл/мин.	V_{H_2} мл/мин·мл кат.	k	$k_{выч}$ при
6	191	6,20	1,55	1,66	1,5
3	200	7,93	1,98	2,17	1,9
1	210	9,48	2,37	2,64	1,9
5	215	10,73	2,68	3,07	2,9
2	223	11,67	2,92	3,34	3,2
4	232	14,77	3,69	3,97	4,1
7	242	17,17	4,29	5,28	5,2

Как видно из табл. 2, относительные адсорбционные коэффициен
водорода от температуры не зависят. Из этого следует ([13], [14]), что тепло
адсорбции соответствующих спиртов равны теплоте адсорбции водоро
и, следовательно, равны друг другу. Как известно из литературы ([15], [1
теплоты конденсации изученных нами спиртов различаются доволь
значительно, в пределах от 9,3 ккал/моль для этилового спирта
12,06 ккал/моль для бензилового спирта. Теплоты физической адсорбц
исследованных нами спиртов в случае их физической адсорбции на кат
лизаторе должны были бы различаться, так как теплоты физической а

орбции обычно близки к теплотам конденсации. Одинаковость теплот адсорбции этих спиртов на каталитически активной поверхности свидетельствует об участии химических сил в процессе адсорбции спиртов при катализе.

Определение относительных адсорбционных коэффициентов продуктов дегидрогенизации дало возможность определить истинные энергии активации дегидрогенизации изученных нами спиртов. Для определения констант скоростей в уравнение (2) были подставлены соответствующие адсорбционные коэффициенты из табл. 1 и 2, а также значения m (определенные при различных температурах) и A_1. Полученные результаты приводятся в табл. 3, 4, 5 и 6 и на рис. 1. Истинные энергии активации дегидрогенизации

Таблица 5

Дегидрогенизация бензилового спирта на Cu. Объем катализатора 4 мл; скорость пуска 0,21 мл/мин; A_1=11,37 мл/мин·мл кат.; z_2+z_3=1,87; $\varepsilon = 12300$ кал/моль; $k_0=2{,}92\cdot10^5$; $\varepsilon/\lg k_0=2{,}25\cdot10^3$

№ опыта	Т-ра, °С	V_{H_2} мл/мин	m_{H_2} мл/мин·мл кат	k	$k_{выч}$ при ε=12300 кал/моль
6	229	4,60	1,15	1,27	1,27
1	230	4,43	1,11	1,24	1,33
3	242	6,30	1,58	1,79	1,73
4	252	7,36	1,84	2,17	2,17
5	262	9,24	2,32	2,83	2,70
4	274	10,90	2,73	3,43	3,42

Таблица 6

Дегидрогенизация циклогексанола на Cu. Объем катализатора 4 мл; скорость пуска 0,21 мл/мин; $A_1 = 11{,}12$ мл/мин·мл. кат.; $z_2 + z_3 = 1{,}70$; $\varepsilon = 11100$ кал/моль; $k_0=3{,}34\cdot10^5$; $\varepsilon/\lg k_0=2{,}01\cdot10^3$

№ опыта	Т-ра, °С	V_{H_2} мл/мин.	m_{H_2} мл/мин·мл кат.	k	$k_{выч}$ при ε = 11100 кал/моль
4	196	7,66	1,92	2,25	2,24
7	198	7,44	1,86	2,19	2,26
3	209	10,17	2,55	3,03	3,03
5	214	10,87	2,72	3,40	3,39
1	224	13,23	3,31	4,32	4,19
6	231	14,03	3,51	4,72	5,00
2	236	16,10	4,02	5,72	5,58

пиртов на данном катализаторе определены впервые. В прежней работе [1]) на медном катализаторе, приготовленном другим методом, была определена истинная энергия активации дегидрогенизации этилового спирта, совпадающая с величиной, найденной нами (12,8 ккал/моль).

Полученные данные показывают, что строение углеводородного радикала спирта мало влияет на величину энергии активации дегидрогенизации на данном металлическом медном катализаторе. Значительного влияния не оказывают даже такие различные по своему характеру радикалы, как фенил и метил в этиловом и бензиловом спирте. Незначительное влияние углеводородного радикала на энергию активации является подтверждением мультиплетной теории и объясняется тем, что влияние зарамочного заместителя почти в равной мере сказывается ([17]) как на величине разрываемой в ходе реакции связи атомов внутри молекулы, так и на связи атомов реагирующей молекулы с атомами катализатора.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило
6 XII 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] W. G. Palmer, F. H. Constable, Proc. Roy. Soc. (A), **107**, 225 (1925) А. А. Баландин, М. Н. Марушкин, Б. А. Иконников, Уч. зап. МГУ, в. 2, 1 (1934). [3] A. Bork, A. A. Balandin, Zs. phys. Chem., (B), **33**, 54 (1936). A. Bork, A. A. Balandin, Zs. phys. Chem., (B), **33**, 73 (1936). [5] A. Bork, A. A. alandin, Zs. phys. Chem., (B), **33**, 435 (1936). [6] A. Bork, Acta Physicochim. RSS, **11**, 409 (1939). [7] A. Bork, Acta Physicochim. URSS, **9**, 697 (1938); ЖФХ **13**, 1 (1939). [8] А. Е. Агрономов, Вестн. МГУ, **6**, № 2, 109 (1951). А. А. Баландин, Е. И. Клабуновский, ДАН, **98**, № 5, 3 (1954). [10] А. А. Баландин, ЖОХ, **12**, 153 (1942). [11] А. А. Баланн, ЖОХ, **12**, 160 (1942). [12] А. А. Баландин, О. К. Богданова, А. П. Щегва, Изв. АН СССР, ОХН, **1946**, **5**, 497. [13] А. Х Борк, Сборн. работ по физ. м., Изд. АН СССР, 1947, стр. 168. [14] А. А. Баландин, ДАН, **63**, 33 (1948). J. H. Mathews, J. Am. Chem. Soc., **48**, 562. (1926) [16] N. Nagornow, L. Rajanz, Zs. phys. Chem., **77**, 704 (1911). [17] А. А. Баландин, ЖОХ, **97**, 667 (1954).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИ

В. И. БЛИНОВ и Г. Н. ХУДЯКОВ

О НЕКОТОРЫХ ЗАКОНОМЕРНОСТЯХ ДИФФУЗИОННОГО ГОРЕНИ ЖИДКОСТЕЙ

(Представлено академиком Г. М. Кржижановским 16 XI 1956)

Исследование горения автобензина, керосина, дизельного топлив солярового масла и ряда других нефтепродуктов в резервуарах с разли ными диаметрами позволило установить ряд важных закономерност этого вида диффузионного горения жидкостей.

1. На рис. 1 приведены снимки пламен автобензина, сгоравшего в ц линдрических резервуарах с диаметрами 1,1; 3; 15; 30 и 130 см. Из снимк

Рис. 1. Автобензин. A — d = 1,1 см; $Б$ — 3,0 см; B — 15 см; $Г$ — 30,0 см; $Д$ —130,0 см

видно, что при увеличении диаметра резервуара существенно изменяют вид и строение пламени. Пламя бензина в резервуаре с диаметром 1,1 имеет коническую форму, которая не меняется с течением времени. П увеличении диаметра горелки пламя нефтепродуктов начинает пульсир вать с максимальной частотой, примерно 18—20 гц. При дальнейш увеличении диаметра пульсация пламени уменьшается. При $d = 3$ верхняя часть пламени становится неустойчивой. С увеличени d граница неустойчивой части смещается вниз. При $d = 15$ см все пла имеет причудливые быстро меняющиеся очертания. В пламени бензи

горающего в резервуаре с диаметром 130 см, ясно видны беспорядочные урбулентные движения. Такая же картина наблюдается при горении ругих жидкостей.

2. Горение жидкости является горением струи пара. В табл. 1 приведены значения чисел Рейнольдса Re для струй пара некоторых из исследованных нефтепродуктов, вычисленные на основании опытных данных. Из таблицы видно, что Re мало для резервуара малого диаметра. При >8 см наблюдается быстрое возрастание Re с увеличением диаметра, и для езервуаров с диаметрами 130 см Re велико и превышает критическое начение.

Снимки и данные табл. 1 показывают, что при горении жидкостей в езервуарах имеют место два режима: ламинарный — при сгорании жидостей в резервуарах, диаметр которых невелик, и турбулентный — ри сгорании в резервуарах, диаметр которых больше 1 м.

3. Из табл. 1 видно, что зависимость v (d) для всех изученных жидкостей меет одинаковый характер, сходный с характером зависимости v (d) для виационного бензина, описанной в [1]. Скорость v сначала понижается увеличением диаметра резервуара, стремясь к некоторому предельному начению; при $d > 10$ см v возрастает с увеличением диаметра, а при d, ревышающих 1 м, скорость v практически не меняется при изменении d. аким образом, вся исследованная область делится на три части, в каждой з которых наблюдается характерная для этой части зависимость v (d).

Значения Re для разных d и фотографии пламен дают основание сделать аключение, что первая из указанных областей является областью ламиарного, а третья — турбулентного горения жидкостей; вторая область — ереходная от ламинарного режима к турбулентному.

4. Изменение v в зависимости от d в области ламинарного горения доаточно хорошо описывается соотношением $v = a + bd^{-n}$, где a и b — остоянные, зависящие только от природы жидкости. Величина a $(a = v$ ри $d = \infty)$ равна для автобензина 1,4; тракторного керосина 1,1; осветиельного керосина 0,9; солярового масла 0,5; дизельного топлива 0,8 и рансформаторного масла 0,5 мм/мин, а показатель степени n равен, соответственно, 1,73; 1,61; 1,51; 1,54; 1,31 и 1,5.

Несложные подсчеты показывают, что уменьшение удельной скорости аминарного горения жидкостей при возрастании диаметра резервуара бусловлено, в основном, относительным уменьшением количества тепла, олучаемого жидкостью от пламени через стенку резервуара.

5. Табл. 1 показывает, что при ламинарном горении отношение объема жидкости, сгоревшей в единицу времени, к высоте пламени δ не зависит диаметра резервуара и, следовательно, величина $u = Q/\delta d$, характеизующая скорость горения, отнесенную к единице поверхности пламени, зменяется пропорционально $1/d$.

Эти результаты легко объяснить. Действительно, при ламинарном гоении неперемешанных газов высота пламени [1, 2] $\delta \approx wd^2/D$, где w — скость течения горючего газа; D — коэффициент диффузии кислорода. Если рез $\rho_п$ и ρ обозначить плотность пара и жидкости, то $w\rho_п = v\rho$. Так как $= \pi wd^2/4 = \pi v\rho d^2/4\rho_п$, то после подстановки последнего результата выражение, которым определяется δ, получим, что для данной жидкости ри ламинарном горении $Q/\delta = \text{const}$, $u = \text{const}/d$.

6. Из опытных данных, приведенных в табл. 1, следует, что удельная орость турбулентного горения жидкостей практически не зависит от d: ри увеличении диаметра резервуара в 18 раз (от 1,3 до 22,9 м) скорость рения автобензина и керосина почти не изменилась (изменения лежат пределах ошибок наблюдений). Этот факт приводит к интересному заючению.

Очевидно, что скорость испарения, а следовательно, и горения жидкоти определяется тем количеством тепла q, которое жидкость в единицу вреени получает от пламени [3]. Но $q = q_1 + q_2 + q_3$, где q_1, q_2 и q_3 — ко-

Таблица 1*

Нефтепродукт	Параметры	Диаметр d в см															
		0,37	0,50	0,60	0,71	1,1	2,0	3,0	4,7	8,0	14,8	30	50	80	130	260	863	2290
Автобензин	v мм/мин	—	—	18,0	13,2	5,5	3,4	2,2	1,8	1,4	1,6	2,5	4,1	—	4,1	—	3,8	3,4
	δ см	—	—	9,5	9,7	11,9	20,3	24,2	31,4	—	—	100	—	—	300	440	—	3900
	$Q:\delta$	—	—	0,05	0,05	0,05	0,05	0,06	0,10	—	—	1,77	—	—	18,2	—	—	380
	$\delta:d$	—	—	16	13,5	10,4	10,3	8,1	6,7	—	—	3,3	—	—	2,3	1,7	—	1,7
	$Re\cdot10^3$	—	—	0,15	0,12	0,08	0,14	0,08	0,10	0,14	0,26	0,92	2,53	—	6,60	—	—	98
Тракторный керосин	v	12,0	7,5	6,4	4,8	3,2	1,9	1,4	1,4	0,9	1,2	1,8	3,0	3,4	4,0	4,2	—	3,6
	δ	3,6	5,4	6,3	6,3	9,6	15,3	20	29,5	41,3	68	—	—	—	208	—	—	—
	$Q:\delta$	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,4	0,05	0,08	0,11	0,31	—	—	—	25,5	—	—	—
	$Re\cdot10^3$	0,06	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,06	0,09	0,10	0,24	0,74	2,05	3,8	7,1	14,9	—	112
Дизельное топливо	v	6,9	5,0	4,2	3,5	2,5	1,7	1,3	1,1	0,6	0,7	—	—	2,7	3,3	3,5	—	—
	δ	3,0	3,9	4,3	5,0	7,8	13,0	19,0	27	40	—	—	—	—	220	312	—	—
	$Q:\delta$	0,025	0,03	0,03	0,03	0,03	0,04	0,05	0,07	0,07	—	—	—	—	20	60	—	—
	$\delta:d$	8,1	7,7	7,2	7,0	6,8	6,5	6,4	5,7	5,0	—	—	—	—	1,7	1,2	—	—
	$Re\cdot10^3$	0,04	0,04	0,04	0,03	0,04	0,05	0,05	0,07	0,07	0,14	—	—	3,0	6,0	12,7	—	—
Соляровое масло	v	9,3	5,1	4,1	3,3	2,4	1,1	0,6	0,6	0,6	0,6	0,8	1,7					
	δ	3,0	4,0	4,4	4,9	7,9	11,8	14,5	20,7	—	31	100	—					
	$Q:\delta$	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,05	—	0,31	0,56	—					

* Значения скоростей горения в резервуаре с диаметром 23 м взяты из данных, опубликованных Центральным научно-исследовательским институтом пожарной обороны, а сведения о скоростях горения в резервуарах с диаметром 1,3 и 2,6 м получены во время опытов, которые проводились

чество тепла, поступающее к жидкости, соответственно, через стенку. тем теплопроводности и вследствие излучения пламени. При горении в ре-рвуарах, диаметр которых больше 1 м, величины q_1 и q_2 малы по сравнению q_3. Таким образом, постоянство v при турбулентном горении показывает, о количество лучистой энергии, воспринимаемой 1 см² поверхности жид-сти в единицу времени, не зависит от d.

7. Данные табл. 1 показывают, что относительная высота пламени δ/d и турбулентном режиме не зависит от диаметра резервуара. Этот результат гко обосновать, если принять (как это часто делают), что при турбулент-м режиме коэффициент диффузии $D \approx wd \approx vd$. Но $\delta \approx wd^2/D$ и, следо-тельно, $\delta \approx d$.

В заключение авторы считают своим приятным долгом выразить благо-рность Л. А. Володиной и А. А. Корякиной за помощь при проведении спериментальной части работы.

Энергетический институт
им. Г. М. Кржижановского
Академии наук СССР

Поступило
25 V 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] В. И. Блинов, Изв. АН СССР, ОТН, № 4, 115 (1956). [2] Д. А. Франк-Каменецкий, Дополн. ред. к кн. Б. Льюис и Г. Эльбе, Горение, пламя и взрывы в газах, 1, 1948. [3] Г. Н. Худяков, Изв. АН СССР, ОТН, № 10—11, 1115 (1945); № 7, 1015 51).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМ

В. А. СМИРНОВ и Л. И. АНТРОПОВ

НУЛЕВЫЕ ТОЧКИ РАЗБАВЛЕННЫХ АМАЛЬГАМ НАТРИЯ

(Представлено академиком А. Н. Фрумкиным 4 X 1956)

За последнее десятилетие особенно отчетливо выявилась важная ро которую играет потенциал нулевого заряда или нулевая точка метал ($_{Me}E_{q=0}$) в различных электрохимических процессах ([1–6]). В связи с э представляет значительный интерес, определение нулевых точек разб ленных амальгам, м гие из которых наш применение при восс новлении неоргани ских и органичесн веществ ([7–9]). До стоящего времени с э точки зрения в водн растворах исследо лись лишь амальга таллия ([10]) и кадмия (Здесь приводятся зультаты определен нулевых точек разб ленных амальгам н рия.

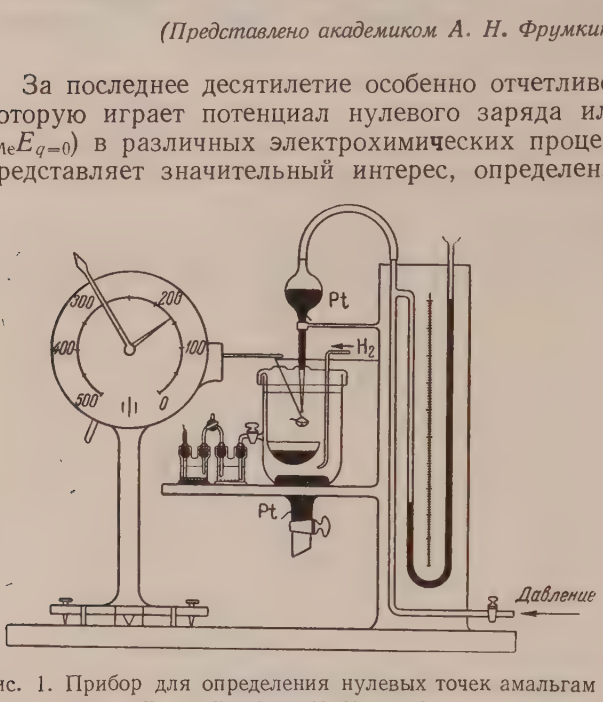


Рис. 1. Прибор для определения нулевых точек амальгам капельно-весовым методом

Нахождение нулев точек амальгам щело ных металлов затру няется в связи со сра нительно легкой их окисляемостью и довольно быстрым разложени водными растворами электролитов. Кроме того, токи обмена между амал гамами и растворами, содержащими ионы соответствующего метал обычно велики. Для заметного смещения потенциала от равновесно или стационарного значения требуется поэтому применение значительн токов, что может привести к изменению состава поверхностного сл амальгамы и к искажению результатов.

При проведении настоящих исследований амальгамы сразу же пос их приготовления переводились для уменьшения возможного окислен в специальную емкость, заполненную водородом *; отбор порции амал гамы, необходимой для проведения опыта, производился непосредствен перед измерением.

Для уменьшения ошибок, связанных с влиянием саморастворения концентрационной поляризации, был выбран капельно-весовой метод сн тия электрокапиллярных кривых, обеспечивающий постоянное обновлен поверхности амальгамы. В обычную методику капельно-весовых измерен ([12]) были внесены некоторые изменения и был использован прибор, изоб женный на рис. 1. Для быстрого проведения каждого измерения взвеши

* Амальгамы и водовород получались электролитически.

е капель производилось непосредственно в растворе при помощи торонных весов. Необходимая скорость капания достигалась за счет использования капилляров с различным диаметром отверстия и подбором ответствующего давления, контролируемого по ртутному манометру. Капилр и резервуар над ним общей емкостью около 10 мл заполнялись исследемой амальгамой. Перед проведением измерений в течение 3—4 час. через створ применявшегося электролита опускался электролитический водод. Затем включался ток; вторым ектродом служила ртуть, налитая дно электролитической ячейки *. После установления определенной личины потенциала капельного ектрода определялся вес известного сла капель, собранных в стеклянную чашечку, закрепленную стеклянй нитью на расчале торзионных сов. Расхождение между отдельми опытами, проведенными при данных условиях, не превышало %. Контрольные кривые, снятые я ртути в 1,0 *н* NaOH и 1,0 *н* H_2SO_4, отличались от обычных электрокаллярных кривых и подтвердили дежность метода.

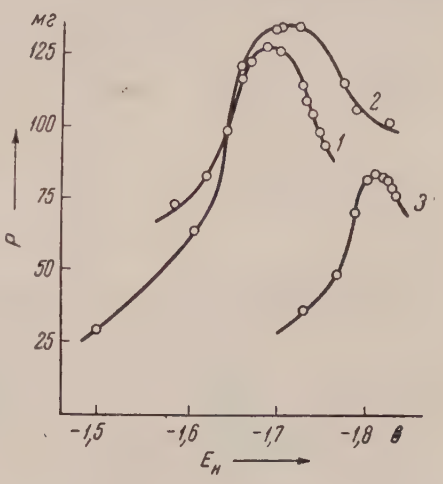


Рис. 2. Электрокапиллярные кривые амальгам натрия. Мольная доля натрия: *1* — 0,000126; *2* — 0,000783; *3* — 0,0174

Электрокапиллярные кривые, сня- е для амальгам натрия в 1,0 *н* рас- оре NaOH, приведены на рис. 2. ли имеют явно выраженный максимум, который должен отвечать потеналу нулевого заряда амальгамы данного состава **. Положение максиума амальгамы при изменении ее состава закономерно смещается.

Таблица 1

	Мольная доля Na в амальгаме						
	0,00	0,000126	0,000783	0,00587	0,0174	0,0558	1,00
$E_{q=0}$, в	—0,21	—1,69	—1,73	—1,78	—1,81	—1,82	—2,25 —2,15
$\frac{P_{Na(Hg)}}{P_{Hg}}$	1,0	0,60	0,48	0,39	0,40	0,48	—

В табл. 1 приведены значения нулевых точек для всех исследованных альгам и значения нулевых точек чистого натрия, рассчитанные по рабом выхода электронов ([13], [14]), а также величины относительного уменьения поверхностного натяжения амальгам по сравнению со ртутью, раситанные из соотношения весов одного и того же количества капель амальм и ртути.

Из этих данных следует, что как потенциал нулевого заряда амальгам, к и ее поверхностное натяжение сильнее всего изменяются в пределах

* Все применявшиеся реактивы предварительно очищались: ртуть — обычным химиким способом и двухкратной перегонкой в вакууме, серная кислота — электролизом жду Hg-катодом и Pt-анодом, едкий натр освобождался от карбонатов; растворы готовись на дважды перегнанной воде.

** Сдвиг потенциала от нулевой точки амальгамы в область более положительных потеналов приводит вначале к уменьшению веса капель, а затем к постепенному его возрастанию переходу через второй максимум при потенциале, близком к нулевой точки ртути.

концентрации натрия в амальгаме от 0 до 0,0001 мольных долей, а при да нейшем увеличении концентрации натрия вплоть до состава, отвечающ переходу жидких амальгам к твердым, меняются незначительно. Под ная закономерность наблюдалась ранее рядом авторов для границ разд амальгама — раствор ([15]) и амальгама — вакуум ([16,17]).

В исследованном интервале концентраций потенциал нулевого зар изменяется линейно с логарифмом мольной доли натрия в амальгаме (рис Эта зависимость может б выражена эмпирическим ур нением

$$_{\mathrm{Na\,(Hg)}}E_{q=0} = a + b \lg N_{\mathrm{Na}}.$$

При подстановке числен значений получается уравне

$$_{\mathrm{Na\,(Hg)}}E_{q=0} = -1{,}90 + 0{,}053 \lg N_{\mathrm{Na}}.$$

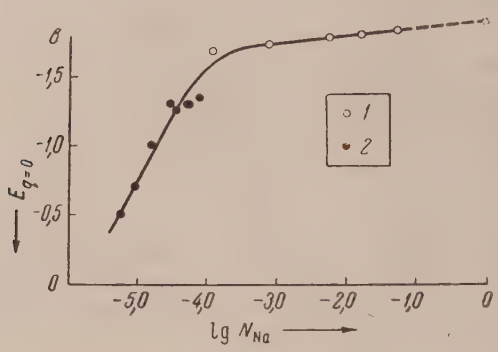


Рис. 3. Зависимость нулевых точек от логарифма мольной доли натрия в амальгаме. *1*—опытные точки; *2* — точки, рассчитанные по контактной разности потенциалов

Амальгамы с меньшими к центрациями в настоящей ра те не исследовались, однако д ные О. Чалтыкьяна и М. Пр курнина по контактным раз стям потенциалов ([18]), приве ные на рис. 3, показывают, в области меньших концентраций наблюдается весьма резкое увелич наклона полулогарифмической кривой.

Величина a представляет собой нулевую точку при $N_{\mathrm{Na}} = 1$ и, сле вательно, должна отвечать потенциалу нулевого заряда натрия. Числен значение величины a отличается от расчетной нулевой точки на 0,25 — 0,3 Экстраполированное значение $_{\mathrm{Na}}E_{q=0}$ 0 лежит при этом положительнее р четных нулевых точек чистого металла. Причины такого расхождения вполне ясны, и здесь приходится ограничиться некоторыми предположения Во-первых, представляется маловероятным, что во всей области концентра потенциал нулевого заряда изменяется монотонно в соответствии с урав нием (1), так как ртуть и натрий образуют между собой ряд соединений (Это обстоятельство не увеличивается уравнением (1). Кроме того, при соком содержании натрия следует пользоваться не концентрациями, активностями; последние, однако, недостаточно достоверны. Во-втор необходимо иметь в виду, что поверхностная концентрация металла мож значительно отличаться от объемной, в частности, из-за невозможно полного устранения концентрационного градиента, связанного с прохож нием тока. Так как в случае амальгам натрия равновесные или стациона ные потенциалы лежат отрицательнее соответствующих нулевых точе достижение последних возможно лишь при наложении анодной поля зации. В результате обеднения поверхностного слоя амальгамы конце трация натрия в нем оказывается ниже, чем в исходной амальгаме. Очеви но, что в этом случае при экстраполяции зависимости $_{\mathrm{Na(Hg)}}E_{q=0} - \lg N$ до $\lg N_{\mathrm{Na}} = 0$ величина $_{\mathrm{Na}}E_{q=0}$ получается несколько смещенной в по жительную сторону против ее истинного значения.

Установленное изменение нулевых точек амальгам натрия с их сос вом имеет тот же характер, что и изменение равновесных потенциало В процессе разложения амальгамы разность между потенциалом нулево заряда и равновесным потенциалом остается поэтому примерно постоянно Поскольку эта разность определяет условия адсорбции органических неорганических веществ на поверхности амальгамы, сохранение ее пос янства в ходе разложения амальгамы обеспечивает неизменность повер ностной концентрации восстанавливаемых веществ. Это, вероятно, явля

причиной получения определенных конечных продуктов восстановления при применении амальгамы натрия, несмотря на изменение ее состава потенциала в ходе разложения.

Резкое изменение нулевой точки ртути при переходе к разбавленным альгамам натрия позволяет предположить, что подобным же образом и электролизе в щелочных растворах будут меняться нулевые точки таллов, дающих поверхностные натрий-металлические соединения (сви-, олово и др.) ([20]). Это обстоятельство может, по-видимому, оказать ределенное влияние на ход и направление процессов электрохимического дирования в щелочных растворах.

Новочеркасский политехнический институт
им. Серго Орджоникидзе

Поступило
17 IX 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Л. И. Антропов, Тр. Ереванск. политехн. инст., **2**, 97 (1946); ЖФХ, **24**, 1428 0). [2] М. А. Лошкарев, А. А. Крюкова, ЖФХ, **23**, 209, 221, 1457 (1949). Н. Фрумкин, Г. М. Флорианович, ДАН, **79**, 997 (1951). [4] А. Н. Фрумн, Вестн. МГУ, № 9, сер. физ.-матем. и естеств. наук, в. 5, 37 (1952). [5] Н. А. Изгашев, М. Я. Фиошин, ДАН, **90**, 581 (1953). [6] Я. М. Колотыркин, Л. А. Медведева, Тр. совещ. по электрохим., 1953, стр. 369. [7] В. В. Стендер, Электролитическое производство хлора и щелочей, 1935. [8] Ш. Свэн, Электрохимические методы получения органических соединений, 1951. [9] Н. Д. Прянишников, Практикум по органической химии, 1952. [10] А. Н. Фрумкин, А. В. Городецкая, Zs. phys. Chem., 451 (1928). [11] А. Н. Фрумкин, Ф. Д. Сервис, ЖФХ, **1**, 52 (1930). [12] G. Kuга, Ann. Phys., **11**, 529, 698 (1909). [13] Р. М. Васенин, ЖФХ, **27**, 878 (1953). И. Антропов, Тр. Новочеркасск. политехн. инст., **25** (39), в. 1, 5 (1954). . Meyer, Zs., phys. Chem., **70**, 315 (1910). [16] В. К. Семенченко, ЖФХ, **7**, 501 6). [17] А. М. Диденко, Уч. зап. Моск. гор. пед. инст., **16** (1951). [18] О. Чалкьян, М. Проскурнин, Acta physicochim. URSS, **4**, 263 (1936). [19] Техническая энциклопедия, Справочник физических, химических и технологических величин, **2**, стр. 194. [20] O. Bredig, F. Haber, Ber., **31**, 2741 (1898).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИ

Л. А. ФЕЙГИН и В. Н. РОЖАНСКИЙ

О ВОЗМОЖНОСТИ ПОЛНОГО РЕНТГЕНОГРАФИЧЕСКОГО ДИСПЕРСИОННОГО АНАЛИЗА ГРАФИТОВЫХ ПОРОШКОВ И КОЛЛОИДНЫХ ПРЕПАРАТОВ

(Представлено академиком П. А. Ребиндером 6 XI 1956)

Рентгенографические методы измерения дисперсности твердых тел р
виваются уже в течение 30 лет. При этом, как правило, оцениваются ли
средние размеры однокристального зерна, исходя из так называем
«ширины» диффракционной линии. За последние годы была показана при
ципиальная возможность ([1,2,7]) нахождения функции распределения раз
ров кристаллитов по исследованию формы диффракционной линии поро
ковой рентгенограммы. Этот метод основан на гармоническом анали
интенсивности диффракционного отражения и позволяет раздельно о
нить величину напряжений и размеры зерен для кристаллов любой си
метрии ([3]).

В случае отсутствия микронапряжений интенсивность $I(\theta)$ отражен
hkl можно представить в виде интеграла Фурье

$$I(\theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(n)\, e^{2\pi i n\omega(\theta)}\, dn,$$

где n — параметр, линейно связанный с размером зерен; θ — угол диффра
ции; ω — переменная в обратном пространстве.

Функция $h(n)$ связана с кривой распределения зерен по размерам $g(n)$
соотношением

$$h(n) = K \int_{|n|}^{\infty} (M - |n|)\, g(M)\, dM.$$

Дифференцируя по n уравнение (2), получаем

$$-\frac{dh}{dn} = K \int_{|n|}^{\infty} g(M)\, dM; \quad \frac{d^2h}{dn^2} = Kg(n),$$

т. е. первая производная dh/dn дает интегральную функцию, а вторая про
водная d^2h/dn^2 — дифференциальную функцию распределения. Таким обр
зом получаем исчерпывающие сведения о дисперсионном составе образц
Исследование различных отражений позволяет изучить и форму криста
литов.

Однако практическое применение этого метода наталкивается на зн
чительные трудности. Так, в случае металлов (а именно для них этот мет
применялся до сих пор) возникает необходимость разделения влияни
дисперсности и микронапряжений на размытие линий, что не всегда мож
быть сделано. Практически этим путем до сих пор не удавалось построи
функции распределения. Можно полагать, что в случае хрупких тел ра

ие линий за счет микронапряжений должно отсутствовать. Это обстоельство существенно облегчает исследование дисперсионного состава их образцов.

Нами сделана попытка нахождения функции распределения частиц по разам для высокодисперсных графитовых систем. Эта задача возникла в связи недрением в практику новых видов коллоидно-графитовых препаратов, отовляемых механическим диспергированием графитового порошка в вибционной мельнице ([4]). Меняя время ельчения, мы смогли получить графовые препараты с очень широким пазоном размеров частиц. Интересно етить, что обычно инертный графит длительном измельчении (до 30 час.) тигает чрезвычайно высокой степени сперсности, что делает его сходным ажей, и при выгрузке из вибрационмельницы он нагревается на воздухе температры ~700°.

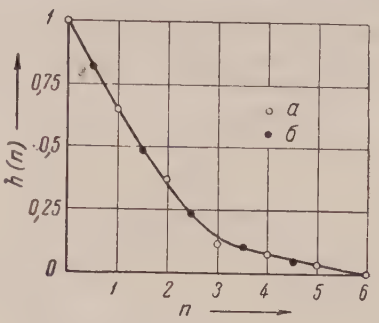
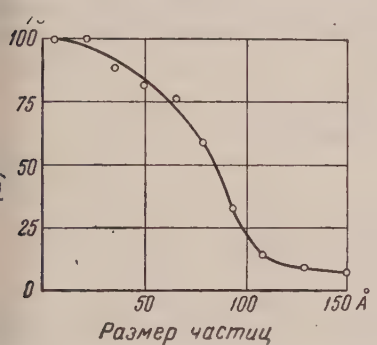


Рис. 1. Функция $h(n)$ линии (11$\bar{2}$2) для измельченных графитовых порошков: *а* — опытные данные, *б* — расчетные по формуле (5)

Графит, как известно, легко распляется по плоскостям спайности без щественных искажений решетки. Силы пления между атомами в плоскости иса весьма велики, поэтому часто графит относят к валентным исталлам (типа алмаза). Графитовые чешуйки перпендикулярно оскости базиса отщепляются, разрушаясь аналогично хрупким телам без чительных искажений кристаллической структуры. Поэтому естественно идать, что при механическом диспергировании графита в нем не должны летным образом возникать микронапряжения, что подтверждается нашими результатами.



. 2. Интегральная кривая распредеия размеров частиц графита после час. вибрационного измельчения. чет производился по линии (11$\bar{2}$2)

Определение истинной формы линии производилось нами объективным методом Стокса ([5]), который заключается в сравнении путем гармонического анализа интенсивности линий, полученных в одинаковых условиях для достаточно крупнокристаллического образца (эталона) и исследуемого объекта. В качестве эталона использовался графитовый порошок, не подвергавшийся вибрационному измельчению. Этот метод дает непосредственно искомые коэффициенты Фурье истинного профиля линии. Такое преобразование может быть произведено с удовлетворительной точностью лишь в том случае, когда линия образца значительно шире линии эталона. Для еньшения инструментальной ширины линий мы изготовляли достаточно кие образцы (диаметром 0,25 мм), применяли узкие диафрагмы (диаметм 0,2 — 0,25 мм), производили съемку в камерах большого диаметра и 114 мм), выбирали длину волны рентгеновского излучения таким разом, чтобы исследуемые линии попали на интервал углов θ вблизи 45° к как при этом исчезает размытие за счет конечной высоты образца). тообработка рентгенограмм проводилась одновременно в строго стандартх условиях. Рентгенограммы тщательно фотометрировались с учетом ивой почернения.

Гармоническому анализу были подвергнуты линии 11$\bar{2}$0 и 11$\bar{2}$2 (как наиее удобные для фотометрирования и позволяющие оценить форму час-

тиц) рентгенограмм графитовых порошков различной степени дисперсно Кривые зависимости коэффициентов Фурье от параметра n, пропорциона ного размеру кристаллитов, оказались близкими к теоретическим кри в случае отсутствия напряжений (рис. 1). Для нахождения интеграль функции распределения частиц по размерам достаточно продифферен ровать экспериментально найденную функцию $h(n)$ (рис. 2). Достигае при этом точность естественно не может быть очень высокой, и постро кривую распределения удается в узком интервале дисперсности (в на случае для порошков после 15—20 час. вибрационного измельчения

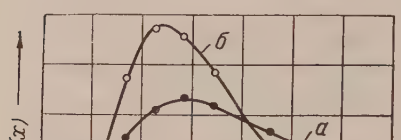


Рис. 3. Дифференциальные кривые распределения для графитовых порошков, $а$ — 5 час. помола; $б$ — 15 час. помола. Функции построены в предположении осуществления логарифмически нормального распределения, параметры которого определены из опыта. Расчет производился для линии (11$\bar{2}$2)

Точность может быть повышена и этом расширен интервал размеров котором удается определить кривую пределения, при введении специальных предположений о характере распре ления частиц по размерам А. Н. К могоров ([6]) показал, что распределе по размерам частиц твердого тела, об зовавшихся в результате случайного п цесса дробления, подчиняется логариф чески-нормальному закону, имеющ вид

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma x} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \ln \xi}{\sigma}\right)^2\right]$$

где x — размер частиц, ξ и σ — постоянн распределения. Имеются основания ож дать, что и в исследуемых нами систем осуществляется такое логарифмичес нормальное распределение. Тогда задача сводится к нахождению медиа ξ и дисперсии σ из опытной кривой. Подставив выражение для функц распределения в уравнение (2), получаем:

$$h(x) = h(0)\,\Phi(\eta - \sigma) - \frac{h(0)\,x}{\xi e^{\sigma^2/2}}\,\Phi(\eta),$$

где

$$\eta = \frac{1}{\sigma}\ln\frac{x}{\xi}, \quad \Phi(z) = \int_z^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2}\,dz.$$

Для логарифмически-нормального закона распределения имеют ме соотношения

$$\bar{x} = \xi e^{\sigma^2/2}, \quad \overline{x^2} = \xi^2 e^{2\sigma^2},$$

где $\bar{x}$ — средний размер, $\overline{x^2}$ — средний квадрат размера.

Из экспериментальной кривой $h(x)$ легко находятся $\bar{x}$ и $\overline{x^2}$ ([1]). По этого из соотношений (6) определяются медиана ξ и дисперсия σ. Вычисл ные по этим параметрам кривые $h(n)$ (по формуле (5)) удовлетворитель совпали с опытными данными (см. рис. 1), что можно рассматривать к экспериментальное подтверждение возможности применения логариф чески-нормального закона для описания распределения размеров част графита. Использование этого допущения позволило расширить обла дисперсностей, для которых удается получить полную кривую распре ления в сторону более крупных размеров (рис. 3).

Исследование линий с различными индексами позволяет оценить так и форму кристаллитов. При этом оказалось, что зерна графита мо

тавлять в виде дисков, высота которых в несколько раз меньше
етра.

пределения удельной поверхности по низкотемпературной адсорбции
по методу Бруннауэра, Эммета и Теллера находятся в удовлетвори-
ом согласии с рентгенографическими данными. Это свидетельствует
, что в наших образцах области когерентного рассеяния, по-видимому,
дают с частицами графита, размер которых определяется по адсорбции
азота.

вторы выражают глубокую благодарность акад. П. А. Ребиндеру и
А. И. Китайгородскому за обсуждение результатов и ценные указания.

сесоюзный центральный научно-исследовательский институт
новых проблем производства строительных материалов
на базе тонкого измельчения
Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило
17 X 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

E. F. Bertaut, Acta Cryst., **3**, 14 (1950); [2] B. E. Warren, B. L. Averi, J. Appl. Phys., **21**, 595 (1950); [3] B. E. Warren, Acta Cryst., **8**, 483 (1955). . Фейгин, Химическая наука и промышленность, **1**, 1956, стр. 210. [5] A. R. Storoc. Phys. Soc., **61**, 382 (1948). [6] А. Н. Колмогоров, ДАН, **31**, № 2, 99 (1941). И. Пинес, Н. Г. Березняк, ЖТФ, **24**, 329 (1954).

каз 1342

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

ГЕОХИМ

Е. Д. ЗАЙЦЕВА

ЕМКОСТЬ ОБМЕНА КАТИОНОВ ДОННЫХ ОТЛОЖЕНИЙ СЕВЕРО-ЗАПАДНОЙ ЧАСТИ ТИХОГО ОКЕАНА

(Представлено академиком Н. М. Страховым 19 XI 1956)

Величина емкости обмена катионов морских осадков, почв и глин об ловливается рядом факторов. Наиболее важными из них являются: 1) личество высокодисперсной, особенно, коллоидной фракции, 2) минера гический состав этих фракций, 3) количество и природа органическ вещества и 4) реакция среды, при которой происходит поглощение кат нов. Кроме того для величины емкости обмена катионов иногда имеет з чение и метод определения, но этот фактор является субъективным.

В качестве объектов исследования нами были взяты осадки Тихого ок на (северо-западная часть), Берингова, Охотского и Японского мор доставленные экспедициями Института океанологии АН СССР (рис. Исследованию подвергались, в основном, осадки верхних горизонтов (0- 0—25 см) глубоководных станций. Исключение составляют осадки Ох ского моря. ст. № 1770, расположенной на глубине 526 м. Помимо дно пательных проб для Тихого океана и Японского моря брались однород по внешнему виду отдельные горизонты монолитов в 23—34 см.

По механическому составу все осадки представлены главным обра глинистыми и глинисто-алевритовыми илами. Содержание в них фрак $< 0{,}001$ мм колеблется в значительных пределах. Например, в осад Тихого океана, ст. № 2188, в горизонте 338—370 см содержание час $< 0{,}001$ мм составляло 42,99%; в верхнем горизонте ст. № 2144 39,28 в верхнем горизонте ст. № 915 Охотского моря 43,10%. В осадках дру станций (ст. №№ 2190, 2208 Тихого океана и ст. № 2661 Японского мо содержание глинистой фракции составляло примерно 20%.

Большинство исследованных нами осадков были малокарбонатны Только в осадках Японского моря карбонатность достигала 3%.

Содержание органического углерода в осадках северо-западной ча Тихого океана равнялось 0,09—1,39%; в осадках дальневосточных мо 0,88—2,01 (табл. 1).

В одной серии наших опытов определялась емкость обмена катио осадков в целом, в другой — емкость обмена фракций $< 0{,}001$ мм, выде ных из осадков длительным отмучиванием по методике принятой в лабо тории минералогии Почвенного института АН СССР. Вначале мы провер влияние предварительной сушки проб на величину емкости обмена. Бы установлено, что в результате высушивания при температуре 33° емк обмена уменьшается на 2,7—6,6%, а после высушивания при 110° — 7,1—11,9%. Некоторое уменьшение емкости после высушивания обнару ли и другие авторы ([8], [9]). В связи с этим мы проводили опыты на про натуральной влажности.

Определение емкости обмена катионов производилось методом Б. П. кольского ([7]), предложенным для бескарбонатных почв. Для объек содержащих карбонаты хотя бы и в малых количествах, к которым относя большинство проб осадков Тихого океана и дальневосточных морей, ме

Таблица 1

Емкость обмена катионов морских осадков и фракций меньше 0,001 мм

	Глубина станции, м	Горизонт грунта в колонке, см	Описание осадков	CO_2, %	$C_{орг}$, %	Содержание фракции < 0,001 мм, %	Емкость обмена катион., мг-экв на 100 г	
							фракц. < 0,001 мм	образца в целом
			Тихий океан					
6	5220	0—20	Ил глинистый, светло-коричневый, мягкий, с небольшой примесью алеврита	0,14	0,09	37,35	49,00	20,20
4	6520	0—15	Ил глинистый очень плотный, светло-серый, с хорошо выраженной микрослоистостью, сверху галька, гравий	нет	0,36	39,28	58,17	29,56
3	7820	80—100	Ил глинистый, тонкий темно-серый, мягкий	нет	1,39	36,16	42,79	20,19
3	7820	338—370	Ил глинистый, тонкий, плотный	0,15	0,77	42,99	54,57	20,58
0	5170	5—30	Ил глинистый, коричневый, с примесью алеврита	0,14	0,46	19,77	57,09	12,81
0	5170	80—105	Ил глинистый, плотный, серый, с примесью алеврита	нет	0,40	24,40	45,24	13,91
3	7220	0—3	Ил глинистый, диатомовый, коричневый	0,11	0,67	21,93	42,18	18,00
3	7220	5—30	Ил глинистый, диатомовый, зеленовато-серый	0,06	1,30	35,06	52,39	23,25
			Берингово море					
9	4016	0—5	Ил глинистый, полужидкий, коричневый	0,20	0,93	48,86	49,71	22,24
			Охотское море					
4	1182	0—10	Ил глинисто-диатомовый, творожистый	0,49	1,31	49,35	44,55	19,67
	1309	0—10	Ил глинисто-диатомовый, мягкий, светлый	0,40	1,22	43,10	59,39	23,60
5	526	0—15	Ил глинисто-диатомовый, зеленовато-серый	0,09	2,01	43,54	45,72	19,75
			Японское море					
	3338	282—310	Ил глинистый, мягкий, зеленовато-серый	0,67	0,88	22,58	42,01	16,81
	3040	216—239	Ил глинистый, мягкий, зеленоватый, с сильным запахом H_2S	2,96	1,28	30,72	48,69	16,83
	3436	320—354	Ил глинистый, мягкий, темно-зеленый, с сильным запахом H_2S	1,14	1,52	40,78	40,86	20,64

. Никольского пригоден, но его можно применить после удаления карбонатов кальция и магния соляной кислотой. Можно предположить, что обработка осадков соляной кислотой вызывает разрушение поглощающего комплекса. Однако исследования К. К. Гедройца (1), В. А. Чернова и

Л. П. Кислицыной (6), Э. С. Залманзон и Е. С. Шишовой (4), а также нам (5) показали, что обработка проб 0,2 *н* соляной кислотой не оказыва существенного влияния на величину емкости обмена.

Сущность методики определения емкости обмена катионов состоя в следующем. Из объектов удаляли труднорастворимые соли (карбонат обработкой 0,2 *н* соляной кислотой; затем осадки насыщали барием из 0,1 раствора $BaCl_2$, забуференного малеиновым ангидридом и едким бари при pH 6,8. Конец насыщения осадков барием устанавливали по постоя ству значения pH в исходном растворе и фильтрате. Для насыщения 1 пробы обычно требовалось не менее 1 *л* указанного раствора хлористо бария. Избыток раствора вымывали дистиллированной водой и 80% спи

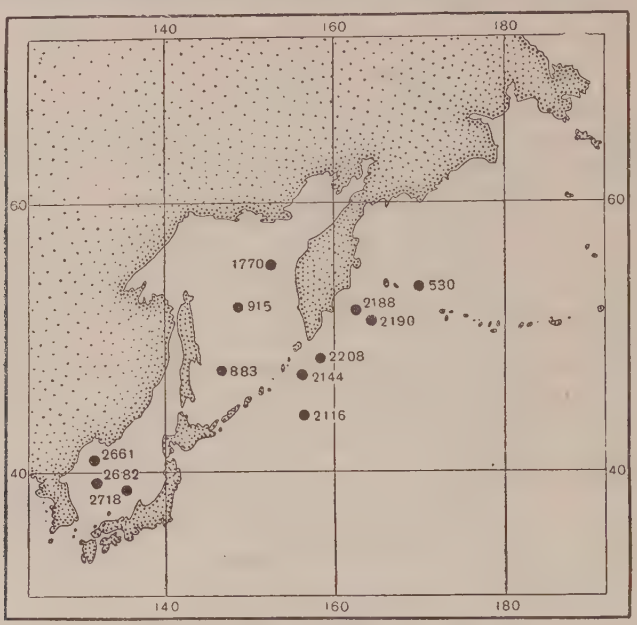


Рис 1. Схема расположения станций

том. Обменный барий вытесняли 1,0 *н* раствором хлористого аммо и определяли весовым сульфатным методом.

Так как емкость обмена катионов обусловливается, главным образ фракцией $< 0{,}001$ мм, то, зная содержание и величину емкости обм последней, можно рассчитать емкость обмена осадка в целом. Конеч такой контроль является ориентировочным, но в некоторых случаях вполне себя оправдал.

В табл. 1 приведены полученные нами результаты анализов. Из э данных следует, что емкость обмена катионов осадков в целом колеблется в ши ких пределах — от 12,8 до 29,6 мг-экв на 100 г и находится в прямой з симости от содержания в осадках фракции $< 0{,}001$ мм. Если прин во внимание, что в осадках содержится глинистой фракции от 20 до 4 то найденные величины емкости обмена осадков следует считать низки Значительных различий между емкостью обмена катионов осадков дал восточных морей не обнаружено.

Терригенные образования, например почвы, при идентичном меха ческом составе имеют емкость обмена приблизительно в 1,5 раза боль чем морские осадки.

Емкость обмена фракции $< 0{,}001$ мм, выделенных из осадков О ского моря, колеблется от 44,6 до 59,4 мг-экв на 100 г. Эти фракци осадков Тихого океана имели емкость 42,2—58,2 мг-экв на 100 г, осадков Берингова и Японского морей соответственно, 49,7 и 40

,7 мг-экв на 100 г. Напомним, что по данным Н. И. Горбунова ([3]) емкость мена катионов для фракций $< 0{,}001$ мм глинистых минералов равняет-: у монтмориллонита около 80—120, гидрослюды 20—40 и каолинита)—20 мг-экв на 100 г. Сопоставляя данные емкости глинистых фракций рских осадков и мономинеральных глин, мы приходим к выводу, что садки дальневосточных морей и Тихого океана состоят преимущественно з минералов группы гидрослюд, и примеси аморфных веществ, что подтвер-дается исследованиями, проведенными в Почвенном институте АН СССР.

Из сказанного следует, что минералогический состав глинистой фракции всех исследованных объектов очень однообразен, что объясняется ходством условий образования осадков. Эти минералы и являются носителями поглощенных катионов.

Органических веществ, как уже говорилось ранее, в осадках очень ало и существенного значения для величины емкости обмена они не имеют.

Поступило
12 IX 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] К. К. Гедройц, Химический анализ почв, 1932. [2] Н. И. Горбунов, Почвоведение, № 7 (1950). [3] Н. И. Горбунов, Почвоведение, № 10 (1955); № 2 (1956). Э. С. Залманзон, Е. С. Шишова, Изв. АН СССР, сер. геол., № 2 (1950). Е. Д. Зайцева, Тр. Инст. океанол. АН СССР, 26 (1957). [6] Л. П. Кислицына, Диссертация, Почвенный инст. АН СССР, 1952. [7] Б. П. Никольский, Современные методы исследования физико-химических свойств почвы, 4, в. 3 (1948). [8] О. Е. Фатчихина, Тр. Лимнол. ст. в Косино (1939). [9] Iwao, J. Chem. Soc. Japan, 74, № 8 (1953).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

ГЕОЛОГИЯ

Р. Д. ГАВРИЛИН

ЕОЛОГИЧЕСКОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ЩЕЛОЧНЫХ ЖИЛЬНЫХ ПОРОД В ЖИЛЬНОЙ СЕРИИ ЩЕЛОЧНО-ЗЕМЕЛЬНЫХ ГРАНИТОИДОВ

(Представлено академиком Д. С. Коржинским 2 XI 1956)

Небольшая распространенность щелочных магматических пород и особенности их геологического положения до сих пор вызывают появление различных, подчас противоречивых гипотез об их генезисе. Еще прочно держивается представление, что различные типы щелочных пород появляются в ассоциациях пород, сильно обогащенных щелочами. Характерным читается приуроченность интрузий и эффузий щелочных пород к области ерехода платформ в складчатые зоны, а в этих последних их образование бычно связывают с конечными этапами тектоно-магматического цикла. днако обособленное появление щелочных пород среди других не всегда меет место, иногда они встречаются и в щелочно-земельных интрузиях. оявление щелочных пород в последних представляет редкое явление указывает, по-видимому, на существование особых условий их образования. Поэтому представляются интересными случаи совместного нахождения в пределах одной щелочно-земельной интрузии жильных щелочных щелочно-земельных пород, образование которых не разделено большим ромежутком времени.

Магматические жильные породы, сопровождающие интрузии, по вещественному составу подразделяются [1] на асхистовые и диасхистовые, среди оторых в свою очередь выделяются бедные цветными минералами аплиты богатые ими лампрофилы. В первых видят недифференцированный магматический материал, по составу отвечающий материнской породе, в диасистовых — продукты дифференциации. Приводимые ниже данные показывают, однако, что дифференциация может привести не только к образованию дифференцированных диасхистовых, но и дифференцированных схистовых даек. Дифференциация при этом, как и при образовании лампроров, сопровождается некоторым увеличением щелочности, но без существенного изменения количества цветных минералов.

Геологические взаимоотношения позволяют установить в интрузиях два ода сопровождающих их жильных пород: одни из них являются производными данного магматического тела [1] — дайки I этапа [2,4], ругие связаны с иным магматическим очагом или с тем же, но внедрение х отделяется значительным промежутком от времени формирования интрузии и связано чаще всего с новыми подвижками (дайки II этапа [2, 4] типа «диабазовых» А. Н. Заварицкого). В этом аспекте понятие жильных хистовых пород в интрузиях гранитоидов обычно совпадает с объемом ильных пород I этапа, а II этап обнимает габбро-диабазы и иногда лампроиры. Место и время образования среди них жильных щелочных пород тавалось неясным.

При изучении Зерендинского массива щелочно-земельных гранитоидов (Северный Казахстан) были получены факты, позволяющие установить ложение щелочных жильных пород в общем ходе становления интрузии. ассив представляет пластообразное интрузивное тело с огромной площадью

(около 8500 км²), формирование которого происходило в три фазы от г
ландия до девона, причем общий процесс интрузии приводил к появлен
пород все более кислых и более щелочных: гранодиориты и кварцевые д
риты, биотитовые граниты и затем наиболее крупная по объему интру
лейкократовых и аляскитовых гранитов. С течением времени проявил
тенденция к образованию магм все более богатых SiO_2, но бедных FeO
MgO. Заметно в них уменьшается и содержание CaO, а K начинает пре
ладать над Na. Щелочные гранитоиды приурочены к лейкократовым
аляскитовым гранитам.

Лейкократовые и аляскитовые граниты в выходах характеризую
ясно выраженной матрацевидной отдельностью, макроскопически сход
и связаны между собой постепенными переходами. Это — розовые раз
зернистые среднезернистые породы с высоким содержанием квар
(25—50%), розового микроклина (20—50%) беловатого альбит-олигокла
(№ 5—10, 20—40%) и небольшим — биотита (до 3%). Нередки фенокристал
микроклина. Химические анализы наиболее характерных гранитов пока
вают высокое содержание щелочей и, в частности, калия (табл. 1).

Таблица

Химический состав лейкократовых гранитов, их жильных гранитоидов и их числов
характеристики по А. Н. Заварицкому

Окислы	№№ образцов					Окислы	№№ образцов				
	93	1420	1450	92	686		93	1420	1450	92	68
SiO_2	77,40	75,65	77,78	76,63	72,26	a	13,0	14,4	13,6	13,9	16,
TiO_2	0,13	—	—	0,11	—	c	0,80	0,50	1,0	0,7	1,
Al_2O_3	12,25	13,46	12,27	13,21	16,25	b	2,1	2,4	0,7	2,2	3,
Fe_2O_3	0,64	0,15	0,32	0,23	1,19	s	84,1	82,7	84,7	83,2	78,
FeO	0,10	—	—	0,14	0,14	n	55,0	41,8	56,9	57,5	80,
MgO	0,18	0,21	0,15	0,06	0,08	f′	28,1	5,7	40	17,1	30,
CaO	0,69	0,43	0,89	0,54	0,93	m′	15,6	14,3	40	8,6	3,
K_2O	4,17	6,03	4,19	4,22	2,15	a′	56,3	80,0	20	74,3	65,
Na_2O	3,39	2,86	3,63	3,78	6,28	φ	25,0	5,7	40	11,4	26,
H_2O	0,14	0,39	0,21	0,14	0,08	t	0,1	—	—	0,1	—
п.п.п.	—	—	—	0,24	0,64	Q	+41,4	+35,9	+41,2	+38,8	+23,
Сумма	99,59	99,59	99,64	99,50	100,30	a/c	16,25	29,0	13,6	19,9	15,

Примечание. Образцы №№ 93, 1420, 1450 — вмещающие лейкократовые граниты; № 92 — апл
№ 686 — щелочной гранит-порфир.

Жильные породы I этапа интрузии лейкократовых и аляскитовых гр
нитов представлены жильными гранитами, гранит-порфирами, аплитам
жильными гранитами с кварц-полевошпатовыми пегматоидными шлирам
редкими пегматитами и щелочными гранит-порфирами. Наибольшее распр
странение имеют жильные граниты. Жильные гранитоиды имеют тот
количественно-минералогический состав, что и вмещающие их лейкокр
товые граниты.

Дайки жильных пород I этапа достигают иногда длины 100 м, и име
мощность до 2,5—3 м. Простирание и углы падения сильно варьируют,
часто встречаются залежи с малыми углами падения, приуроченные к пол
гим трещинам отдельности. Все они тесно связаны с преобладающи
в разных частях интрузии системами первичных трещин отдельност
Частые взаимные пересечения и отсутствие закаленных контактов в м
стах пересечений указывает на их близкий возраст.

Жильные гранитоиды являются производными самого интрузивного
ла, так как они равномерно распределены на площади интрузии и приур
чены в основном к объему интрузивного тела, характерны сходным колич
ственно-минералогическим и химическим составом жильных пород и вм
щающих гранитов, тесной связью с внутренней структурой самой интр
зии и т. д., и представлены различными гранитоидами, в противоположно
дайкам второго этапа, отличающихся огромными размерами (длиной до

км и мощностью до 5—6 м). Последние связаны с более глубинными маг-
атическими очагами (так как их дайки всегда крутопадающие, секут ин-
рузию и выходят во вмещающие породы, а иногда наблюдаются только в по-
ледних, включаются ксенолиты пород цоколя, имеют резко отличный от
мещающих гранитоидов и жильных пород первого этапа состав и т. д.).
Образованием пегматитов в других интрузиях Казахстана закончилось
ормирование жильных пород первого этапа. В лейкократовых гранитах Зе-
ендинского массива после пегматитов внедрялись щелочные гранит-пор-
иры.

Щелочные гранит-порфиры были встречены в центральной части Зерен-
инского массива. Здесь они образуют два выхода площадью 0,8 км² и
,4 км², отличающихся прихотливыми очертаниями. Выходы разобщены
ебольшой перемычкой неравномернозернистых лейкократовых гранитов,
оторые окружают их с юга, востока и запада. У северо-восточного контакта
ни прорывают крупное тело гранитного пегматита.

Щелочные гранит-порфиры макроскопически неотличимы от других жиль-
ых гранитных пород. Они характеризуются тонкой пластовой отдельностью
мелкозернистым строением. Стекловидный кварц (30—50%), белый аль-
ит (№ 2—4, 15—30%) и белый микроклин (20—40%) в зернах размером
коло 0,5 мм придают породе белый сахаровидный внешний вид. Цветные—
епидомелан и риббекит встречаются редко. В некоторых участках породы
тановятся среднезернистыми и часто с появлением крупных (2—3 мм) вы-
елений кварца и полевого шпата приобретают порфировидную структуру.
од микроскопом основная масса обнаруживает гипидиоморфнозернистую
труктуру. Идиоморфные лейсты альбита беспорядочно распределены в по-
оде и развиты преимущественно между зернами кварца и микроклина,
еже образуют в них пойкилитовые вростки. Микроклин и кварц более ксе-
оморфны. Риббекит встречается в виде редких идиоморфных включений в
льбите, а ксеноморфные его зерна заключены между выделениями послед-
его. Лепидомелан выделялся позже кварца, приурочиваясь к границам
ерен или проникая внутрь по трещинам.

В химическом составе щелочных гранит-порфиров обращает внимание
ысокое суммарное содержание щелочей (8,63%), среди которых резко пре-
бладает Na_2O (см. табл. 1). Это существенно отличает их от вмещающих
х лейкократовых гранитов и щелочно-земельных жильных гранитоидов,
ля которых характерно постоянное преобладание K_2O.

Оба выхода щелочных гранит-порфиров представляют одно тело. У юж-
ой границы его с вмещающими разнозернистыми гранитами наблюдался
езкий контакт висячего его бока, падающий на ЮВ 162< 10° параллельно
адению пластовой отдельности во вмещающих их лейкократовых гранитах.
ижний контакт их нигде не обнажен. Наиболее вероятно, что они зале-
ают в виде пластового тела, подобно залежам мелкозернистых гранитов
заполнили пологую трещину отдельности.

Возраст щелочных гранит-порфиров устанавливается довольно точно: их
ильный характер несомненно следует из того, что они с резкими
онтактами секут вмещающие их лейкократовые границы. Последние
ересечены здесь многочисленными дайками жильных гранитов, но в
елочных гранит-порфирах ни одна из них не наблюдалась. Контак-
ирующий с северо-востока со щелочными гранит-порфирами щелочно-зе-
ельный гранитный пегматит интенсивно раздроблен в краевых частях и
доль трещин в него проникли прожилки щелочных гранит-порфиров. Сле-
овательно, последние являются наиболее поздними жильными породами
этапа. Вместе с тем, сходство условий залегания и состава с последними
е позволяют отнести щелочные гранит-порфиры к породам II этапа. На-
борот, в одном из шурфов была встречена тонкая жила габбро-диабаза, се-
ущая щелочные гранит-порфиры. Все это заставляет предполагать, что вре-
я их внедрения приходится на конец формирования жильных пород I эта-
а, однако до образования жильных пород II этапа.

Лейкократовые граниты, окаймляющие тело щелочных гранит-порфир и в контакте, и в периферической кайме шириной в несколько километр представлены свежей породой, не несущей ни во внешнем облике, ни в сос ве признаков ассимиляции. Следовательно, появление щелочных жильн пород не связано с ассимиляцией карбонатных пород. Не связано оно так и с крупными разрывными нарушениями, так как они здесь не фиксируют Поэтому вероятно, что образование щелочных жильных пород обяза процессам дифференциации в теле самой интрузии, когда в конце ее создан ся наиболее благоприятные условия для концентрации щелочей (3).

Поступило
30 VI 19[illegible]6

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] А. Н. Заварицкий, Изверженные горные породы, 1955. [2] В. С. Коптев-Дворников, Изв. АН СССР, сер. геол., № 4 (1952). [3] Д. С. Коржинский, Сборн. посвящ. акад. Д. С. Белянкину, 1946. [4] О. С. Полквой, Тр. Инст. геол. наук АН СССР, в. 107 (1950).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

ГЕОЛОГИЯ

М. Г. ГОРДОН

МИНЕРАЛОГО-ПЕТРОГРАФИЧЕСКИЕ КОРРЕЛЯТИВЫ НИЖНЕКАМЕННОУГОЛЬНЫХ ОТЛОЖЕНИЙ СЕВЕРО-ЗАПАДНОГО КРЫЛА ПОДМОСКОВНОЙ КОТЛОВИНЫ

(Представлено академиком Д. В. Наливкиным 23 XI 1956)

На территории, простирающейся от Боровичей до южной оконечности нежского озера, относимой по геотектоническому районированию Русской латформы к северо-западному крылу Подмосковной котловины, нижне-менноугольные отложения представлены осадками континентальных нижней части) и прибрежно-морских фаций визейского и намюрского возра-ов. Непосредственно на осадках верхнего девона здесь находятся осадки льского горизонта яснополянского подъяруса. Более древние осадки нижне-го карбона, фиксируемые в южном и западном крыльях котловины, выклини-ваются здесь, по-видимому, из-за происшедшего в начале каменноугольной системы поднятия в северо-западной ее части.

Осадки тульского горизонта перекрываются отложениями алексинского, ихайловского и веневского горизонтов окского подъяруса. Выше находят-отложения тарусского и стешевского горизонтов серпуховского подъяру-и осадки протвинского горизонта нижнего намюра. На исследованной тер-тории отложения яснополянского и окского подъярусов распространены всеместно, а серпуховского подъяруса и протвинского горизонта — ло-льно.

Все выделенные горизонты обоснованы фаунистическими и флористи-скими данными, полученными при комплексных литолого-палеонтологи-ских исследованиях, проведенных в 1953—1954 гг.

Однако органогенными остатками все горизонты охарактеризованы в раз-чной степени. Наиболее бедными, а очень часто и немыми, являются осад-нижней части разреза, представленные исключительно континентальны-песчано-глинистыми фациями.

Для них минералого-петрографические исследования, направленные на очнение стратиграфии, выявление коррелятивных признаков стратигра-ческих подразделений и параллелизацию разрезов приобретает особо жное значение.

Минералого-петрографические коррелятивы установлены по результа-м комплексных исследований кернового материала. При корреляции адков основными критериями являлись: а) литологический состав, б) ми-ральный состав терригенных компонентов и в) минеральный состав дис-рсной части пород (глинистой фракции).

Терригенный материал в породах, слагающих все горизонты, преимуще-венно хорошо сортирован и состоит из зерен алевритовой размерности. Бу-чи в основном продуктами переотложения осадочных пород, они предста-ены устойчивыми против выветривания минералами. Основным компо-нтом является кварц. Выход тяжелой фракции незначительный — всегда 2%. Из тяжелой фракции исключались рудные и другие аутигенные ми-ралы и производился пересчет на процентное содержание только алло-генных минералов.

Тульский горизонт. (C_1^{2tl}) представлен песчано-глинисты осадками континентальных фаций, мощность которых зависит от пал рельефа размытого девонского ложа. Хотя в разрезе горизонта не набл дается резких изменений в литологическом составе пород, различия в ми ральных комплексах и в споровом составе позволяют расчленить его на ни нюю и верхнюю толщи.

Нижняя толща ($C_1^{2tl_н}$) сложена: а) повсеместно распространенными строцветными коричневато-бурыми, охристо-желтыми и другими глина алювиального и делювиального происхождения с комковатой, пятнист иногда бобово-пизолитовой текстурой и преимущественно алевропели вой структурой и б) серыми углистослюдистыми глинами, часто тонкос истыми, распространенными локально, в пониженных частях девонск ложа. Для нижнетульских осадков характерно: а) повышенное содержа слюд, в особенности цветных, б) цирконо-рутиловый, а на севере регио цирконо-рутило-гранатовый комплекс тяжелых аллотигенных минера при постоянно высоком содержании сфена, дистена и ставролита, в) гли стая фракция имеет каолинитовый состав в отличие от подстилающих г рослюдистых верхне-девонских глин.

На границе между верхней и нижней толщами тульского горизонта ходятся линзообразные залежи бокситовых пород.

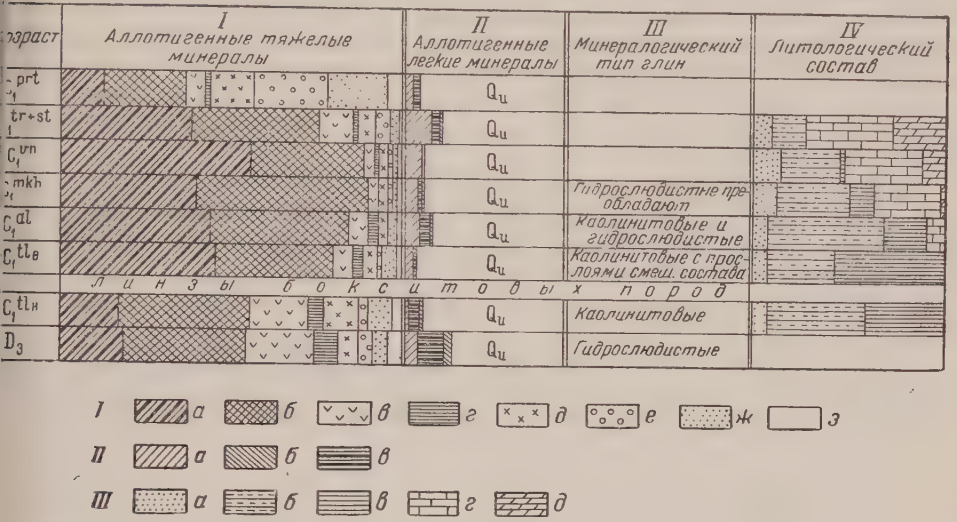
Верхняя толща ($C_1^{2tl_в}$) сложена: а) серыми глинами с углефициров ными остатками растений и с тонкими прослоями сажистого угля и б) о лезненными фиолетово-бурыми пятнистыми глинами. С юга на север воз стает относительное содержание ожелезненных разностей. Коррелятив ми признаками пород верхней толщи являются: а) сфено-цирконовый к плекс (в сумме около 80%) тяжелых аллотигенных минералов, низкое держание дистена и ставролита при ничтожном содержании или отсутст цветных слюд и граната, б) минеральный состав глинистой фракции преи щественно каолинитовый с редкими прослоями смешанного или гидрослю стого состава. В верхней толще впервые встречаются известковые гли в виде тонких прослоев и линз.

Окский подъярус. Алексинский горизонт (C_1^{2} Отложение осадков происходило в прибрежно-морских условиях. В дошве залегают тонкие ожелезненные, реже серые глины с остракодо фауной: в кровле находится слой известняка; в средней части преоблада серые глины с углистыми остатками, нередко слюдистые. Тонкие разно обычно переслаиваются с алевритовыми с прослоями алевритов и песк Характерно: а) преимущественно серая окраска, часто плитчатая и сло тая текстура, б) появление первых выдержанных прослоев органоген известняка и мергелей с морской фауной, г) увеличение роли глин гид слюдистого состава, д) в составе терригенных минералов наблюдается по шенное содержание калиевого полевого шпата и слюд (в южной части рег на). Из тяжелых минералов повсеместно резко преобладает сфен и цир (в сумме около 84%) при незначительном содержании остальных ком нентов.

Михайловский горизонт (C_1^{2mkh}). Общая мощно осадков достаточно выдержана на всей исследованной территории. Зд переслаиваются разновидности песчано-глинистых пород с переменным личеством кластического материала как между собой, так и со слоями к бонатных пород. Роль последних значительна — 30—40% от общей мощ сти. Слои карбонатных пород с морской фауной, впервые в нижнем карб выдержаны по простиранию и по мощности, что связано с широкой тра грессией карбонового моря, охватившей всю исследованную территор в михайловское время. Кроме того, коррелятивными признаками для ос ков этого горизонта являются: а) значительная доломитизация карбонатн пород, б) местами их окремнение, в) среди аллотигенных тяжелых минера весьма высокое содержание циркона и сфена (в сумме 89%) с преобладан

ервого из них, т. е. дальнейшее увеличение роли весьма устойчивых инералов, в) гидрослюдистые глины сильно преобладают над каолинито-ыми.

Веневский горизонт (C_1^{2vn}) сложен также песчано-глинистыми породами, переслаивающимися или перекрывающимися слоями карбонатных пород, и знаменуют собой следующий цикл морской трансгрессии. сновными отличительными особенностями веневских осадков от подстилающих их михайловских являются: а) уменьшение количества песчаных алевритовых осадков за счет увеличения роли карбонатных пород, особенно в южной части территории (до 70%), б) сильное уменьшение содержания люд, в) в составе аллотигенных тяжелых минералов, так же как и в михай-



ис. 1. Диаграмма среднего литологического состава горизонтов и среднего содержания инеральных компонентов песчано-глинистых осадков нижнего карбона Северо-Западного рыла Подмосковной котловины. *I*: *а* — сфен, *б* — циркон, *в* — рутил, *г* — турмалин, *д* — истен, *е* —гранат, *ж* — ставролит, *з* — прочие; *II*: *а* — полевые шпаты, *б* — мусковит, — зеленая слюда; *III*: *а* — пески, алевриты, песчаники, алевролиты, *б* — алевритовые и песчаные глины, *в* — тонкие глины, *г* — известняки, *д* — доломиты

овском горизонте, наблюдается сильная обогащенность сфеном и цирконом, но относительное содержание их обратное, т. е. в породах веневского оризонта среднее содержание сфена значительно превышает среднее содержание циркона (рис. 1).

Серпуховский подъярус. Тарусский и стешевский горизонты (C_1^{2tr+st}). Осадки этих горизонтов достоверно становлены лишь местами в южной части региона. Недостаточная изученность этих осадков, а также высокая степень доломитизации карбонатных ород, где остатки фауны почти полностью перекристаллизованы, не позволили в настоящее время достаточно обоснованно провести границу между тими горизонтами

В серпуховских отложениях повторяется цикл осадконакопления, свойственный подстилающим горизонтам окского подъяруса. Основные отличительные признаки пород тарусско-стешевского горизонта от подстилающих их горизонтов окского подъяруса следующие: а) в составе терригенных минералов увеличивается роль относительно малоустойчивых компонентов — полевых шпатов, мусковита, дистена, ставролита, граната и по-идимому, усиливается связь с метаморфизованными материнскими породами. Среди аллотигенных тяжелых минералов господствует сфено-рутило-ирконовый комплекс (до 85%), б) карбонатные породы сильно доломитизированы и незначительно окремнены.

Намюрский ярус. Протвинский горизонт (C_1^{3pr})

Породы горизонта еще менее распространены, чем тарусско-стешевски
В изученных разрезах в среднем 93% от всей мощности составляют карб
натные породы, среди которых преобладают доломитизированные разност
В песчаных и алевритовых пятнисто-окрашенных глинах из подошвы гор
зонта количественный минеральный состав значительно отличается
лежащих горизонтов нижнего карбона и характеризуется повышенным с
держанием относительно мало устойчивых компонентов. Особенно высо
содержание минералов метаморфической группы (граната, ставролита и д
стена).

Таким образом, комплексные минералого-петрографические исследовани
нижнекаменноугольных отложений северо-западного крыла Подмосковно
котловины, впервые проведенные на большой территории, позволили уст
новить минералого-петрографические коррелятивы для дробных стратг
графических подразделений нижнего карбона, выдержанные по простирани
на всей исследованной территории. Это представляет особый интерес пр
расчленении немых континентальных осадков (в том числе и бокситоносны
нижней части разреза.

Распределение терригенных компонентов в осадках наглядно указыва
на связь нижнетульских отложений с подстилающими их девонскими. В
шележащие осадки (до веневских) являются преимущественно переработа
ным материалом осадочных пород. В серпуховское и нижненамюрско
время материнский материал частично обновляется за счет метаморфическ
пород, поступающих с севера.

Литологический состав указывает на цикличность осадкообразования
связанную с колебательными движениями небольшой амплитуды, и на об
щую прогрессирующую трансгрессию карбонового моря с юга на север.

Северо-Западное государственное
геологическое управление

Поступило
20 XI 1956

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

ГЕОЛОГИЯ

С. В. СЕМИХАТОВА, Л. М. ЕЛИНА и И. И. ДАЛМАТСКАЯ

МОСКОВСКИЙ ЯРУС СРЕДНЕГО КАРБОНА В МЕЛЕКЕССКОЙ ВПАДИНЕ

(Представлено академиком Н. М. Страховым 23 XI 1956)

Отложения московского яруса вскрыты у г. Мелекесса на глубине 1167—35 м. Фораминиферы обработаны И. И. Далматской, брахиоподы . В.Семихатовой, литологическое изучение пород проведено Л. М. Елиной.

Отложения верейского горизонта (44 м) залегают согласно на породах ерхней части башкирского яруса. Верейский горизонт подразделен на три итологические пачки.

Нижняя пачка (8 м) сложена известняками с редкими примазками глин прослойками алевролитов и доломитов. Известняки светло- и темно-се-ые, то более, то менее глинистые и алевритистые, органогенно-детритусо-ые, прослоями органогенно-обломочные и микрозернистые; преобладают ораминиферовые, криноидные, брахиоподовые и водорослевые с 50—70% рганических остатков. Алевритовая примесь 10—25% породы. В полостях аковин часты сферолиты халцедона; иногда обломки иглокожих и брахио-од замещены мелкозернистым кремнеземом. В нижней части пачки в про-лое органогенно-обломочного известняка встречены обломки глинистых арбонатных пород размером до 2—3 см, пестроокрашенные и беспорядочно асположенные в детритусовой массе. Микрозернистые известняки серые, линистые, прослоями доломитизированные, с 10—15% органических ос-атков и с линзами и гнездами детритусового известняка. Глины пестроокра-енные темно-лиловые, прослоями зеленые, содержат до 15% алеврито-ого материала в виде небольших линз и присыпок слюды. Часто до 5% оставляют обрывки углисто-растительной ткани.

В пачке встречены фораминиферы: Eostaffella mutabilis Raus., Schu-ertella borealis Raus., Aljutovella aljutovica Raus., Al. cf. skelnevatica utr. и др.; брахиоподы: Chonetes carboniferus Keys. (много), Paeckelmannia ljutovica E. Ivan., Linoproductus latiplanus Ivan. (часто), Choristites cf. eschevi Ivan. и др.

Средняя пачка (30 м) представляет переслаивание глин, мергелей, алевро-итов, известняков и реже доломитов; преобладают глины и мергели. Гли-ы серые и зеленоватые в верхней части пачки, пестроокрашенные в нижней, алевритистые (7—27% алевритовой примеси), слюдистые, обычно микро-лоистые, прослоями известковистые, с обломками криноидей, брахиопод остатками растительной ткани и с линзовидными прослоями из сдавленных аковин брахиопод.

Алевролиты — прослоями в 5—10 см, серые, зеленоватые и лиловато-урые кварцево-полевошпатовые, глинистые, слюдистые, обычно микро-варцево-полевошпатовые, глинистые, слюдистые, обычно микрослоистые, карбонатным цементом. В них обломки и отпечатки брахиопод, обломки глокожих, единичные фораминиферы; много цельных створок хористи-ов, линопродуктусов. Довольно часты прослои известняков темно-серых, иловых, пятнами зеленых, слюдисто-алевритистых, микрослоистых, пре-

имущественно органогенно-детритусовых. В них до 15% глинистого и 15-35% обломочного материала; часты зерна глауконита и углисто-растительные остатки. Встречаются фораминиферовые, криноидные, брахиоподовые известняки, с небольшой примесью остатков других организмов. Доломиты, залегающие вверху средней пачки, серые и зеленоватые, микрозернистые, глинистые, стилолитизированные, с примазками зеленовато-серой глины. В средней пачке определены: Eostafella mutabilis var. rjasanensis Raus., Endothyra eostaffeloides Reitl., Schubertella pauciseptata Raus., Sch. pauciseptata var. globulosa Saf., Profusulinella arta var. kamensis Saf., Prof. cf. vis Dalm., Aljutovella paraaljutovica Saf., Al. cybaea Leont. и др.; брахиоподы: Chonetes carboniferus Keys., Krotovia karpinskiana Ian, Linoprodactus latiplanus Ivan., Cancrinella undata Defr., Marginifera cf. confina Eich., Marg. aff. prolixa Rot., Choristites cf. inferus Ivan., Ch. cf. aljutovensis E. Ivan. Верхняя пачка (6 м) представляет переслаивание известняков, доломитов и тонких прослойков темно-серых глин. Известняки серые и зеленоватые, то более, то менее алевритистые, переходящие в известковистые песчаники, прослоями доломитизированные, с включениями ангидрита. Известняки органогенно-детритусовые, криноидно-фузулинидовые, реже брахиоподовые с единичными зернами глауконита. Доломиты светло-серые, микро- и тонкозернистые, часто известковистые, прослоями глинистые с редкими, плохо сохранившимися остатками фораминифер, иглокожих и обрывками двинелл. Много ангидрита.

В этой пачке определены фораминиферы: Aljutovella ex gr. aljutovica Raus., Al. subaljutovica var. fragilis Leont. и др.

Каширский, подольский и мячковский горизонты сложены карбонатными породами при преобладании известняков. Мощность каширского горизонта 91 м. В его основании прослой (15 см), состоящий из угловатых обломков карбонатных и глинисто-карбонатных пород 0,5—1,5 см в поперечнике, сцементированных органо-детритусовым известняком с фораминиферами и обломками брахиопод. Много пирита. Выше каширский горизонт представляет переслаивание органогенно-детритусовых, органогенно-обломочных и микрозернистых известняков с редкими прослоями доломитов и глин: много включений гипса и ангидрита. Горизонт разбит на две литологические пачки. Нижняя (22 м) сложена известняками с подчиненными прослоями доломитов. Известняки органогенно-детритусовые и органогенно-обломочные, с алевритово-глинистой примесью. Преобладают криноидно-фузулинидовые известняки с небольшим количеством обломков брахиопод, мшанок, трилобитов и водорослей (двинелл, реже — унгдарелл). Цемент служит микрозернистый карбонат с глинистой примесью и в редких прослоях ангидрит. Обломочный материал в известняках составляет 5—20%, даже до 40%. Характерны окремненные известняки со сферолитами халцедона.

Доломиты, светло-серые и зеленоватые, содержат до 30% алевритовой глинистой примеси, реликты микрозернистого карбоната и изредка остатки криноидей, брахиопод и неопределимый органогенный детритус. Глины в виде тонких (до 5 см) прослоек среди известняков и доломитов, темно-серые известковистые, иногда с глауконитом; часто содержат крупных брахиопод хорошей сохранности (преимущественно хориститов). Встречен прослой палыгорскитовой глины желто-бурого цвета. По всей пачке много включений ангидрита и кремня. Обнаружены фораминиферы: Profusulinella prisca Depr., Pr. pseudolibrovitchi var. atelica Raus., Pr. biconicomis Kir., Aljutovella priscoidea Raus., Al. cf. znensis Raus., Al. postaljutovica var. dulucida Leont., Fusulinella praecolaniae Saf. и др.

Из брахиопод определены Chonetes carboniferus Keys., Choristites priscus Eichw., Ch. ex gr. uralicus Leb., Ch. cf. laticostataeformis Milor.

Верхняя пачка каширского горизонта, мощностью 68 м, сложена известняками с тонкими прослойками глин и редкими прослоями доломитов вверху. Известняки сходны с описанными выше, но преобладают микрозер-

стые, с тонкими неправильными прослойками глины, включениями ан-
рита, кремня и прослойками детритусового, преимущественно крино-
ного известняка. Доломиты микро- и тонкозернистые, частью глинистые.
гречены фораминиферы: Pseudostaffella topilini (Putr.), Ps. confusa (Lee
Chen), Fusulinella subpulchra Putr. var. n., Fus. colaniae Lee et Chen.,
s. colaniae var. meridionalis Raus., Fus. praecolaniae Saf., Fusulina an-
edens Raus., Eofusulina triangula Raus. et Bel. и др. и брахиоподы: Mee-
la venusta Trd., Chonetes carboniferus Keys., Cancrinella undifera Kon.,
oristites priscus (Eichw.), Ch. aff. laticostataeformis Milor., Phricodothyris
atica Chao.

Подольский горизонт имеет 126 м мощности. Верхняя граница слабо
арактеризована фауной и проводится по электрокароттажу в подошве
ики глинистых известняков. Горизонт сложен известняками и доломи-
ми, при значительно большем развитии доломитов, чем в каширском го-
зонте. Среди известняков характерны водорослевые, преимущественно
инелловые. Горизонт подразделен на три пачки. В нижней (42 м), преоб-
дают органогенно-детритусовые глинистые известняки с редкими прослоя-
доломитов и тонкими слоечками (1—5 мм) и линзами зеленоватой глины;
еди остатков других организмов иногда имеется до 20% обрывков мша-
к; в других прослоях до 15% сифониковых водорослей. В этой пачке оп-
делены: Fusiella praetypica Saf., Pseudostaffella sizranica Raus. et Saf.,
awainella kurachovensis Man., Fusulinella colaniae Lee et Chen., Fus.
aniae var. borealis Raus., Fus. pseudobocki Lee et Chen., Fus. tok-
ovensis Raus et Dalm., Fusulina cf. disputabilis Chern., F. paraozawai Raus.
ахиоподы: Meekella venusta Trd., Chonetes carboniferus Keys., Cancri-
la undifera Kon., Choristites uralicus breviculus A. et E. Ivan.,
ricodothyris asiatica Chao.

Во второй пачке подольского горизонта (49 м) преобладают доломиты,
ые, микро- и тонкозернистые, прослоями глинистые, с редкими отпечат-
ми брахиопод и включениями гипса, ангидрита и кремня. Имеются под-
ненные прослои детритусовых и обломочных известняков, тонкие прослой-
темно-серой и черной, иногда, по-видимому, палыгорскитовой глины, и
ослои ангидритов мощностью до 0,70 м. В известняках часты водоросли,
убчатые и реже — обволакивающие. Определены фораминиферы Pseu-
staffella syzranica Raus. et Saf., Ps. ozawai (Lee et Chen), Ps. cf. ozawai var.
mpacta Man., Ps. aff. sphaeroidea Ehr., Hemifusulina communis Raus. var.
uta Raus. и др., а также брахиоподы: Meekella aff. eximia Eichw., Brachythy-
na sp., Choristites cf. priscus Eichw., Ch. uralicus Leb. и др. Верхняя пачка
6 м) сложена преимущественно известняками с прослоями доломитов в сред-
й части. Преобладают органогенно-детритусовые известняки; часты про-
ои, содержащие, наряду с остатками брахиопод, криноидей и фораминифер,
40—50% водорослей, главным образом двинелл. Доломиты того же типа,
к и в средней пачке, с редкими отпечатками брахиопод. В этой пачке встре-
ны: Fusiella typica Lee et Chen, Fusulinella tokmovensis Raus. et Dalm.,
s. bocki Moell., Fus. colaniae Lee et Chen var. borealis Raus., Fus. aff.
zhgalensis Saf., Fusulina kamensis Saf., F. dilucida Chern., F. paradistenta
f. и брахиоподы: Meekella ex gr. eximia Eichw., M. sp. № 1, Linoproductus
pseudoprattenianus Semich., Choristites sowerbyi Fisch.

Мячковский горизонт (122 м) представлен известняками с прослоями
ломитов и глин. Известняки тех же типов, что в подольском горизонте;
еобладают органогенно-детритусовые, содержащие те же группы орга-
змов. Характерно развитие стилолитизации и наличие примазков и
опластков зеленоватых глин. Доломиты микро- и тонкозернисты, часто
инисты. Так же, как и в каширском и подольском горизонтах, по всей
лще мячковских пород встречается ангидрит, гипс и кремень. Выделены
литологические пачки.

Первая пачка (6,5 м) сложена известняками органогенно-детритусовы-
, с прослоями глинистых; часты прослои ракушечника, мощностью до

1,5—3 см. Определены фораминиферы Fusulinella aff. bocki Moell. и брах
поды Linoproductus sp., Choristites cf. sowerbyi Fisch.

Вторая пачка (25 м) слагается доломитами с прослоями органоген
обломочных и иногда оолитовых известняков. Фауна бедная и плох
сохранности; из фораминифер встречаются преимущественно паращт
феллы (Parastaffella moelleri Ozawa), из брахиопод Linoproductus s
Dictyoclostus sp. и Choristites cf. sowerbyi Fisch.

Третья пачка (88 м) представляет переслаивание известняков, доломи
и тонких прослоек глин; преобладают известняки органогенно-детриту
вые, органогенно-обломочные, иногда оолитовые. Глина в некоторых п
слойках палыгорскитовая. Доломиты не отличаются от доломитов втор
пачки; в них редкие остатки фауны. В известняках определены форами
феры: Fusiella cf. typica Lee et Chen, Fusulinella rara Schlyk, F. hele
Raus., F. aff. schwagerinoides Depr., F. bocki Moell., Fus. pseudobocki v
ovoides Raus., F. paraschubertellinoides Putr. et Leont., Fus. eopulc
Raus., Fusulina nytvica Saf., F. quasifusulinoides Raus., F. siviniensis Ra
и брахиоподы: Orthotetes cf. regularis (Waag.), Meekella sp. № 1, Chone
carboniferus Keys., Linoproductus pseudoprattenianus Semich., Margi
fera cf. carniolica Schellw.

Мячковский горизонт согласно покрывается подтритицитовыми слоя
верхнего карбона. Общая мощность отложений московского яруса в Ме
кессе равна 383 м, что несколько превосходит мощность яруса на пра
бережье Волги близ Ульяновска (347 м) и значительно превосходит его мо
ность к востоку от Мелекесса на Татарском своде (в Шугурове, Миннибае
Акташе и др.), главным образом за счет большей мощности двух верхн
горизонтов московского яруса в Мелекессе. В то же время по типам пор
слагающих отдельные горизонты, и по общему составу фауны отложен
московского яруса в Мелекессе близки к отложениям того же возраста н
на Татарском своде, так и в центральных районах Московской синекли
при наличии, однако, определенных местных особенностей.

Всесоюзный научно-исследовательский
геолого-разведочный нефтяной институт

Поступило
22 X 1956

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

ГЕОЛОГИЯ

И. В. СЕРГЕЕВ и Г. Б. УДИНЦЕВ

ОТКРЫТИЕ И ИССЛЕДОВАНИЯ ПОДВОДНОЙ ГОРЫ ИСАКОВА В ТИХОМ ОКЕАНЕ

(Представлено академиком Н. М. Страховым 23 XI 1956)

Одной из характерных особенностей рельефа дна Тихого океана является широкое распространение обособленных подводных гор. Большая часть этих гор имеет форму, близкую к конической. Вершины некоторых срезаны. Высота гор колеблется от нескольких сотен метров до четырех- и тысяч метров. За последние годы обнаружено множество гор, разбросанных по всему Тихому океану, но приуроченных преимущественно к высоким сводовым поднятиям ([4], [5]). С вершин и склонов гор собраны образцы: обломки эффузивных пород, обломки рифообразующих кораллов, фораминиферовые пески и илы ([6], [7]). Происхождение обособленных подводных гор конической формы, по общему мнению геологов, вулканическое. Факты столь широкого распространения вулканов на дне Тихого океана указывают на исключительное значение проявлений вулканизма в развитии этого участка земной коры, превышающего по площади все материки вместе взятые. Дальнейшие исследования подводных гор в Тихом океане должны установить особенности морфологии вулканических сооружений, их возраст, закономерности распределения.

Рельеф дна в северо-западной части Тихого океана до недавнего времени был изучен хуже, чем в остальных частях. Подводные горы в этой части океана были обнаружены вначале лишь на северном продолжении подводного Гавайского хребта и в западной части Срединно-тихоокеанского вала ([1]). При этом оказалось, что горы Гавайского подводного хребта расположены на общем довольно высоком цоколе, представляют собой как бы отдельные массивы единого крупного подводного хребта и, несомненно, отличаются по своей морфологии от обособленных гор других частей Тихого океана ([1]). Таким образом, для значительного пространства северо-западной части океана, к северу от Срединно-тихоокеанского вала, обособленные подводные горы до недавнего времени были неизвестны. Ряд обособленных гор был обнаружен здесь в 1953 г. в 14-м рейсе экспедиции на «Витязе», возглавлявшейся Л. А. Зенкевичем, к юго-востоку от Курило-Камчатской впадины. Однако высота этих гор не превышала нескольких сотен метров, среди них не было найдено ни одной горы столь же крупной, как известные горы центральной части Тихого океана и Аляксинского хребта ([9]).

29 октября 1954 г., во время 19-го рейса экспедиции на «Витязе», возглавлявшейся П. Л. Безруковым, проводились, в частности, исследования дна к востоку от о-вов Идзу, где ранее на многих морских навигационных картах были показаны о-ва Гангес. Существование этих островов оспаривалось. Тщательный промер, проведенный в этом районе под руководством капитана «Витязя» С. И. Ушакова, позволил доказать, что о-ва Гангес в действительности не существуют. Не были обнаружены в исследованном районе и какие-либо подводные горы, вершины которых в недавнем прошлом могли бы выступать над уровнем океана в виде островов. Вместе с тем

примерно в 150 милях (280 км) к западу от этого района «Витязь» обн
жил 22 октября огромную подводную гору, возвышающуюся над окру
ющим пространством ложа океана на 5000 м. Вершина горы поднима
до глубины около 1400 м, тогда как вокруг глубины достигают почти 64(
На склоне горы, на глубине 2500 м, была взята дночерпателем проба
бигеринового ила. Произвести более подробные исследования откры
«Витязем» горы удалось лишь годом позже.

27 сентября 1955 г., во время 22-го рейса «Витязя», возглавлявше
также П. Л. Безруковым, рельеф подводной горы, для которой предлож
название по имени известного советского моряка и ученого профес
И. С. Исакова, был изучен по системе промерных галсов, звездообр

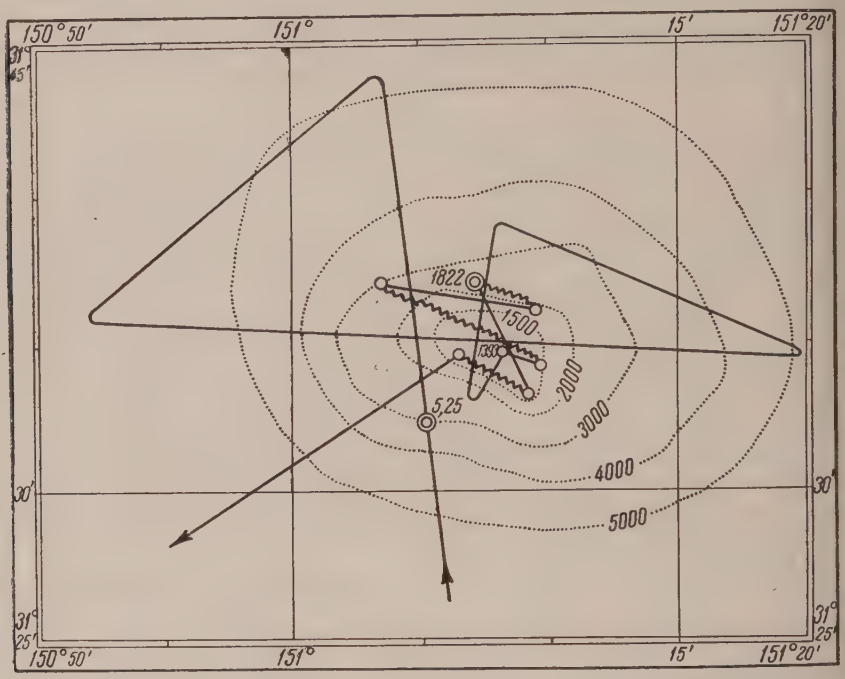


Рис. 1. Схема промерных галсов на горе Исакова, выполненных «Витязем» 27 сентября 1955 г.

пересекающих ее склоны и проходящих через вершину горы (рис.
Руководство промером осуществлялось капитаном «Витязя» И. В. Се
евым. Астрономические определения места корабля были выполнен
максимальной возможной тщательностью одновременно тремя набл
телями в начале промера, в 5 ч. 25 м. по владивостокскому времени, и
задолго до конца промера, в 18 ч. 22 м. Положение промерных галсов б
привязано на основе счисления к точкам астрономических определе
места. С вершины горы с помощью дночерпателя и трала были собр
обломки вулканических пород. У подножья горы была получена п
бескарбонатного глинистого ила, подобного развитому на окружающ
пространстве ложа океана.

В результате выполненных исследований установлено, что гора и
в плане овальные очертания. Большая ось овала вытянута в широт
направлении, малая — в меридиональном. Ширина горы в основании,
мерно по изобате 5000 м, равна 15—19 милям (28—35 км). Гора имеет фо
усеченного конуса. Выравненная вершинная поверхность горы лежит
глубине около 1400 м. Средняя часть этой вершинной поверхности п
горизонтальна, к краям же она имеет пологий наклон. Переход от верш
ной поверхности горы к склонам сопровождается резким переломом

я. Края вершинной поверхности благодаря
му выражены столь же четко, как и края
чных островных отмелей, находящиеся на
чительно меньших глубинах. Вообще про-
ь вершинной поверхности в целом чрезвы-
но похож на профили островных отмелей.
шинная поверхность горы Исакова хорошо
авнена, но на ее фоне отмечено несколько
ольших, резко выступающих холмов — по-
имому, это группы скал, возвышающиеся
поверхностью выравнивания. К одной из
их скал приурочена минимальная глубина,
еренная над горой Исакова. Эта глубина
на 1393 м и измерена в точке с координатами
34′,7 с. ш. и 131°08′,1 в. д. Ширина выров-
ной вершинной поверхности горы по боль-
оси овала равна 3,4 мили (6,3 км), а по мень-
оси — 1,5 мили (2,8 км). На глубинах около
0 м на склонах горы обнаружена сравни-
ьно узкая, четко выделяющаяся терраса.
же нее склоны имеют сравнительно ровную
ерхность, нарушаемую лишь небольшими
лобами, буграми и другими малыми формами
ьефа, но террас на больших глубинах не
аружено. Склоны горы круты. Особенно
ика крутизна верхней части склонов, где
клон дна достигает 34°.

У подножья горы Исакова дно океана лежит
глубинах около 6000 м, но несколько дальше
подножья обнаружены резкие колебания
бин, связанные с нахождением здесь узких
лобов, в которых глубины достигают
0—6400 м. За ними ложе океана рас-
агается на глубинах порядка 6000 м. Таким
азом, гора находится как бы на цоколе, отде-
ном от окружающего пространства ложа
ана желобами (рис. 2). Еще неясно, являют-
ли эти желоба кольцевым рвом, подобным
ечавшимся для ряда других подводных гор,
же они вытянуты и соответствуют южной
ги крупной зоны тектонических нарушений,
тягивающейся в северо-восточном направле-
на несколько сотен километров.

Гора Исакова является одной из самых круп-
подводных гор, обнаруженных за последние
ы в Тихом океане. Ни одной обособленной
водной горы подобных размеров не было из-
но в северо-западной части океана. Судя
морфологии горы и по характеру обломков
енных пород, имеющих вулканическое про-
ождение, это крупный вулкан. По своим
мерам он может быть сопоставлен с круп-
шими вулканическими сооружениями бли-
шей суши: с вулканом Фудзи в Японии и
кой Ключевской на Камчатке. Он сопоставим
же с крупнейшими подводными горами
ого океана: горой Ербен и горой Флибер-
г (9).

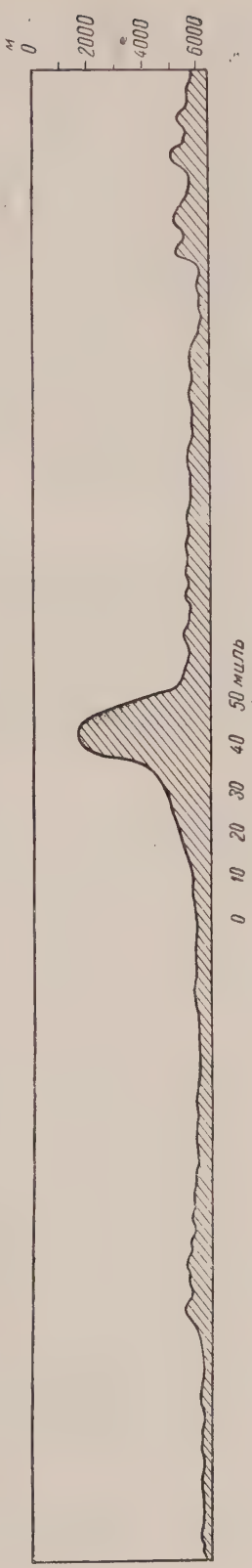


Рис. 2. Профиль дна в районе горы Исакова

Выровненная вершинная поверхность горы могла быть создана в рез
тате абразионно-аккумулятивного выравнивания в зоне волнового воз
ствия в тот период, когда гора занимала более высокое положение
вершина либо поднималась над водой в виде острова, либо находи
близ поверхности воды в виде банки, на глубинах не более 10—12 м
которых еще возможна активная абразия. Опускание горы могло произ
либо изостатическим путем, как это предполагается для подводных
окруженных кольцевыми рвами, либо в связи с движениями по ли
разломов, связанных с поясом тектонических нарушений, вытянуть
северо-восточном направлении. Цоколь горы в первом случае можно
бы рассматривать как лавовое плато, во втором — как ограниченную
ломами глыбу.

Открытие крупного подводного вулкана, горы Исакова, в северо-за
ной части Тихого океана позволяет утверждать, что проявления вул
низма в этой части океана были приурочены не только к крупным с
вым поднятиям, но и к пространствам пологих прогибов между ним

Институт океанологии
Академии наук СССР

Поступило
24 VIII 195

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] П. Л. Безруков, Г. Б. Удинцев, ДАН, **103**, № 6, (1955). [2] Г. Б. Уди
цев, Тр. инст. океанол. АН СССР, **12** (1955). [3] H. H. Hess, Am. J. Sci., **244**,
(1946). [4] H. W. Menard, R. S. Dietz, Bull. Geol. Soc. Am., **62**, № 10 (1951). [5]
Dietz, H. W. Menard, E. Hamilton, Deer-Sea Res., **1**, № 4 (1954). [6] E. Ha
ton, J. Paleontol. **27** (1953). [7] H. Kuno, R. Fisher, N. Nasu, Deep-Sea Re
№ 2 (1956). [8] R. S. Dietz, Bull. Geol. Soc. Am., **65**, № 12 (1954). [9] S. Wiser
Deep-Sea Res., **2**, № 2 (1954).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

ГЕОЛОГИЯ

П. Л. ШУЛЬГА

О ПЕРЕРЫВЕ В ОТЛОЖЕНИЯХ НА ГРАНИЦЕ БАШКИРСКОГО И МОСКОВСКОГО ЯРУСОВ В ДНЕПРОВСКО-ДОНЕЦКОЙ ВПАДИНЕ

(Представлено академиком Н. М. Страховым 23 XI 1956)

Среднекаменноугольные отложения в Днепровско-Донецкой впадине известны относительно давно ([4–6]). В их составе почти с самого начала были известны аналоги башкирского и московского ярусов.

До последнего времени считалось, что средний карбон во впадине представлен непрерывной толщей осадков. Первые данные, указывающие на возможность наличия перерыва на границе башкирского и московского ярусов в Днепровско-Донецкой впадине, были получены при изучении разреза карбона, вскрытого Черниговской опорной скважиной. В этом разрезе граница между башкирским и московским ярусами оказалась очень резкой; причем в верхах башкирских отложений были встречены остатки Carbonicola aquilina Sow., указывающей на соответствие вмещающих отложений свите C_2^3 Донбасса. Факт этот наводил на мысль о вероятности отсутствия в данном разрезе верхних слоев башкирского яруса, отвечающих свите C_2^4 Донбасса.

Палеонтологические данные, указывающие на перерыв в осадках на границе башкирского и московского ярусов, были получены также по разрезу Петровско-Купольной скважины. При мощностях донецких свит башкирского и московского ярусов, превышающих в данной скважине 300 м, оказалось, что слои с фауной свиты C_2^3 (с Carbonicola angulata Ryckh. и Najadites quadrata Sow.) залегают в ней лишь на 50 м ниже слоев, содержащих фауну свиты C_2^5 (с Profusulinella ex gr. rhomboides Lee et Chen, Pseudostaffella ex gr. sphaeroidea (Ehrenb.), Ps. cf. subquadrata Grozd. et Leb., Fusulina elliptonoides Man.).*

Особенно убедительные данные, свидетельствующие о перерыве в отложениях на границе башкирского и московского ярусов, были получены при детальном изучении нами среднекаменноугольных отложений на различных структурных элементах впадины: на Михайловской, Радченковской, Гайдакской, Смеловской и Солохской структурах, на межкупольных площадях и на бортах впадины.

В присводовых частях Михайловской и Радченковской структур среднекаменноугольные отложения представлены двумя толщами: нижней — пестроцветной и верхней — пестроцветной. Нижняя толща сложена преимущественно аргиллитами с прослоями известняков, содержащих остатки фораминифер, на основании которых она сопоставляется с верхами свиты C_1^5 и кровлей C_2^1 Донбасса. Это такие как Endothyra spirilliniformis Brazhn. et Raus., Archaediscus postrugosus Reitl., Arch. donetzianus Sosn., Eostaffella ex gr. parmilae Raus., Pseudostaffella antiqua (Dutk.) и др. Мощность нижней толщи равна 40—50 м.

* Виды фораминифер, приводимые в статье, взяты из заключений Н. Е. Бражниковой, Д. Потиевской и М. В. Ярцевой, определения пелеципод — автора.

Верхняя, пестроцветная толща состоит из чередования серо-голубо тых тонкозернистых, слюдистых, сильно карбонатных песчаников и крас бурых, местами карбонатных глин. Эта толща прослежена на структу Михайловской, Радченковской, Сагайдакской, Солохской, Смеловской, Черниговском поднятии, в Припятьском прогибе и во многих пунк южного борта впадины. Фауна в этой толще обнаружена только на Сол ской площади и в Смелом. В этих пунктах в прослое известняка, залег щего в нижней части пестроцветной толщи (в Смеловской скв. № 1р на 1 выше подошвы толщи, на глубине 1613 м), Н. Е. Бражниковой опреде обильный комплекс фораминифер, и среди них такие виды, как Fusulin bocki Moell., Fusulina cylindrica Fisch. и др., указывающие на соответст вмещающих отложений свите C_2^7 Донбасса. Таким образом, оказалось, чт присводовых частях Михайловской и Радченковской структур непосредстн но контактируют нижнебашкирские отложения и верхние слои московск яруса.

К западу от Михайловского поднятия и к юго-западу от с. Голубов Днепропетровской области верхнюю часть башкирских отложений слага возрастные аналоги свиты C_2^3 Донбасса с Entolium attenuatum Herr., Car nicola angylata Ryckh. и др. Они также резко и стратиграфически несогл но перекрыты отложениями московского яруса. Следует отметить, что зависимо от возраста верхних слоев башкирских отложений, на их пове ности всегда присутствует небольшая пачка пестроцвета мощностью 3—5 представляющего древнюю кору выветривания.

На Сагайдакской, Смеловской и Солохской площадях и на крыл Радченковской структуры между башкирскими отложениями и пестроцве верхней части московских отложений установлена мощная толща сероц ных терригенных, преимущественно песчанистых образований. На Сол ской площади мощность ее достигает 786 м. Небольшая пачка пестроцв разделяет эти отложения на две части: нижнюю и верхнюю. В нижней ча рассматриваемых отложений на разных участках впадины встречены татки фораминифер, пелеципод и растений. Среди фораминифер преоблада представители родов Archaediscus (Arch. krestovnikovi Raus., Arch. bra nikovae Kir., Arch. donetzianus Sosn.) и Novella (N. evoluta Grozd. et N. primitiva Raus., N. pulchra Pot.), встречаются Tuberitina bulbacea G et Harlt., Ozawainella ex gr. rhomboidalis Lee et Chen., Profusulinella ex parva Lee et Chen, Pr. primitiva Sosn. и др. Среди пелеципод заслужива упоминания Entolium attenuatum Herr., Anthraconeilo vita Tschern., C bonicola angulata Ryckk., C. angulata var. gigantea Tschern. и растений — Neuropteris heterophylla Brongn., N. rectinervis Kidst., gigantea f. arcuata (Bertr.) Nov. Все приведенные виды фауны и флоры гласно указывают на соответствие вмещающих отложений свитам C_2^2 — Донбасса.

На Солохской площади выше палеонтологически охарактеризованн аналогов свит C_2^2 и C_2^3 Донбасса залегает толща около 190 м (в скважи № 3р, интеграл 2012—2202 м), сложенная преимущественно темно-серы аргиллитами с прослоями известняков среди них. Эту толщу мы на осно нии литологической аналогии и стратиграфического положения сопос вляем с нижней частью свиты C_2^4 Донбасса и принимаем ее за верхние сл развитых на Солохской площади верхнебашкирских отложений. Во вс разрезах среднего карбона на Солохской площади на поверхности этой т щи присутствует небольшая пачка пестроцвета, представляющего собой др нюю кору выветривания.

Верхняя часть толщи, аналоги которой отсутствуют на Михайловск и Радченковской структурах, относится к низам московского яруса, ч определяется ее положением: на верхнебашкирских отложениях и под во растными аналогами свиты C_2^7 Донбасса. Залегает данная толща трансгр

вно на разновозрастных слоях башкирских отложений: на Сагайдакской ощади — на аналогах свиты C_2^3 и на Солохской площади — на аналогах жней части свиты C_2^4 Донбасса.

На подстилающих образованиях башкирского яруса рассматриваемая жняя толща московских отложений на солевых структурах впадины за-гает с небольшим угловым несогласием.

Еще более отчетливым является трансгрессивный характер залегания мой верхней, пестроцветной толщи московского яруса сопоставленной ше со свитой C_2^7 Донбасса, которая местами залегает на самых нижних оях башкирского яруса. В геологической литературе эта толща известна д названием песчано-глинистой, которая разными авторами относилась к нижней, то к верхней перми ([2], [3]). Угловое несогласие в залегании дан-й толщи на подстилающих ее отложениях на солевых структурах впадины лее значительно, чем между верхнебашкирскими и нижнемосковскими ложениями. Во многих местах впадины в основании данной пестроцветной лщи залегает мощная пачка конгломератовидных песчаников, а иногда мелкогалечный конгломерат (район ст. Сагайдак).

При отсутствии фаз складкообразования в среднекаменноугольную эпо-у на площади Большого Донбасса, частью которого является Днепровско-онецкая впадина, наличие угловых несогласий внутри среднего карбона солевых структурах впадины является указанием на то, что в среднем рбоне происходил рост этих структур.

Все изложенное позволяет сделать следующие выводы:

1. Накопление осадков в течение среднекаменноугольной эпохи в Днеп-вско-Донецкой впадине было прерывным, причем главный перерыв здесь риурочен к границе между башкирским и московским ярусами.

2. Перерыв этот сопровождался размывом башкирских отложений, до-игавшим особенной глубины в присводовых частях соленосных структур падины.

3. Начало московского осадконакопления на различных структурных ементах впадины было разновременным.

4. Интенсивность опускания осевой области и бортов впадины в течение реднекаменноугольной эпохи была различной. В эту же эпоху происходил ост соляно-купольных структур, которые отчетливо выделялись в рельеф Днепровско-Донецкой впадины.

Институт геологических наук
Академии наук УССР

Поступило
3 IV 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Д. Е. Айзенверг, Н. Е. Бражникова, А. Н. Іщенко, К. О. Новик ол. журн. АН УРСР, **23**, в. 2 (1953). [2] А. О. Білик, Н. С. Бражникова, О. Карпова, М. П. Кожич-Зеленко, В. А. Хоменко, Геол. журн, Н УРСР, **14**, в. 1 (1954). [3] Е. М. Люткевич, Тр. ВНИГРИ, нов. сер., в. 86 (1955). Е. О. Новик, Матер. по нефтеносности Днепр.-Донецкой впадины, в. 1 (1941). Е. О. Новик, Тр. научн.-геол. совещ. по нефти, озокериту и горючим газам УССР, 1949. П. Л. Шульга, Матер. по нефтеносности Днепр.-Донецкой впадины, 1941.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

МИНЕРАЛОГ

С. И. БЕНЕСЛАВСКИЙ

НОВЫЕ АЛЮМОСОДЕРЖАЩИЕ МИНЕРАЛЫ БОКСИТОВ

(Представлено академиком Д. В. Наливкиным 1 X 1956)

Извлечение глинозема при температуре 105° из гиббситовых бокси некоторых месторождений СССР (южноукраинские, татарские, барзасск нередко составляет только 60—80% от теоретически возможного. Повыше температуры выщелачивания последовательно до 190 и 225° не улучш растворимости глиноземных минералов, что имело бы место, если бы в б ситах присутствовали моногидраты глинозема — бемит и диаспор. Не наруживается в этих бокситах также и корунд, наличие которого ча влияет на степень вскрываемости бокситов (1). Продолжая исследования п чин неполного извлечения глинозема из гиббситовых бокситов, мы уста вили, что алюминий входит в состав некоторых минералов окиси и гид окиси железа, из которых состоят в основном нерастворимые остатки б ситов. Содержание глинозема в этих остатках составляет 8—10%, при м роскопически доказанном отсутствии каких-либо минералов свободн глинозема. О наличии в природе алюмосодержащих железных минера впервые сообщил Г. А. Билибин, обнаруживший в бурожелезистых поро Минусинского района минерал, названный им алюмолимонитом, с химическ составом: $KAl_2O_3 \cdot mFe_2O_3 \cdot nH$ при $m > n$. А. К. Болды указывает на существова в природе переходного минера от лимонита к бокситу, по мая под последним гидрооки алюминия с 1—3 молекула воды и называя его также ал молимонитом (2). Алюмосод жащий гетит известен в осад ных железных рудах Германии (3), где алюминий отчасти предс вляет изоморфную примесь в гетите. На рентгенограммах это проявля в некотором уменьшении констант решетки a_0 и b_0 и сохранении без изме ния c_0. Зависимость этих констант от содержания алюминия в гет приведена в табл. 1.

Таблица 1

№№ пп.	AlOOH, %	FeOOH,%	a_0	b_0	c_0
1	1,5	98,5	4,59	9,97	3,02
2	4,5	95,5	4,53	9,88	2,99
3	11,2	88,8	4,48	9,82	3,00

Уменьшение параметров решетки объясняется тем, что радиус ио трехвалентного железа равен 0,67 Å, а алюминия — только 0,57 Å. Хенс и Броунмиллер (4) синтетически получили твердые растворы Al_2O_3 в Fe_2O Рентгеноструктурным анализом установлено, что минеральная форма оки железа, полученная этими исследователями, является гематитом. Указ вается, что Al_2O_3 может входить в состав гематита в количестве не более 15 а при 20% на рентгенограммах видны уже линии корунда.

Нами в 1952 г. впервые был обнаружен в бокситах минерал, для которо по химическому составу была установлена формула: $Al_2O_3 \cdot 2Fe_2O_3 \cdot 5H_2$

Химический состав некоторых енисейских бокситов, из которых глин зем полностью не извлекается, и их нерастворимых остатков приведен табл. 2.

Таблица 2

№ робы	Характеристика пробы	П.п.п.	SiO_2	Al_2O_3	Fe_2O_3	TiO_2	Сумма
		в процентах					
.52	Валовая	22,5	7,9	39,21	23,2	5,4	98,21
52	Нераств. остаток	13,97	0,8	12,91	67,38	4,21	99,52
57	Валовая	20,2	8,4	32,02	35,2	2,5	98,32
57	Нераств. остаток	11,85	1,26	10,78	70,05	4,6	98,84

Минералогически нерастворимые остатки состоят из гетита и гематита. ногда к этим минералам примешивается маггемит. Чистые фракции этих инералов исследовались микро-
копически, химически и рентге-
оскопически.

Таблица 3

№ образца	П.п.п.	SiO_2	Al_2O_3	Fe_2O_3	TiO_2	Сумма
1	9,8	5,8	15,3	66,55	1,7	99,15
2	10,3	4,8	14,8	67,19	1,7	98,79

Алюмосодержащие минералы киси и, вероятно, гидроокиси елеза являются в некоторых азновидностях бокситов поро-
образующими минералами. месторождениях бокситов нисейского кряжа имеются вы-
окожелезистые, некондиционные по содержанию Al_2O_3 бокситы. Наиболее арактерные химические анализы этой породы приведены в табл. 3.

Таблица 4

Гематит				Гетит		
					Шлам	
чистый по Бридли	с твердым раствором 14% Al_2O_3 86% Fe_2O_3 по Хансену и Броунмиллеру	образец № 1*	образец № 2*	чистый по Бридли	проба № 57**	проба № 52**
,689	2,67	2,67	2,66	2,674	2,61	2,61
,508	2,49	2,49	2,49	2,433	2,39	2,39
,198	2,19	2,183	2,18	2,237	2,195	1,194
,833	1,822	1,82	1,82	2,175	2,135	2,132
,688	1,675	1,678	1,678	1,709	1,671	1,669
,593	1,582	1,582	1,582	1,554	1,530	1,526
,481	1,473	1,470	1,470	1,500	1,480	1,477
,448	1,439	1,438	1,438			
,306	1,297	1,299	1,299			
,253	1,246	1,244	1,244			
,185	1,79	1,179	1,179			
,158	1,153	1,153	1,153			
,135	1,131	1,129	1,129			
,098	1,095	1,095	1,096			
,051	1,045	1,049	1,049			

* См. табл. 3.
** См. табл. 2.

Глинозем входит в состав гиббсита и каолинита, окись железа представлена в основном гематитом.

Произведенный И. Л. Скрипко расчет рентгенограмм гетита и гематита, выделенных из боксита, характеризуемого химическим анализом и минералогическим составом, приведенными в табл. 2, 3, показывает некоторое смещение линий по сравнению со сторонами этих минералов. Значения $\frac{a^\alpha}{n}$ (межплоскостные расстояния) для чистых и алюмосодержащих гетита и гематита и для синтетических твердых растворов, полученных Хансеном и Броунмиллером (4), показаны в табл. 4.

И. Л. Скрипко отметил также уменьшение межплоскостных расстояний
а дебаеграммах маггемита из бокситов Барзасского месторождения. Вы-
ысленное для этого минерала значение a_0 равно 8,22 Å, по справочникам
е 8,31 Å. Мы считаем, что Al_2O_3 в гетите, гематите и маггемите является
ердым раствором. Такие алюмосодержащие минералы окиси и гидрооки-
железа предлагается называть алюмогетит, алюмогематит и т. п.

Одновременно надо указать, что наряду с существованием твердых р
створов Al_2O_3 в Fe_2O_3 и $Fe_2O_3 \cdot H_2O$ в природе имеются твердые растворы Fe_2
в $Al_2O_3 \cdot nH_2O$, о чем свидетельствует постоянное присутствие окиси желе

Таблица 5

Минерал	Месторождения бокситов	П.п.п.	SiO_2	Al_2O_3	Fe_2O_3	TiO_2	Сумма
		в процентах					
Диаспор	Северо-Уральские	15,12	0,04	81,8	3,1	0,3	100,9
Бемит	» »	16,05	1,81	73,9	4,4	1,85	98,88
Гиббсит	Енисейские	33,08	0,28	65,21	0,98	0,25	100,6

в составе основных породообразующих минералов бокситов — диаспор
бемита и гиббсита. В табл. 5 приведен ряд химических анализов этих мин
ралов.

Твердые растворы, видимо, характерны для большинства минералов, об
разующих бокситы и осадочные железные руды.

Всесоюзный
научно-исследовательский
алюминиево-магниевый институт

Поступило
13 IX 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] С. И. Бенеславский, ДАН, **95**, № 5, (1954). [2] А. К. Болдырев, Ку
описательной минералогии, **2**, 1928. [3] Железорудные месторождения Германии, Сбор
Железорудные месторождения мира, **2**, 1955, стр. 3—44 . [4] W. C. Hansen, L.
Brownmiller, Am. J. Sci., **15**, № 87 (1928).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

ПАЛЕОНТОЛОГИЯ

О. И. ДЖАНЕЛИДЗЕ

О МОРФОЛОГИЧЕСКИХ АНОМАЛИЯХ У ФОРАМИНИФЕР ТАРХАНСКОГО ГОРИЗОНТА ГРУЗИИ

(Представлено академиком С. И. Мироновым 20 XII 1956)

Отложения тарханского горизонта на территории Грузинской ССР пользуются довольно широким распространением. Они везде установлены по фауне моллюсков или фораминифер. Положение тархана между онкофоровым и чокракским горизонтами установлено в двух местах: у сел. Джгали и у сел. Чкуми. В остальных местах тархан залегает на майкопских глинах. Литологически он представлен карбонатными глинами, мергелями и песчанистыми глинами. Мощность его колеблется от 3 до 20 м.

Но в некоторых разрезах (Хоби, Аджамури, Чарчхула, Гориса, Норио) в низах тархана имеется чередование карбонатных и майкопоподобных некарбонатных глин. Фауна приурочена только к карбонатным глинам.

Изучением микрофауны тарханских отложений выяснено, что они содержат преимущественно фауну фораминифер, как донных, так и планктонных, 3 семейств: текстулярид, милиолид, лагенид, полиморфинид, нонионид, булиминид, роталиид и глобигеринид. Реже встречаются остракоды, обломки скелета офиур и морских ежей, отолиты рыб и зоарии мшанок. Нами обнаружено всего 46 видов и разновидностей фораминифер, из них новых видов 6, а разновидностей 3.

Большинство видов фораминифер тархана пользуется ограниченным вертикальным и широким пространственным распределением, чем и обусловлено их большое стратиграфическое значение.

Изучение фораминифер тарханских отложений вскрыло определенную закономерность в изменении состава фауны по направлению от береговой линии в сторону открытого бассейна. В глинах, отлагавшихся на относительно большой глубине, вдали от берега, комплекс фораминифер состоит из милиолид (Sigmoilina, Spiroloculina), лагенид (Lagena, Cristellaria, Nodosaria, Entosolenia), булиминид (Bolivina, Loxostomum), многочисленных глобигеринид, (Globigerina) единичных экземпляров нонионид (Nonion), роталиид (Rotalia, Discorbis) и кассидулинид (Cassidulinoides).

Осадки, отлагавшиеся на относительно небольших глубинах при умеренном поступлении терригенного материала (песчанистые глины, мелкозернистые глинистые песчаники), охарактеризованы фауной текстулярид, милиолид (Miliolina, Sigmoilina), нонионид, полиморфинид. Реже встречаются булиминиды и глобигериниды, а представители лагенид полностью отсутствуют.

Помимо различий в составе бентонной фауны, зависящих от условий существования, особи одних и тех же видов, жившие в различных условиях, также отличаются друг от друга некоторыми признаками. Раковинки фораминифер относительно глубоководных отложений мелки, тонкостенны и гладки, в то время как раковинки тех же видов, встречающиеся в относительно мелководных осадках, сравнительно крупны и толстостенны.

Особого внимания заслуживают комплексы фораминифер низов тархана в тех разрезах, где имеется чередование карбонатных и майкопоподобных

некарбонатных глин. Фауна приурочена только к карбонатным глинам, он характеризуется мелкорослостью, тонкостенностью, стекловидной поверх ностью раковинок и развитием аномальных камер.

У некоторых представителей родов Nonion, Nodosaria, Bolivina из эти отложений наблюдается нарушение нормального роста раковинки. В боль

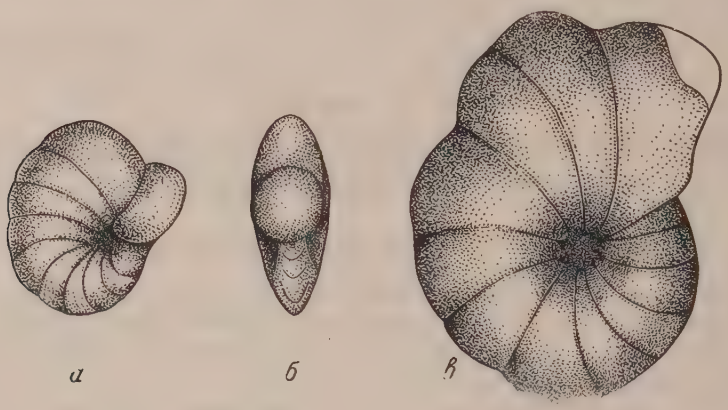


Рис. 1. Nonion boueanus (d'Orb.): *а,б* — особь с аномальной последней камерой (*а*—вид сбоку, *б*— вид с устьевой стороны); *в* — особь с неоднократным нарушением роста раковинки

шинстве случаев это выражается в аномальном развитии последних камер и в нарушении обычного направления роста раковинки. Отклонение от нор мального развития замечено у некоторых Nonion не только на последней камере (рис. 1 *а* и *б*), но и различных частях последнего оборота (рис. 1 *в*). У боливин чаще всего наблюдается аномальное развитие последних двух камер. В одних случаях последние две широкие и плоские камеры, по размеру отличающиеся от нормально развитых камер, расположены асимметрично (рис. 2*а*). В других случаях две вздутые шаровидные камеры резко отличающиеся по форме и величине от нормально развитых камер, расположены по бокам апертурной поверхности перпендикулярно к боковой поверхности раковинки (рис. 2*б* и *в*). Кроме того у боливин наблюдается нарушение прямолинейного роста раковинки. Встречаются формы, у которых камеры поздней части раковинки расположены асимметрично, с поворотом на 90° от начальных камер: широкие и вздутые камеры верхней повернутой части по форме и размерам резко отличаются от камер нижней половины раковинки (рис. 3).

Рис. 2. Bolivina tarchanensis Subb. et Chutz.: *а* — особь с асимметричным расположением двух последних камер; *б*, *в* — особь с двумя шаровидными асимметрично расположенными последними камерами (*б* — вид сбоку, *в* — вид с периферического края)

Явления асимметричного расположения камер замечены нами также у нодозарий. Как известно, для этого рода типичным является однородное расположение камер; у некоторых форм из нашего материала ранние камеры расположены двурядно, а последующие однорядно (рис. 4). Встре

ются также нодозарии, у которых средние камеры значительно меньших
змеров, чем начальные и поздние камеры.

Аномалии замечены нами также у глобигерин тарханского горизонта.
некоторых форм наблюдается развитие дополнительных камер. Большей
тью дополнительные камеры расположены на вентральной стороне
ковинки, но в нашем материале у некоторых особей аномальные камеры
иде шаровидного нароста развиты на разных камерах последнего оборо-
У некоторых глобигерин наблюдается неправильное закручивание спи-
ии, асимметричное расположение камер и другие внешние уродства,
горые часто затрудняют точное видовое определение.

Наличие отмеченных морфологических изменений раковинок у бентон-
х фораминифер мы склонны объяснить тем, что в начале тарханского века
ловия бассейна на данном
астке были не вполне благо-
иятны для жизни этих орга-
змов. Характер осадков, чере-
вание глин майкопского типа
карбонатных глин в относи-
льно глубоководной фации
жней части тархана указыва-
на периодическое нарушение
рмального газового режима,
ем было связано заражение
ероводородом придонных вод
этих участках бассейна. Вместе
тим, вероятно, ухудшились так-
и другие условия, например
ловия питания, соотношение
ей и др. В периоды же осаж-
ия глин майкопского типа
дествование фораминифер ста-
лось невозможным; в этих отложениях никаких остатков фауны,
ме чешуи рыб, не обнаружено. В моменты, когда устанавливались
гоприятные для существования условия, дно снова заселялось разно-
азной фауной, и онтогенетическое развитие фораминифер протекало нор-
льно; но как только эти условия нарушались, у некоторых особей ход
вития более или менее отклонялся от нормального пути, что выражалось
формировании аномальных камер, в нарушении обычного направления
та раковинки, в исчезновении скульптурных образований, в измельча-
раковинок и т. д.

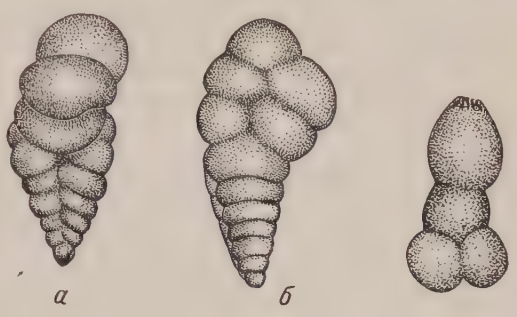


Рис. 3 Рис. 4

Рис. 3. Bolivina sp. Особь с нарушением направления роста раковинки (*а* — вид сбоку, *б* — вид с периферического края).

Рис. 4. Nodosaria tarchanensis Chutz. Особь с двурядным расположением начальных камер

Послойный анализ комплексов фораминифер из отложений указанных
т свидетельствует о неоднократном изменении условий существования
дне этих участков бассейна. Периоды ухудшения газового режима бы-
вероятно, непродолжительными, а площади сероводородного зараже-
— ограниченными.

Состав фауны моллюсков этих участков: Leda fragilis Chem., L. te-
valva Andrus., Cardium liverovskayae Merkl., Abra parabilis (Zhinzh.),
. afflicta Merkl., Saxicava arctica L., Aloidis gibba (Olivi) и др. — также
тверждает наличие колебания газового режима в придонных частях
сейна, потому что представители Leda и Abra, как на это указывают
Ш. Давиташвили (2) и Р. Л. Мерклин (4), являются показателями ухудше-
газового режима. О том, что газообмен был нарушен, можно судить также
малочисленности находок кардиид и пектинид, для существования кото-
требовалась систематическая аэрация придонных вод. Весь комплекс
ны моллюсков из этих отложений характеризуется также мелкорослo-
о и тонкостенностью.

Причины, которые могли вызвать аномалии раковинок глобигерин,
а для нас еще не совсем ясны; одной из возможных причин является

сезонное колебание солености верхнего слоя воды в зависимости от посту ления пресных вод.

В тех случаях, когда аномальные камеры как бентонных, так и план тонных форм встречаются у зрелых, закончивших рост особей, их развит можно объяснить также запаздыванием стадии размножения, как об эт писал О. Окропиридзе в отношении дополнительных камер глобигерин (

Совместное нахождение аномальных форм с нормально развитыми ос бями из глубоководных отложений тарханского горизонта, по всей вероя ности, объясняется тем, что не все особи одинаково чувствительны к нар шениям нормальных условий существования, и в зависимости от степе их нарушения может возникать то меньшее, то большее количество ав мальных форм, что наблюдается и в современной фауне. В других част тарханского бассейна, где экологические условия были более устойчивы и где, вероятно, вертикальным перемещением вод обеспечивалось обилы количество пищи для донных организмов, каких-либо нарушений нормал ного хода развития у фораминифер мы не наблюдали.

Случаи аномального строения раковинок, вызванные, главным образо нарушением нормальных условий питания, температурного режима, газ обмена и других факторов, среди современных фораминифер отмечают в работах Е. Майерса (5) и Е. Болтовского (1).

Относительно современных Elphidium crispum Майерс говорит, что н личество формирующихся камер связано с продолжительностью период в течение которого организм получает достаточное для роста количест пищи. Там, где питание нарушается из-за неблагоприятных условий, фор раковинки E. crispum изменяется в связи со скоростью роста. В результа этого иногда наблюдается резкое колебание ширины камер, и у раков образуется неровный киль. Майерс также отмечает, что когда рост зам ляется, раковинки становятся толще и округлее.

Аналогичные изменения наблюдаются также на нонионидах и болив нах из нашего материала (рис. 1 и 3).

Е. Болтовской (1), изучавший современных фораминифер из северной сти шельфа Патагонии, отмечает, что они характеризуются чертами уг тенности: малочисленностью видов и особей, мелкорослостью раковин и слабой скульптурой. У некоторых представителей нонионид и лагенид этой фауны наблюдается тенденция к асимметричному развитию раков Указанные особенности автор рассматривает как результат недостаточн питания.

Отмеченные нами морфологические изменения раковинок фораминиф были связаны с частыми колебаниями биономических условий глубоких стей бассейна в начале тархана; эти колебания, очевидно, вызывались т тоническими явлениями, которые на Кавказе происходили на границе ол гоцена и миоцена. В связи с горообразовательными движениями рель дна тарханского бассейна, вероятно, испытывал различные изменения, вс ствие чего временами нарушалась вертикальная циркуляция вод.

Сектор палеобиологии
Академии наук ГрузССР

Поступило
20 XII 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] E. Boltovskoy, Palaeontol. Zs., 28, № 3/4, 204 (1954). [2] Л. Ш. Давит швили, Вестн. Гос. музея Грузии, 20, А. (1943). [3] О. И. Джанелидзе, Сбо тр. Инст. геол. и минер. АН ГрузССР, 387 (1951). [4] Р. Л. Мерклин, Тр. Палеонт инст. АН СССР, 28, 1 (1950). [5] E. Myers, Proc. Am. Phil. Soc., 86, № 3 (194 [6] О. Окропиридзе, ДАН, 106, № 2, 338 (1956).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

ПАЛЕОНТОЛОГИЯ

В. Я. ДИДКОВСКИЙ

НОВОМ ПРЕДСТАВИТЕЛЕ СЕМЕЙСТВА MILIOLIDAE—TORTONELLA BONDARTSCHUKI GEN. ET SP. NOV. ИЗ ТОРТОНСКИХ ОТЛОЖЕНИЙ УССР

(Представлено академиком Н. М. Страховым 23 XI 1956)

В процессе макропалеонтологического изучения тортонских отложений которых районов Хмельницкой и Тернопольской областей нами были наружены ранее неизвестные своеобразные представители милиолид и делены в новый род Tortonella.

Представители этого рода по расположению камер наружных оборотов еют сходство с представителями рода Spiroloculina, отличаясь от них еобразным и сложным строением ья, неизвестным для сем. Miliolie. Как известно, род Spiroloculina всем его разнообразии подчинен зану нарастания камер, имеющих ти одинаковую ширину и толщину всей их длине в одной плоскости под лом 180°, и имеет в устьевой части н простой или двураздельный зуб. довая принадлежность отдельных ом спиролокулин определяется чно формой и внешней скульптурой мер, формой устья и зуба, которые раняются в общих чертах на различных стадиях онтогенетического разгия. Признаки эти постоянны для вида и колеблются в незначительных пределах, определяя их индивидуальную изменчивость.

Рис. 1. Схема внутреннего расположения камер Tortonella. 48×

. 2. Схема онтогенетического развития устья Tortonella. 55×

Представители рода Tortonella, имея, как отмечалось уже выше, лишь кажущееся сходство со спиролокулинами по расположению камер наружных оборотов, существенно отличаются от них формой устья, послужившей основным критерием для выделения описываемого рода. Эти отличительные черты прослежены на большом фактическом материале, полученном при изучении различных стадий онтогенеза, для данного рода являются постоянными и достаточно закрепленными. Они отчетливо выделяют представителей описываемого да из числа других родов, находящихся с ним в родственной связи. Ниже приводим диагноз нового рода.

Заказ 1342

Tortonella gen nov.

Генотип Tortonella bondartschuki sp. nov. верхний тортон УССР.

Описание. Раковина спирально плоскостная, эволютная с дв камерами в обороте, вогнутая с боковых сторон за счет последовательн расширения камер наружных оборотов. Спирально-плоскостное нараста камер следует после 3—4 камер начальной стадии, свернутых клубкообр но по типу квинквелокулина. Устье сложное, сетчатое; состоит из одн центрального округлого и тырех периферических окр ло-удлиненных отверс Стенка известковая, гладк иногда шероховатая, непро денная.

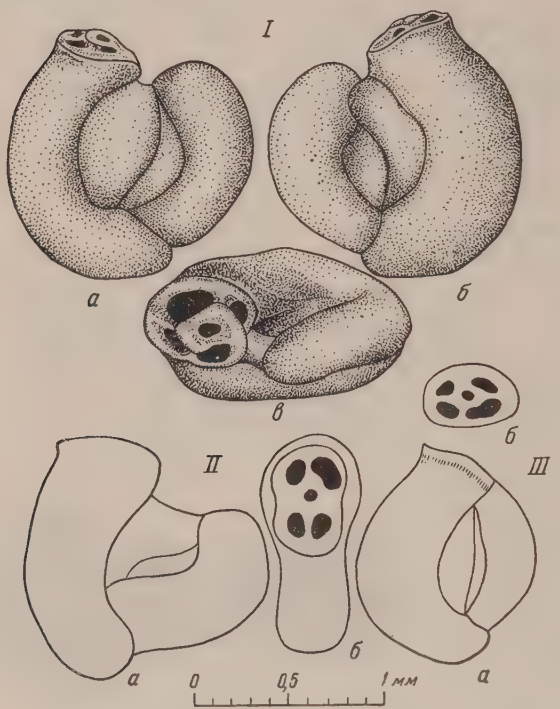


Рис. 3. *I* — Tortonella bondartschuki sp. nov., голотип (*а*, *б* — вид с боковых сторон, *в* — вид с устьевой стороны). *II* — Tortonella bondarschuki sp. nov., форма с раструбообразным устьем и флинтиновым расположением последних камер (*а* — вид с боковой стороны, *б* — вид с устьевой стороны). *III* — Tortonella bondartschuki sp. nov. молодая форма (*а* — вид с боковой стороны, *б* — вид с устьевой стороны

Распространен Представители рода извес в настоящее время тольк песчаных отложений верхн тортона западных обла УССР, содержащих обиль фауну моллюсков, форами фер, остракод и др.

Генетические в имоотношения близкими рода Своеобразный род Torton несомненно возник из Mi lina, достигшего в верхне тонское время пышного цвета и давшего множе различных видов и разно ностей. Возникновение и ф мирование рода Torton шло по пути перехода на ней стадии развития после 5 камер, свернутых клубк разно по типу квинквел лина (рис. 1) с простым зу (рис. 2, *ж*) от Miliolina к roloculina нарастанием по дующих камер в одной п кости под углом 180°. О временно со спиролокул вым нарастанием камер усложняется устье, что выражается в появле на его противоположной периферической части второго простого з (рис, 2, *е*, *д*, *г*), затем в расщеплении их концов на двураздельные (рис. *д*) и соединении периферических концов с боковой стенкой устья (рис Устье с 5 отверстиями наблюдается лишь в 2—3 последних камера Сложное сетчатое устье у представителей описываемого рода не позво относить их ни к роду Spiroloculina, у которых простой или двураздель зуб в процессе онтогенетического развития не претерпевает замет изменений, ни к Hauerina.

Раковины Tortonella внешне весьма сходны с представителями род Miliolina (рис. 5, *а*, молодая особь) и Spiroloculina (рис. 3, *а*, *б*).

Представители Miliolina tricarinata (Orb.), у которых два зуба при вст

* Аналогичный процесс усложнения устья у милиолин, из которых возник Hauerina, приведен в работе М. Я. Серовой (2).

м соединении не образуют боковых прикреплений со стенкой устья и кото-е сохранили милиолиновое строение раковин, являются, как нам думается, омежуточными формами между родом Miliolina и Tortonella. Однако не ключена возможность, что они являются самостоятельной ветвью в раз-тии милиолид и родовая принадлежность их к Miliolina потребует пере-отра.

Диагностические признаки раковин. Главней-м диагностическим признаком является форма устья и не вполне спиро-кулиновое расположение камер, которое у взрослых и старческих форм реходит во флинтиновое (рис. 4, *а*).

Tortonella bondartschuki sp. nov. *

Голотип № 176/н, коллекция Института геологических наук АН ССР, верхний тортон, Варивцы, Хмельницкой области УССР.

Описание. Раковина широко-овальная, несколько сплющенная с ковых сторон, слегка вогнутая в основании широко-округлая, у устье-го конца вытянута в короткое, но достаточное широкое горлышко. Длина чти равна ширине. Периферический край широко-овальный. Снаружи дно 4 камеры. Камеры трубчатые, достаточно широкие, удлиненные, огнутые и значительно объемлющие. Последние камеры у основания егка вздутые, более изогнутые, несколько суживающиеся к устью и метно выпрямляющиеся вдоль оси раковины. Устьевая часть камеры тянута в небольшое горлышко с хорошо выраженным отвернутым ворот-чком, заканчивающаяся устьем. Швы отчетливые, слегка углубленные.

Устье прямое, сложное, состоящее из пяти отверстий, выступающих над верхностью устья в крестообразной крышке, являющейся сложной моди-кацией зубного аппарата, развитие которого показано на рис. 2, *а*, *б*. енка фарфоровидная, гладкая, иногда слабо шероховатая.

Размеры: длина 1,2—1,4 мм, ширина 1,1—1,3 мм, толщина 0,6—0,8 мм.

Внутреннее строение. Среди имеющихся экземпляров на-людаются только микросферические особи, у которых вокруг начальной меры образован милиолиновый клубок из трех камер по типу квинквело-лина, после чего следует спиролокулиновое расположение обычно 4—5 мер (рис. 1).

Изменчивость. Наиболее варьирующими признаками являются: менение формы устьевого конца камер от суженного до раструбообразного расположение последних камер от спиролокулинового до флинтинового.

Сравнение. Виды, близкие к описываемому, автору неизвестны.

Распространение. Разнозернистые пески верхнего тортона одолии.

Институт геологических наук
Академии наук УССР

Поступило
2 II 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] А. К. Богданович, Тр. ВНИГРИ, 64, (1952). [2] М. Я. Серова, Бюлл. ОИП, сер. геол., 28, 2 (1953). [3] I. A. Cushman, Foraminifera their Classification and conomic Use, Cambridge, 1950.

* Вид назван в честь действительного члена Академии наук УССР В. Г. Бондарчука, святившего более 30 лет изучению геологии Украины.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

ГИСТОЛОГИ

З. П. ЖЕМКОВА

ГИСТОЛОГИЧЕСКОЕ СТРОЕНИЕ ТРОФОБЛАСТА ГЛАДКОГО ХОРИОН У ЧЕЛОВЕКА

(Представлено академиком Н. Н. Аничковым 10 I 1956)

В старой литературе можно встретить краткие указания, что гладк хорион человека сохраняет свой эпителиальный покров до конца береме ности ([1–5]). По данным более поздних авторов ([6–9]), он полностью исчеза с поверхности гладкого хориона в течение первой половины беременнос Во второй ее половине гладкий хорион не имеет ни ворсин, ни эпителиал ного покрова.

Настоящее исследование было предпринято для решения вопроса, храняется ли трофобласт на поверхности гладкого хориона человека второй половине беременности и, если сохраняется, каково его строен и функциональное значение. Эта работа естественным образом вытека из предыдущих исследований плаценты ([10–12]).

Материал, на котором удалось изучить наряду с плацентой и гладк хорион, был получен от 15 плодов и относился к разным срокам второй п ловины беременности (19, 20, 24, 26, 34 и 40 недель). Гладкий хорион бы обработан разными гистологическими методами (фиксация формалино окраска гематоксилин-эозином, азур-эозином, железным гематоксилино по Гейденгайну, по Маллори и по Футу). Часть материала была исслед вана при помощи гистохимической методики Браше для выявления риб нуклеиновой кислоты.

Во второй половине беременности, вследствие полного исчезновен капсулярной децидуа, гладкий хорион на всем протяжении срастается стенкой матки. Соединительнотканная основа гладкого хориона и амнио непосредственно прилежат друг к другу. Та и другая во внеплацента ных частях не содержат сосудов зародыша.

Трофобласт хориальной пластинки, состоящий из клеточного и плазм диального слоев, на периферии плаценты при переходе на гладкий хорис изменяет свое строение. В области гладкого хориона он уже не омывает материнской кровью; а соединяется с децидуальной оболочкой матки Плазмодиальный слой здесь исчезает, а клеточный сохраняется и превр щается в своеобразный многослойный пласт. На гистологических среза он имеет вид полоски, заключенной между соединительнотканной часть хориона и децидуальной оболочкой матки. Связь между ними настольк прочна, что во время родов отделение плодных оболочек происходит не в об ласти их соединения с материнскими тканями, а вместе с последними.

Клеточный трофобласт гладкого хориона на всем протяжении срастает с децидуальной тканью. В некоторых местах он соединяется с узкой полоско компактного слоя и подходит близко к маточным криптам губчатого сло (рис. 1). В других участках гладкий хорион образует складки и погружает ся в массивный слой децидуальной ткани (рис. 2). В более отдаленных о плаценты частях матки трофобласт почти непосредственно граничит с е мускулатурой. В децидуальной ткани, у места ее соединения с трофобластом скопляются лейкоциты.

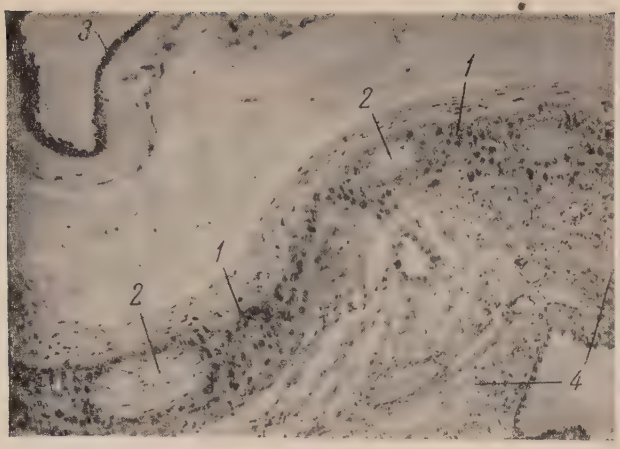


Рис. 1. Гладкий хорион (беременность 26 недель): *1* — слой клеточного трофобласта, *2*— стволы измененных ворсин, *3* — амнион, *4* — децидуальная оболочка матки. Ок. 5, об. 20 ×

Рис. 2

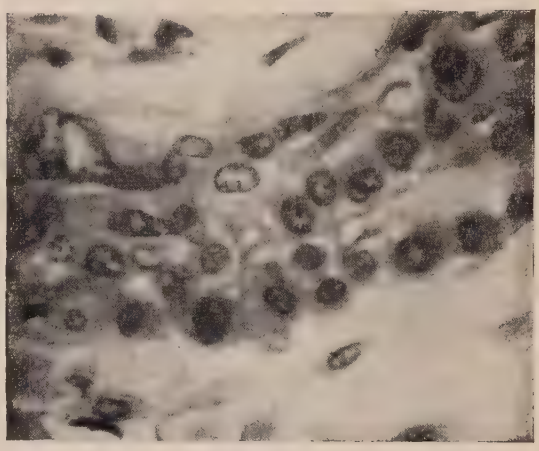


Рис. 3

Рис. 2. Гладкий хорион (беременность 20 недель); *1* — многослойный клеточный трофобласт, *2* — децидуальная ткань, *3* — стволы измененных ворсин, *4* — амнион. Ок. 5, об. 3×
Рис. 3. Гладкий хорион (беременность 34 недели). В клеточном трофобласте встречаются элементы с гигантскими ядрами. Видны амитотические перешнуровки ядер. Ок. 10, об. 40×

В многослойном клеточном пласте гладкого хориона встречаются округ-
е соединительнотканные образования разной величины, разбросанные без
димого порядка (рис. 1 и 2). На некоторых срезах оказалось возможным
ледить их непосредственную связь с подлежащей соединительной
анью хориона и тем самым убедиться в том, что они являются разрезами
олов измененных ворсин.

По своему строению клеточный трофобласт гладкого хориона — много-
йный, но количество слоев в его разных участках неодинаково. Эта
огослойность трофобласта часто имеет вид неправильных клеточных на-
оможений. Клетки трофобласта отличаются большим полиморфизмом. Их
личина и форма весьма разнообразны. Большая часть клеток содержит
одному ядру, но нередко встречаются двух-трехъядерные элементы. По-
даются и клетки с гигантскими ядрами (рис. 3). Большая часть ядер хо-
шо окрашивается, многие из них имеют вдавливания и перешнуровки.
итозы встречаются редко. Цитоплазма многих клеток вакуолизирована и
падает заметной базофилией, зависящей от наличия рибонуклеопротеидов.
разования плазмодия или многоядерных симпластов не наблюдается.
многих препаратах можно видеть, как от поверхности клеточного слоя,
аничащего с материнскими тканями, отделяются свободные элементы.
олируясь, они поодиночке или небольшими группами, по две-три клетки,
оникают на различную глубину в толщу децидуальной ткани. По мере
его удаления от клеточного пласта они приобретают более крупные раз-
ры. Базофилия цитоплазмы изолированных клеток выражена сильнее,
м у элементов, находящихся еще в составе пласта. Благодаря миграции
дельных элементов в прилежащую децидуальную ткань наружная поверх-
сть клеточного трофобласта нерезко отграничена от материнских тканей.
сокое содержание рибонуклеопротеидов в цитоплазме клеток трофо-
аста позволяет их отличать от децидуальных элементов. Подобное
роение клеточный трофобласт гладкого хориона сохраняет на всех изу-
нных стадиях беременности, причем интенсивность окраски ядер и цито-
азмы его элементов не снижается. В разных местах меняется только число
леточных слоев трофобласта и его изолированных свободных элементов
прилежащих материнских тканях. Интенсивность миграции и глубина,
которую проникают клетки трофобласта в децидуальную ткань, зависят
состояния последней. Там, где материнские ткани заметно не изменяются,
етки трофобласта приходят с ними лишь в тесное соприкосновение. Если
децидуальная оболочка находится в состоянии отека, некробиоза или
евращается в фибриноид, клетки трофобласта проникают в нее на более
и менее значительную глубину.

Таким образом, в плодном пузыре человек, в противоположность тому,
о имеет место у некоторых грызунов([11],[12]), клеточный трофобласт существует
поверхности гладкого хориона до конца беременности в виде вполне
знеспособного многослойного пласта. Здесь, как и на концах ворсин
лаценте, он осуществляет связь с прилежащими материнскими тканями.
ления пролиферации, наблюдаемые в многослойном клеточном трофо-
асте гладкого хориона, и способность его элементов к активному продви-
нию в подлежащие материнские ткани делают вероятным предположение,
о они ассимилируют эти ткани и участвуют в гистотрофном питании
риона, а при его посредстве и зародыша. Исчезновение капсулярной
цидуа, повидимому, происходит не только от механических причин (растя-
ние, давление и т. п.), но и при активном участии внеплацентарного
фобласта, покрывающего гладкий хорион.

Итак, при развитии зародыша человека трофобласт существует на всей
верхности плодного пузыря до конца беременности. Он входит в состав
аценты ворсинкового типа и образует клеточный слой на поверхности
дкого хориона, который с одной стороны соединяется со стенкой матки,
другой — с эмбриональной соединительной тканью, граничащей с ам-

нионом. Можно сделать предположение, что в плодном пузыре челове
существует особая система: трофобласт — амнион, так как последние мо
фологически и функционально тесно связаны друг с другом.

Институт экспериментальной медицины
Академии медицинских наук СССР

Поступило
2 I 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] В. Д. Гейнтце, Диссертация, СПб, 1875. [2] Th. Langhans, Arch. f. Anat. Physiol., Anat. Abt., 188, (1877). [3] Н. Кащенко, Arch. f. Anat. u. Physiol., Ana Abt., 450 (1885). [4] В. Н. Великий, В кн. Основания к изучению микроскопическ анатомии человека и животных, под ред. М. Д. Лавдовского и Ф. В. Овсяникова, СПб, 1888. [5] Ch. Minot, Anat. Anz., **5**, № 22, 639 (1890). [6] A. Mayer, Arch. f. Gynäko **137**, 1 (1929). [7] A. Fischel, Lehrbuch der Entwicklung des Menschen, Wien—Berli **1**, 1929. S. 19—276. [8] R. Schröder, Handb. d. mikroskop. Anat. d Menschen, **7**, 1, Harn. u. Geschlechtsapparat, Berlin, 1930. [9] V. Patzel Histologie, Lehrbuch für Mediziner, Wien, 1946. [10] З. П. Жемкова, Бюлл. Эксп. био и мед., № 6, 44 (1953). [11] З. П. Жемкова, ДАН, **90**, № 4, 633 (1953). [12] З. П. Жем кова, ДАН, **106**, № 3, 541 (1956).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

ГИСТОЛОГИЯ

А. А. ЗАВАРЗИН

К ВОПРОСУ О ГИСТОГЕНЕЗЕ СЕМЕВЫНОСЯЩИХ ПУТЕЙ МЛЕКОПИТАЮЩИХ И ЧЕЛОВЕКА

(Представлено академиком Н. Н. Аничковым 24 XII 1956)

В литературе по гистогенезу семевыносящих путей имеются большие ротиворечия относительно источников развития их эпителиальной выстил- (1,2). Эти противоречия в значительной мере объясняются совершенно не-статочным исследованием сложных процессов превращения и перестроек каней в ходе эмбрионального гистогенеза семевыносящих путей.

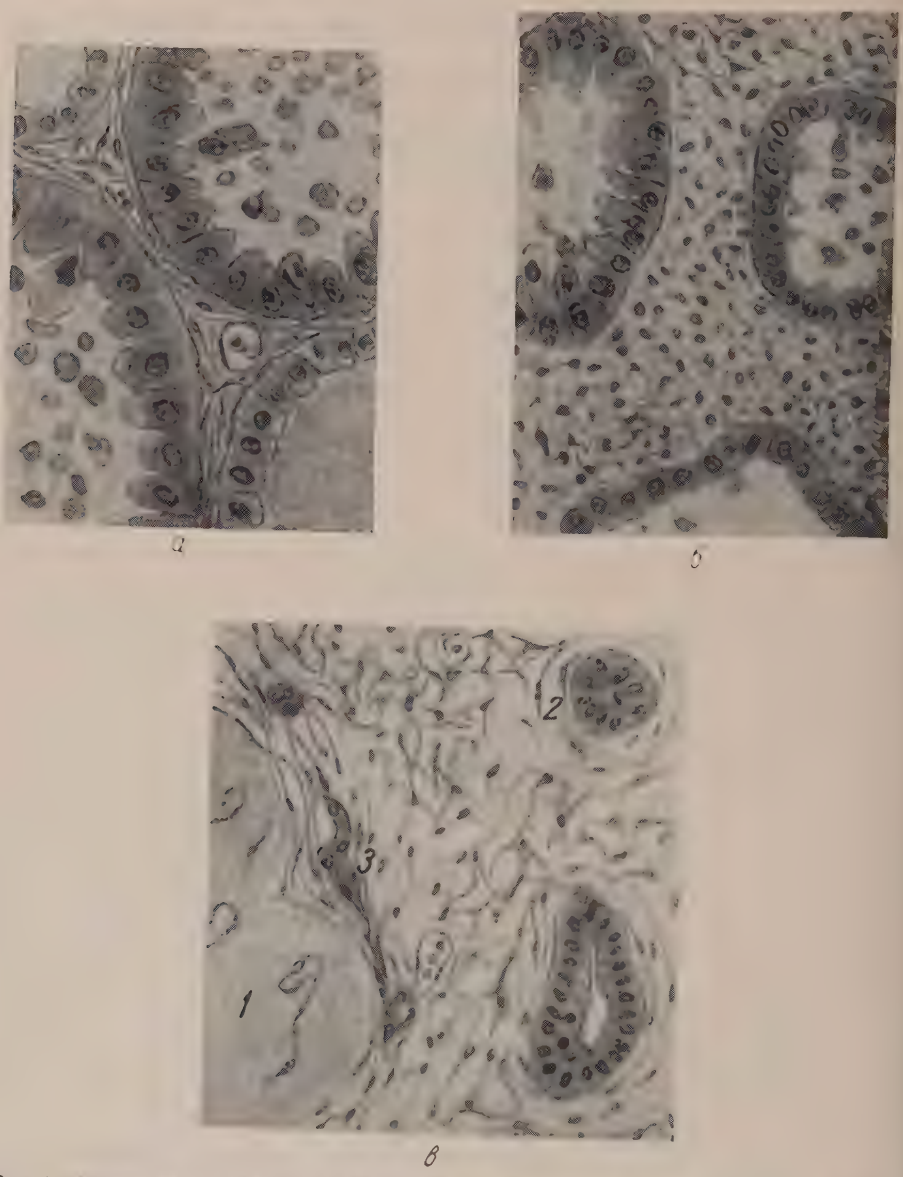
Наиболее удобным для гистологического изучения изменений на ранних апах гистогенеза оказался материал по развитию семевыносящих путей виньи. Последующее развитие удобнее оказалось изучить на человеческом атериале.

На стадии 1,5 мес. первичная почка зародыша свиньи достигает макси-ального развития и представляет собой значительный по объему орган. медиальной его части отчетливо выделяются крупные, характерные для брионального выделительного органа, мальпигиевы тельца; сильно из-тые, большого диаметра, мочевые канальцы плотно прилежат друг к дру- и составляют остальную наиболее значительную часть первичной почки.

Анализ гистологического строения органа в рассматриваемый период азвития показывает далеко заходящую функциональную дифференцировк составляющих его тканей. Такую дифференцировку можно продемонстрировать на примере эпителиальной выстилки мочевых канальцев, попе-чные разрезы различных участков которых представлены на рис. 1*а*. Эпите-иальные клетки, образующие выстилку канальцев, имеют дифференци-ованный вид. В различных участках канальцев они отличаются по своему орфологическому характеру, напоминая те отношения, которые имеются взрослой почке. В межканальцевой мезенхиме и мезенхиме, образующей енки канальцев, слабо развито межклеточное вещество и имеется большое оличество кровеносных сосудов. Не менее отчетливо проявляется функцио-альная дифференцировка в строении мальпигиевых телец и вольфова ротока. Последний достигает большого диаметра, выстлан однослойным изматическим эпителием, с толстой, отчетливо выделяющейся на препа-атах базальной мембраной. Фукциональная дифференцировка во всех от-елах первичной почки охватывает, по-видимому, не одно поколение клеток, оскольку в просвете удавалось постоянно наблюдать слущенные отмирающие клетки. Пополнение убыли клеток в пласте осуществляется за счет их итотического размножения. Наличие между листками капсулы нефронов в просвете мочевых канальцев и вольфова протока капелек экскрета сви-етельствует о том, что дифференцировка в тканях первичной почки обусло-лена не только филогенетическим развитием, но и имеет, по-видимому, ункциональное значение.

К стадии 2 мес. в первичной почке начинают происходить сложные про-ессы, которые удобнее продемонстрировать на примере мочевых канальцев ис. 1, *б*).

Здесь изображены поперечные разрезы канальцев соответствующих ра
смотренным выше участкам нефронов первичной почки. Диаметр каналь
к стадии 2 мес. резко уменьшается. В эпителии наблюдается неправильн
расположение клеток, образующих местами два-три слоя. От апикальн
поверхности некоторых клеток отрываются в просвет кусочки цитоплазм



а *б* *в*

Рис. 1. Участок первичной почки зародышей свиньи разных возрастов: *а* — 1,5 мес., *б* — 2 мес., *в* — 2,5 мес.; *1* — остаток капиллярного клубочка, *2* — эпителиальные тяжи и трубочки, образующиеся из начальных отделов нефрона, *3* — эпителиальные разрастания из наружного листка капсулы нефрона

Клетки при этом становятся значительно ниже. Увеличивается базофилия их цитоплазмы. Вначале все сложно дифференцированные клетки эпителия мочевых канальцев становятся на путь рассмотренных выше изменений. В дальнейшем часть клеток подвергается дегенерации. В сохранившихся клетках указанные изменения развиваются дальше. Клетки резко умень-

ся, утрачивают все признаки функциональной дифференцировки и ретают индифферентный характер.

строгом соответствии и синхронно с изменениями в эпителии происхо- зменения и в межканальцевой мезенхиме (рис. 1 *б*). Сосудов становится ше. Количество мезенхимных клеток и толщина прослоек резко уве- аются. Наблюдается интенсивная инфильтрация соединительной тка- мфоцитами. На более поздних стадиях начинают преобладать пролифе- ные процессы. На рис. 1, *в* изображен участок первичной почки, на и 2,5 мес. К этому времени на месте бывших капиллярных клубочков разуются значительные массы дегенерирующих тканевых элементов, которых встречаются еще жизнеспособные фибробласты и эндотели- ые клетки капилляров.

личие дегенеративных процессов от обычной патологической некро- ии заключается здесь в значительной растянутости их во времени. Во- таких образований мезенхимные клетки приобретают правильное рас- жение, образуя своеобразную капсулу.

ежканальцевая соединительная ткань имеет вид молодой фибробла- ской ткани. Мочевые канальцы, по сравнению с предыдущей стадией ис. 1, *б*), еще несколько уменьшаются в диаметре. Наряду со старыми троившимися канальцами на рассматриваемой стадии имеются и но- азованные структуры. Они возникают путем разрастания начальных й нефронов и вначале имеют вид эпителиальных тяжей в толще соеди- ьной ткани. Характерной особенностью этих образований является го с самого момента возникновения они находятся в тесных взаимоот- ниях с прилегающими участками соединительной ткани. Проявлением взаимоотношений, как это, в частности, видно и на примере новообр- анной структуры, изображенной на рис. 1, *в*, *2*, является закономерная ктировка фибробластов вокруг врастающего в соединительную ткань лиального тяжа и правильное расположение в тяже клеток.

роме таких новообразованных органотипических структур, на стадии ес. происходят пролиферативные разрастания эпителия и несколько го характера (рис. 1, *в*, *3*). Эти разрастания находятся в фибро- ической капсуле, образованной вокруг остатков капиллярного клу- , и представляют собой эпителиальные тяжи и трубочки неправильной ы. Особенностью этих структур является беспорядочное расположение эпителиальных клеток и отсутствие здесь закономерной ориентировки областов. Эти структуры образуются из наружного листка капсулы она в период максимального развития в органе, и в частности в соеди- ьной ткани, пролиферативных процессов.

альнейшее развитие было изучено на человеческом материале. Следую- индифферентный период развития органа продолжается у человека о 5,5 мес. внутриутробной жизни. В этот период происходят интенсив- роцессы роста семевыносящих путей в длину.

тличия в гистологическом строении эпителиальной выстилки исследо- ых участков семевыносящих путей начинают появляться лишь после ес. В эпителии краниальных участков семеневыносящих канальцев на и 6—7 мес. эмбриональной жизни имеются дифференцированные рес- ые и секреторные клетки, а в просвете канальцев — капельки секре- ходе дальнейшего развития меняется соотношение, строение и размеры дифференцированных форм в пласте. Замена одной генерации диффе- ированных клеток другой более совершенной происходит через опреде- ые промежутки времени и связана с существенными изменениями тв эпителиального пласта в целом. Об этом свидетельствует обнару- ое в эпителии семевыносящих канальцев двухлетнего ребенка большое ество расположенных вторым слоем дегенерирующих, выпадающих освет эпителиальных клеток.

краниальных участках протока придатка на стадии 7 мес. начинают яться единичные секреторные ресничные клетки. Однако функцио-

нальная дифференцировка эпителия протока придатка в направлении
ничных и секреторных элементов не получает дальнейшего развития и в
ре сменяется дифференцировкой другого характера. Эпителий станов
высокопризматическим с базальным положением овальных ядер. Кле
составляющие эпителиальный пласт, морфологически однородны с ха
терными протоплазматическими выростами на апикальной поверхно
Такая дифференцировка вначале имеет место в каудальных участках
тока и затем распространяется в краниальном направлении. Одним из
щественных моментов в дальнейшем развитии эпителиальной высти
протока придатка являются перестройки однослойного эпителия в двух
ный с выделением в пласте характерных для этого эпителия базальных
ток. Этот процесс протекает в сравнительно непродолжительный пер
развития органа у детей 2,5—3 лет. Он связан с дегенерацией части
ток и активными интенсивными перемещениями в вертикальном напра
нии клеточных элементов в пласте, сопровождаемыми обильной лимф
ной инфильтрацией пласта.

Проведенное исследование позволило несколько углубить наши зна
по гистогенезу семевыносящих путей. Особенностью этого органа явля
смена им выделительной функции на функцию своеобразной железы и пр
дящего аппарата для сперматозоидов.

Изучение гистологического строения первичной почки свиньи, пока
шее сложную и далеко заходящую дифференцировку его тканей, не по
ляет полностью согласиться с Феликсом (2), трактующим эту дифферен
ровку лишь как рекапитуляцию филогенеза органа. Анализ гистологичес
картин в период перестройки первичной почки в зачаток семевыносящих
тей позволил подойти к выяснению механизма сложных процессов, пр
ходящих в эпителии нефронов первичной почки. Эти данные, помимо
циального интереса, имеют и более общее значение, как пример вес
резко выраженной пластичности даже высокодифференцированных тка

Исследование гистогенеза семевыносящих канальцев и протока п
датка не дало убедительных данных в пользу имеющихся в литературе пр
положений об эктодермальном происхождении их эпителиальной выст
ки (1, 3, 4).

Первый Ленинградский медицинский институт
им. И. П. Павлова

Поступило
22 XI 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1 J. Kollmann, Lehrbuch der Entwicklungsgeschichte des Menschen, 1898. 2
Felix, Handbuch der Entwicklungsgeschichte des Menschen, 1911. 3 Н. Г. Хлоп
Общебиологические и экспериментальные основы гистологии, 1946. 4 А. Г. Бабк
Изменения эпителия семевыносящих путей придатка яичка при воспалении, Диссерта
1952.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

ГИСТОЛОГИЯ

В. П. КУРКОВСКИЙ

ВОПРОСУ О ПАТОЛОГИЧЕСКИХ ИЗМЕНЕНИЯХ ИНТЕРОЦЕПТОРОВ УСТИЙ ПОЛЫХ ВЕН

(*Представлено академиком Л. А. Орбели 10 I 1957*)

В последние годы в литературе опубликован ряд работ с описанием личных изменений, наступающих в чувствительных нервных окончаих устий полых вен ([1]) и легочных вен ([2]) при воздействии кислородной остаточности на организм животных.

Наши исследования ([3–5]) показали, что при высоких степенях кислородо голодания, вызванного понижением парциального давления кислорода вдыхаемом воздухе или же расстройствами кровообращения, происхосущественные морфологические изменения и в чувствительных (межвоночных) узлах. Таким образом, очевидно, изменения структуры реторов в этих условиях связаны с изменениями чувствительных нервных ток, выростами которых они в конечном счете являются.

Однако для правильной оценки патологии рецепторов важно знать, гда ли они имеют безупречную, эквивалентную норме структуру у норьных (контрольных) животных. Рассмотрению этого вопроса посвящена тоящая статья.

Производя несколько лет тому назад морфологические исследования тральной и периферической нервной системы животных, подвергавхся действию сил ускорения (перегрузок), мы использовали в качестве екта исследования кошек, часть которых (5 животных) при исследоии рецепторов устий полых вен служила контролем *. В дальнейшем, проверки наблюдений, полученных на этом контрольном материале, увеличили контрольную группу животных вдвое, и в настоящее время полагаем результатами, относящимися к 10 нормальным животным. Устья передней и задней полых вен у первой группы котов фиксировась 12% нейтральным формолом и импрегнировались серебром по Бильвскому—Грос, у второй партии те же сосуды импрегнировались по Ренну и по Кахалю (с алкоголь-хлоралгидрат-пиридиновой фиксацией). Результаты исследования оказались следующими. В стенках обеих ых вен мы обнаружили часть нервных волокон и чувствительных вных окончаний с совершенно отчетливыми и иногда довольно существными отклонениями от нормальной картины. Измененные волокна продили отдельно или в составе небольших нервных пучков. Чаще это были етерминальные разветвления, непосредственно переходящие в концевые иборы. По ходу подобных волокон наблюдались единичные или множественные веретенообразные утолщения, придающие им неровные контуры с. 1, *А*). Иногда эти утолщения представлялись весьма резкими и имели различной величины вздутий, связанных друг с другом более тонкими

* Опыты ставились на самцах. Мы избегали проводить исследования на самках, чтобы едомо исключить беременных животных, так как беременность, даже на ранних, внешне различимых стадиях, могла существенно осложнить течение экспериментов. Кроме того, некоторым данным, еще, впрочем, никем не подтвержденным, гормоны беременности сами себе вызывают существенные изменения в интероцепторах полых вен ([6]).

перемычками (рис. 1, *Б*). Большей частью деформированные волокна прегнировались серебром очень сильно, и в них не удавалось различ никаких структур. В других случаях с полной отчетливостью высту

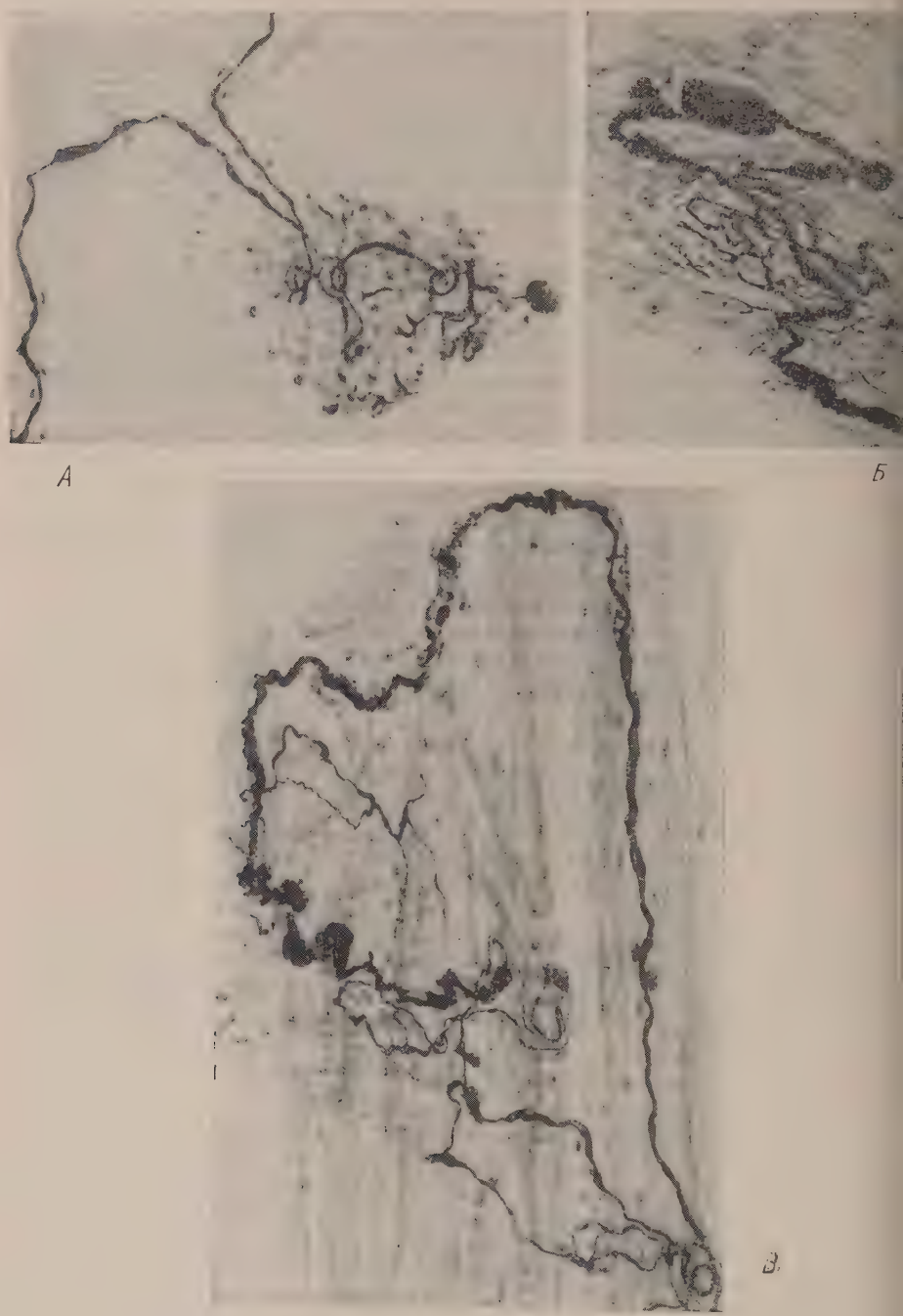


Рис. 1. Устье передней полой вены. Импрегнация по Бильшовскому — Грос. *А* — Ок. об. имм. 90×, *Б* и *В* — ок. 15, об. 40×. Объяснения см. в тексте

мякотная оболочка с перехватами Ранвье, но в некоторых участках была слущена или же, наоборот, резко и многократно утолщалась, давая волокну причудливые очертания. Иногда такие волокна заканч

большими мякотными шарами, в толще которых были видны остатки на. Наконец, иногда явно мякотное претерминальное волокно обна-ивало на своей поверхности множество своеобразных мелких выступов зуборин, расположенных друг подле друга и местами сменяющихся е значительными утолщениями (рис. 1, *В*).

Концевые приборы этих волокон, там где их можно было проследить препаратах, также были большей частью существенно изменены. В неко-х из них наблюдалась резкая гипертрофия концевых пуговок . 1, *А*), в других отмечались одиночные или множественные утолщения евых нитей (рис. 1, *В*), иногда встречались случаи полного распада твительных окончаний с лежащими свободно в ткани концевыми петлями татками прочих их составных частей. Реже изменения ограничивались ко претерминальными волокнами, еще не распространяясь на соответ-ющие окончания.

Значительные нарушения структуры претерминалий и концевых аппа-в были найдены нами в 3 случаях из первой партии котов и у 2 живот-из второй. Существенно отметить, что у всех этих животных измененные кна и окончания встречались одновременно с совершенно не изменен-и, причем это иногда наблюдалось даже на одних и тех же препаратах. Таким образом, не подлежит сомнению, что у нормальных животных торая часть нервных волокон и чувствительных окончаний, расположен-в стенках полых вен (а вероятно и в других органах), подвергается ее или менее резко выраженной дегенерации и что часть из них при погибает. Это явление становится понятным, если принять во внима-данные литературы ([7]) о том, что у нормальных животных в течение ни происходит дегенерация и гибель отдельных чувствительных нерв-клеток в различных чувствительных узлах (в ganglion nodosum блу-ющего нерва, в спинальных и других ганглиях). Подобные изменения ятся в связь с перенесенными в течение жизни заболеваниями, а также нкциональным изнашиванием и истощением соответствующих нервных ок. Разумеется, участь этих болеющих или погибающих чувствитель-нейронов должны неизбежно разделять и их концевые приборы, ика которых, как известно, находится в непосредственной зависимости стояния нервных клеток чувствительных узлов.

Полученные нами данные показывают, что в оценке патологии рецеп-в при различных вредных воздействиях на организм животных надо одить с известной осторожностью, так как в некоторых из них анало-ые изменения могут происходить независимо от этих воздействий. Что асается дегенерации интероцепторов полых вен под влиянием гормонов менности, то этот взгляд встречает существенные возражения, так как ные изменения в рецепторах были обнаружены нами у животных, торых подобные влияния заведомо исключены.

оенно-медицинская академия
им. С. М. Кирова

Поступило
5 I 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

Б. А. Долго-Сабуров, Врач. дело, № 10, (1950). [2] В. В. Куприянов, патол., № 2, (1953). [3] В. П. Курковский, Арх. патол., № 1 (1955). [4] В. П. ковский, А. М. Львовский, Тез. докл. Воен.-мед. акад. им. С. М. Кирова, [5] В. П. Курковский, А. Ф. Поликарпов, М. Н. Шинкарев, Бюлл. биол. и мед., № 9, (1956). [6] Б. А. Долго-Сабуров, Тез. докл. научн. сессии иол. отд. АН и АМН СССР в г. Рязани, 1951. [7] S. Ramón y Cajal, Degene- and regeneration of the nervous system, 1913 (англ. перев. 1928).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

ГИСТОЛО

А. Н. ЛИВЕН

К ВОПРОСУ О МОРФОЛОГИИ РЕЦЕПТОРОВ ПИЩЕВОДА ПТИ

(Представлено академиком К. М. Быковым 21 I 1957)

Наблюдения морфологов, физиологов и клиницистов свидетельст о разнообразии рецепторов внутренних органов, сигнализирующих состоянии в центральную нервную систему.

До настоящего времени еще недостаточно изучена чувствительная и вация ряда органов, в том числе различных отделов пищеварительного та позвоночных в филогенезе, в частности пищевода. В литературе им ся сведения о наличии в нем чувствительных нервных окончаний, гла образом у различных млекопитающих и человека. Из других позвоно чувствительные окончания обнару в пищеводе у земноводных, рыб и лоротых ([1–5]), но совершенно нет ний о наличии рецепторов в пищ рептилий и птиц.

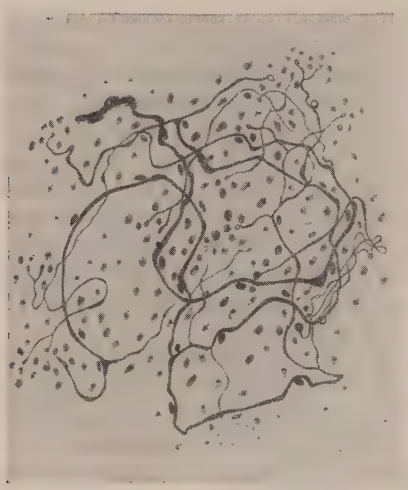


Рис. 1. Чувствительное окончание в мышечном слое верхней трети пищевода курицы, занимающее площадь в 36×32 μ. Окраска по Бильшовскому—Грос, 600×, репрод. 3 : 5

Объектом для наших исследо служили пищеводы домашней ку (Gallus domestica) в возрасте от 1 до 6 лет (всего 24 птицы).

Пищевод растягивался на па новой доске и фиксировался в нейтральном формалине. Из вер средней и нижней третей его, а так стенки зоба вырезались кусочки. костные срезы толщиною 60— приготавливались на замораживающ микротоме и серебрились по методу шовского — Грос, ядра окрашив кармином, препараты заключали бальзам.

По нашим наблюдениям, стенка вода курицы на всем его протяж снабжена окончаниями, которые рактеру своих ветвлений и по с толстыми мякотными волокнами быть отнесены к рецепторам.

Среди чувствительных окончаний стенки пищевода можно выдели вида окончаний: типа кустиков и типа клубочков.

Кустиковые формы окончаний различаются по степени слож своего строения и территориального распространения. Наряду со разветвленными, простыми кустиками, распространяющимися на не тельные расстояния, имеются более сложно устроенные кустики, вирующие большие территории. Вторая группа чувствительных окон представлена неинкапсулированными клубочками различной велич сложности строения.

Мышечная оболочка, на всем протяжении пищевода представленная кой мускулатурой, богаче снабжена чувствительными окончаниями, ос

ласти верхней трети пищеводной трубки. В мышечном слое в области
ней трети пищевода наблюдаются разнообразные чувствительные клу-
ки.

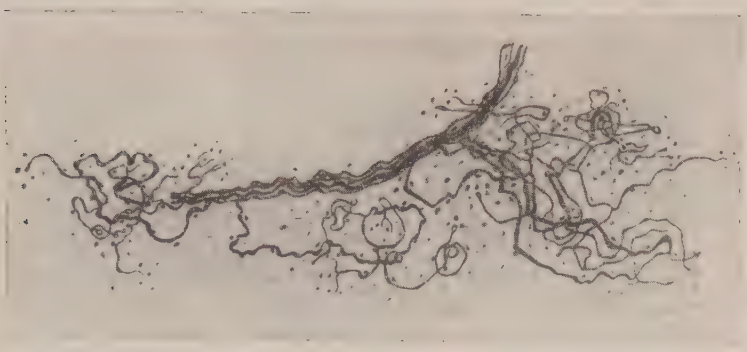


Рис. 2. Чувствительный прибор в мышечном слое верхней трети пищевода курицы, занимающий площадь в 489×225 μ. Окраска по Бильшовскому — Грос. 40×, репрод. 3 : 5

На рис. 1 изображен чувствительный клубочек довольно сложного строе- из верхней трети пищевода. Толстое мякотное волокно, лишившись лина, в сопровождении шванновских ядер, незначительно извиваясь и пе- летаясь, образует рыхлый бочек, внутри которого ветвляется на ограничен- количество веточек. По- дние, многократно делясь, нчиваются различными минальными структурами иде пуговок, петелек, ко- ек и сетевидных пласти- (различной формы и ве- ины) между ядрами специ- ных клеток, имеющими оение, сходное с ядрами анновских клеток. Это жное рецепторное образо- ие иннервирует площадь в × 32 μ.

На рис. 2 изображен чув- ительный прибор более жного строения из мышеч- оболочки верхней трети девода, состоящий из трех епторных образований иде клубочков различной ичины и сложности строе- . Толстое нервное волокно, тое шванновскими ядрами дущее в составе нервного ка, дает от себя последо- ельно три ответвления. 1-я нервная ветвь, слегка изгибаясь и перепле- сь, образует рыхлый клубочек размером в 225×135 μ, внутри которого, ветвляясь, оканчивается в виде разнообразных терминальных структур виде пуговок, петелек, сетчатых пластинок) между ядрами специальных

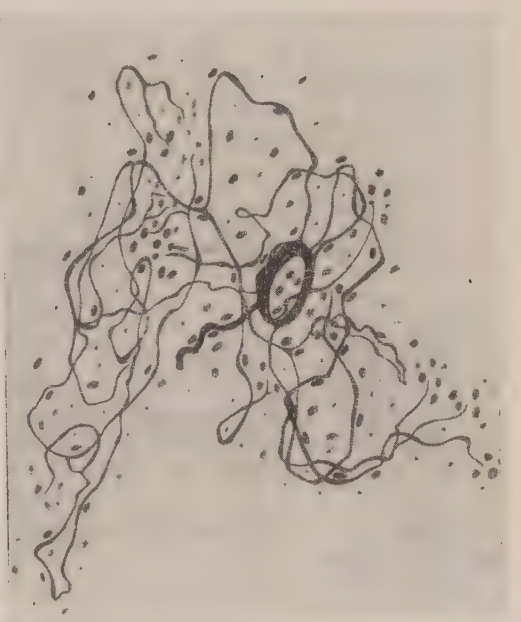


Рис. 3. Чувствительное окончание из мышечного слоя стенки зоба курицы, занимающее площадь в 35×42 μ. Окраска по Бильшовскому — Грос, 400×, репрод. 3 :5

клеток. 2-я нервная ветвь, несколько меньшей протяженности, обр
небольшой рыхлый клубочек размером в 105 × 69 μ, внутри которог
вится на меньшее число веточек. Последние, не выходя из клубочка,
чиваются, преимущественно в виде срезанных нитей, среди ядер спец
ных клеток. 3-я нервная ветвь образует рыхлый клубочек раз
в 135 × 90 μ.

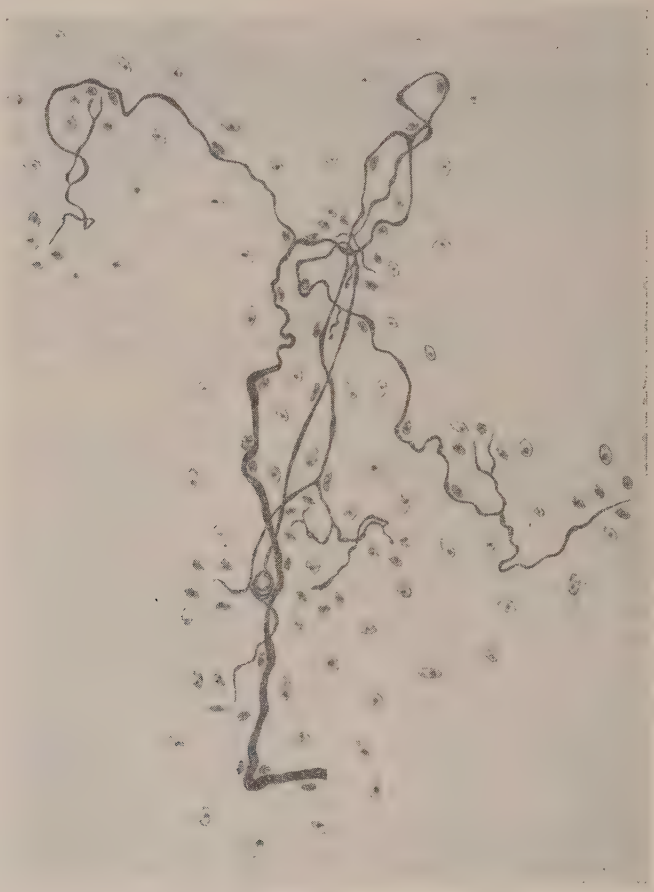


Рис. 4. Чувствительное окончание в мышечном слое нижней трети пищевода курицы, занимающее площадь в 45×42 μ. Окраска по Бильшовскому — Грос. 400×, репрод. 3 : 5.

В мышечной оболочке стенки зоба встречаются своеобразные, «ко
видной формы» рецепторы.

На рис. 3 изображен чувствительный аппарат из мышечного слоя
ки зоба. Толстое нервное волокно в сопровождении шванновских
незначительно извиваясь, дает рыхлый клубочек, внутри которого, пет
разно изгибаясь, образует нервный прибор кольцевидной формы, со
щий из значительного количества нервных волокон, довольно тесно п
жащих друг к другу. От этого нервного образования во все стороны от
нервные веточки. Последние, слегка извиваясь и переплетаясь, разветв
ся и оканчиваются в виде срезанных нитей, пуговок, петелек между яд
специальных клеток. Такой рецептор иннервирует площадь в 35 ×

На рис. 4 изображен чувствительный кустик из мышечного слоя ни
трети пищевода. Толстое нервное волокно, одетое шванновскими яд
слегка извиваясь и истончаясь, дихотомически разветвляется. 1-я не

ь, сравнительно короткая, дает немногочисленные концевые веточки, чивающиеся в виде срезанных нитей между ядрами специальных кле- 2-я нервная ветвь, имеющая бóльшую протяженность, значительно ваясь, многократно разветвляется на концевые веточки. Последние чиваются в виде различных терминальных структур среди ядер специ- ых клеток. Некоторые концевые ветвления по ходу волокна дают пет- бразные расширения или нервные образования округлой формы, в кото- нервные волокна располагаются на некотором расстоянии друг от дру- Этот чувствительный кустик иннервирует площадь в 45 × 42 μ.

Изучение нашего материала позволило выявить определенную законо- ность в распределении и в строении чувствительных окончаний по длине евода, а именно: в мышечной оболочке в области верхней трети пище- и частично в стенке зоба наблюдаются рецепторные аппараты, главным зом типа клубочков, а в средней и нижней трети пищевода — чувстви- ные окончания, преимущественно типа кустиков.

Такая неравномерность в распределении чувствительных приборов по не пищевода, с нашей точки зрения, может быть поставлена в зависи- ть от развития пищевода в филогенезе и его функционального назначе-

Сопоставляя морфологические исследования с данными физиологии о ствительности пищевода, можно предположить, что наблюдаемые нами ствительные клубочки, благодаря особенностям своего строения, чув- тельнее кустиков — по крайней мере к изменению механического дав- ия. Чувствительные же кустики, распространяющиеся на значительно ьшие расстояния, чем клубочки, по-видимому, воспринимают раздра- ие при растяжении стенки пищевода. Это предположение находит ерждение в физиологических исследованиях: при механическом растя- ии пищевода обнаруживается кратковременное, но значительное паде- кровяного давления и торможение дыхания. Химическое же раздра- ие пищевода не всегда вызывает специфические рефлексы, т. е. не дает лярного падения кровяного давления и торможения дыхания (6).

Институт физиологии имени И. П. Павлова
Академии наук СССР

Поступило
15 I 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

А. П. Победоносцев, Сборн. Вопросы морфологии рецепторов внутренних нов и сердечно-сосудистой системы, под ред. Н. Г. Колосова, Изд. АН СССР, 1953, 98. [2] А. А. Милохин, Там же, стр. 77. [3] А. А. Милохин, Автореферат кан- дидатской диссертации, Л., 1956. [4] А. П. Победоносцев, Уч. зап. Сарат. гос. инст., в 16 (1951). [5] A. E. Smirnov, Intern. Monats., f. Anat. u. Physiol, 10 (1893). [6] И. Иванов, Рефлексы с интерорецепторов пищевода и желудка, Л., 1945.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

ГИСТОЛО

В. А. ТИХОВА

К ВОПРОСУ ОБ ИННЕРВАЦИИ ПИГМЕНТНЫХ КЛЕТОК

(Представлено академиком К. М. Быковым 21 I 1957)

В работе по изучению иннервации цилиарной мышцы и склеры кор склеральной области на животных (кошках) в норме и в эксперименте удалось наблюдать иннервацию пигментных клеток.

В строении и функции глаз пигментные клетки принимают большое стие. Ими богаты радужная оболочка, цилиарное тело, хориоидея, ментный слой сетчатки. Пигментные клетки в большом количестве нах

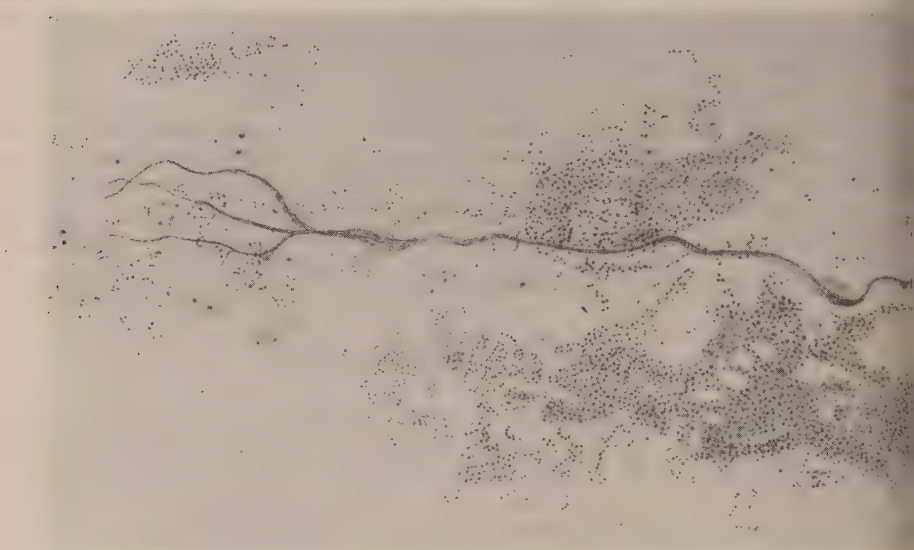


Рис. 1. Разрушение пигментных клеток в склере через 48 час. после удаления вер него шейного узла. Кошка. Глаз опытной стороны. М-9, об. 40., ок. 10 Репрод. 3 : 4

ся также и в склере (кошки), особенно по ходу сосудов и нервных пуч Пигментные клетки цилиарной мышцы и склеры имеют полигональную му и одно или два ядра.

Исследование нервных элементов цилиарной мышцы и склеры про дилось на глазах здоровых кошек (убитых эфиром) и на глазах ко подвергшихся односторонней экстирпации верхнего шейного симпат кого ганглия (через 24, 48, 72 и 96 час. после операции).

Материал фиксировался в 12% растворе нейтрального форма в течение 5—7 дней, затем делались срезы на замораживающем ми томе. Обработка срезов производилась путем импрегнации серебром по тоду Бильшовского — Грос.

В литературе есть указания, что пигментные клетки иннервируются мпатической нервной системой ([1–6]).

К сожалению, результаты указанных работ по такому очень интересму вопросу, как вопрос об иннервации пигментных клеток, не подверлись экспериментально-морфологической проверке.

На препаратах глаз кошек после опытов с односторонним выключем верхнего шейного ганглия нами установлено, что пигментные клетки цилиарной мышце и склере претерпевают прежде всего серьезную морфоическую перестройку. Уже через 48 час. после опыта в глазу оперируе-

Рис. 2. Рецептор, терминальные ветви которого оканчиваются на телах пигментных клеток. Кошка. Норма. Цейсс, об. 60., ок. 3×. Репрод. 3 : 5

й стороны пигментные клетки сильно меняли свою обычную форму. Одзременно с этим наблюдалось перемещение в их телах пигментных зернык. Впоследствии деструкция приводила к полному распаду клеток и выдению пигментных зернышек в окружающую среду.

Безмякотные нервные волокна, подходящие к пигментным клеткам, сле выключения верхнего шейного ганглия испытывали те или другие деиеративные изменения.

В некоторых участках мы обнаружили не только обесцвеченные и дормированные, но и полностью разрушенные пигментные клетки (рис. 1).

Таким образом, нами экспериментально установлено, что при выключеи верхнего шейного ганглия в цилиарной мышце и склере дегенерируют овные волокна, имеющие отношение к пигментным клеткам, которые при м обесцвечиваются и разрушаются.

Полученный экспериментальный материал, как нам кажется, позволяет верждать, что пигментные клетки цилиарной мышцы и склеры иннеруются симпатическими волокнами от верхнего шейного ганглия. Последе обстоятельство полностью согласуется с литературными данными.

На препаратах цилиарной мышцы и склеры глаз здоровых животных шек), нами получены впервые убедительные картины чувствительной нервации пигментных клеток. На рис. 2 изображено мякотное нервное локно среди пигментных клеток. От основного волокна отходит более кое, но тоже мякотное волокно, которое делится на две безмякотные

ветви, а последние, в свою очередь, дихотомически делятся и оканчиваются на пигментных клетках. От того же мякотного волокна отходит безмякотная ветвь, которая, делясь дихотомически, подходит одной своей веточкой к пигментной клетке и теряется в ней. Основное мякотное волокно, разделившись на две безмякотных ветви, иннервирует две пигментных клетки.

На рис. 3 видно, что иногда к отдельным пигментным клеткам подходят по две нервных безмякотных веточки от мякотного волокна.

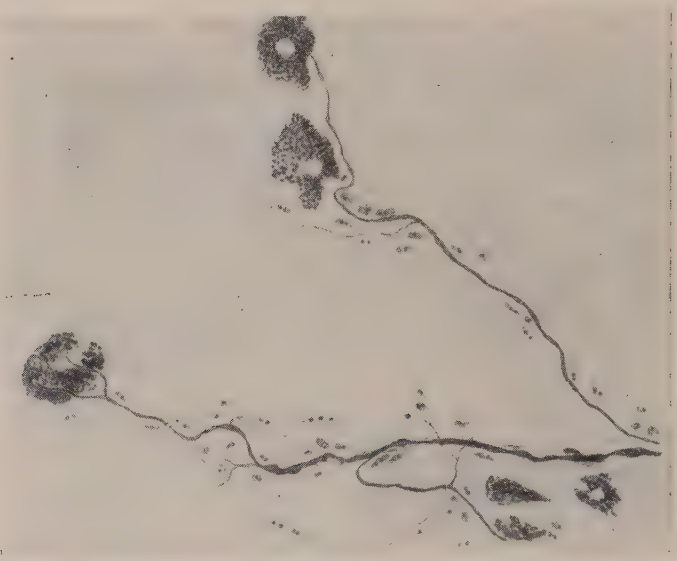


Рис. 3. Рецептор в склере, ветви которого иннервируют пигментные клетки. Кошка. Норма. МБИ-1, об. имм. 90, ок. 6×. Репрод. 3 : 5

Приходилось неоднократно наблюдать, как одно мякотное волокно, выйдя из общего нервного пучка, окруженного пигментными клетками, дихотомически делится, затем одной своей ветвью, потеряв мякоть, образует рецепторный аппарат в виде кустика с окончанием на стенке сосуда и на пигментной клетке. Само же волокно, которое дало чувствительный аппарат к сосуду и пигментной клетке, распадается на ряд очень тонких безмякотных веточек среди других соединительнотканных клеток.

Все описанные формы чувствительных приборов, имеющих отношение к пигментным клеткам, заставляют думать, что пигментные клетки не лишены рецепторной иннервации. Кроме того, иннервацию пигментные клетки получают от разветвлений мякотных нервных волокон, образующих поливалентные рецепторы с окончанием на стенке сосуда, на мышечной клетке, на пигментных и на других соединительнотканных клетках.

Окончания на пигментных клетках в обычных условиях, как это само собой понятно, видеть трудно вследствие большого количества пигментных зернышек, которыми густо набита протоплазма клеток. Но в условиях разреженности и обесцвеченности пигментных зернышек наблюдения за окончаниями облегчаются. Нам удалось наблюдать их неоднократно.

На рис. 4 изображено мякотное волокно в цилиарной мышце с разбросанными вокруг него пигментными клетками. Мякотное волокно местами лишено мякоти. Пигментные клетки несколько обесцвечены, зернистость в них разрежена, но целостность их сохранена. Справа на теле пигментной клетки имеется тонкое безмякотное волоконце, оканчивающееся двумя колечками, одно из которых находится близко к ядру клетки. На теле той же пигментной клетки лежат оторванные от нервного волокна два нервных

окончания в виде колечек большего размера. К другой обесцвеченной клетке вверху слева подходят также два безмякотных тонких нервных волоконца с окончаниями в виде колечек на теле клетки.

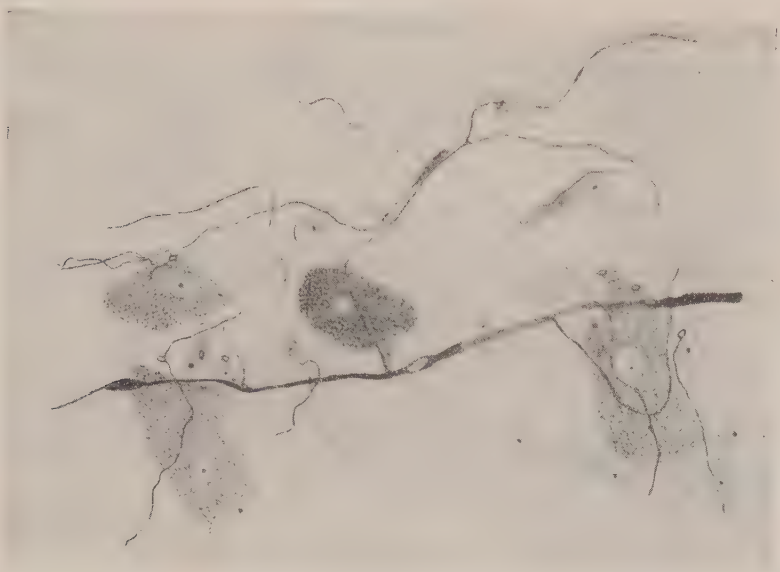


Рис. 4. Конечные нервные структуры на пигментных клетках в цилиарной мышце. Кошка. Норма. М-9, об. имм., ок. 10 ×. Репрод. 3 : 5

Таким образом, совершенно очевидно, что пигментные клетки получают иннервацию от мякотных нервных волокон, заканчивающихся на теле клеток нервными окончаниями в виде колечек.

Вопрос о происхождении чувствительных нервных волокон, имеющих отношение к пигментным клеткам, остался для нас открытым; разумеется, он может быть решен только экспериментально.

Институт физиологии им. И. П. Павлова
Академии наук СССР

Поступило
15 I 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Pouchet, Wien. Med. Jahrb., 1874. [2] Дж. Ленглей, Автономная нервная система, М.— Л., ч. 1, 1925. [3] В. Н. Архангельский, Е. П. Гольц, Н. В. Раева, Сборн. работ Всесоюзн. инст. экспер. мед., М., 1937. [4] А. М. Гринштейн, Пути и центры нервной системы, 1946. [5] С. И. Тальковский, Сборн. работ, посвящ. М. И. Авербаху, М.— Л., 1935. [6] В. Н. Архангельский, Е. А. Хургина, Сов. вестн. офтальмол., 6, в. 3 (1935).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

ГЕНЕТИКА

Г. Б. МЕДВЕДЕВА

ВЛИЯНИЕ ПОЛОВОГО МЕНТОРА НА НАСЛЕДОВАНИЕ ПРИЗНАКОВ ПШЕНИЦЫ

(*Представлено академиком Т. Д. Лысенко 24 XI 1956*)

Анализируя потомство, полученное от опыления смесью пыльцы двух сортов, мы исходили из того положения, что один из опылителей является подлинным отцом, так как участвует в конъюгации гамет, а второй — ментором, оказывающим свое влияние на наследственность потомства через процессы питания и развития яйцеклетки и зародыша.

Задача настоящих опытов заключалась в том, чтобы, отграничив в потомстве признаки отцовские от менторальных, проследить особенности наследования тех и других. Которому из опылителей принадлежит роль «отца» и которому — роль «ментора», решалось нами на основании большей или меньшей близости картины наследования признака к соответствующей картине при парных скрещиваниях.

Таблица 1

Комбинация I. Второе поколение*

№ группы F_1	Характер колоса в группах первого поколения	Число семей	Общее число растений	В процентах			
				с красным зерном	с красным колосом	с красным колосом и красным зерном	с остистым колосом
1	Белый колос, красное зерно	83	728	74,2	20,7	9,6	13,5
2	Красный колос, белое зерно	19	240	1,2	70,8	0,8	—
3	Красный колос, красное зерно	38	459	71,7	48,6	29,8	5,9
4	Белый колос, белое зерно	19	211	2,9	61,1	1,4	—

* Второе поколение для всех трех комбинаций было получено от изолированных колосьев F_1.

Опыты были проведены с тремя следующими комбинациями озимой пшеницы. I. Альбидум 26805 × Украинка (разновидность Эритроспермум) + Альборубрум 2671; здесь сорт Украинка обладал доминантным признаком — красная окраска зерна, Альборубрум — доминантным признаком — красная окраска колоса, а материнский сорт был по обоим этим признакам рецессивом. II. Альбидум 26805 × Мильтурум 120 + Велютинум 442; здесь доминантными признаками были: красная окраска колоса у Мильтурум и опушение колоса у Велютинум, а материнский сорт имел белый и неопушенный колос. III. Эритроспермум 599 × Мильтурум 120 + Велютинум 442; здесь опылители вносили те же доминантные признаки, что и во II комбинации, а материнский сорт имел соответствующие рецессивные признаки.

Опыление было произведено путем помещения под общий изолятор кастрированного материнского колоса и пучка колосьев опылителей.

Из приведенных в табл. 1—3 данных о растениях, полученных в потомстве от опыления смесью пыльцы, видно, что характер наследования

признаков у них может иметь ряд особенностей, не свойственных потомству от простых парных скрещиваний. Но особенности эти проявляются не всегда: часто бывает, что и при опылении пыльцой двух сортов только один из них проявляется в потомстве. Примером могут служить первые группы II и III комбинаций, которые ничем не обнаружили влияния Велютимум и во втором поколении дали обычное расщепление по окраске колоса, типичное для простых скрещиваний белоколосого материнского сорта с красноколосым отцовским (табл. 2 и 3). Рассмотрим отдельно особенности наследования признаков, полученных от отца и от ментора.

Таблица 2

Комбинация II. Второе поколение

№ группы F_1	Характер колоса в группах первого поколения	Число семей	Общее число растений	В процентах	
				с окрашенным колосом	с опушенным колосом
1	Гладкий окрашенный	28	406	74,9	—
2	Опушенный белый	28	433	—	58,2
3	Гладкий белый, но зерно красное	9	95	61,0	—
4	Белый гладкий (♀)	2	21	—	—

Наследование признаков, полученных от отца, может идти совершенно независимо от того, передает свои признаки потомству ментор или нет. Так наследовалась, например, красная окраска зерна в 1-й и 3-й группах 1 комбинации (табл. 1): в F_1 растения этих групп имели красную окраску зерна, а в F_2 краснозерных растений было 74,2% и 71,7% — цифры очень близкие к тому, что имеет место при парных скрещиваниях. По такому же типу шло наследование окраски колоса во 2-й группе I комбинации, где находим доминирование красного колоса в F_1 и 70,8% красноколосых растений в F_2. Не отличалось от нормы и наследование окраски колоса в первых группах II и III комбинации, где окраска колоса доминировала в F_1, а в F_2 было 74,9% и 77,9% красноколосых растений.

Таблица 3

Комбинация III. Второе поколение

№ группы F_1	Характер колоса в группах первого поколения	Число семей	Общее число растений	В процентах		
				с окрашенным колосом	с опушенным колосом	с окрашен. и опушен. колосом
1	Гладкий окрашен.	78	997	77,9	—	—
2	Опушен. белый	35	551	—	27,9	—
3	Опушен. окрашен.	27	650	3,2	32,2	0,5
4	Гладкий белый, но безостый	10	136	64,0	—	—

Наряду с сохранением нормального типа доминирования и расщепления, при смешанном опылении наблюдается и другой тип наследования, когда признак, внесенный отцовским родителем, претерпевает изменения под влиянием пыльцы второго участника оплодотворения. В наших опытах это выразилось в ослаблении отцовского влияния на потомство: наблюдалось либо отсутствие доминирования в норме доминантного отцовского признака в F_1, либо уменьшение числа растений с отцовским признаком в F_2.

Примером подавления ментором отцовского признака может быть опушенность колоса, которая в простых скрещиваниях между разновидностями мягких пшениц, как правило, наследуется как доминанта. Она доминирует в F_1, а в F_2, при нормальных условиях выращивания и при достаточно большом числе семей в гибридной популяции дает около 75% растений с опушенным колосом.

Во II комбинации группа, происходящая от растений F_1 с белым опушенным колосом, в F_2 вместо 75% имела всего 58,2% растений с опушенным колосом (табл. 2).

Во 2-й и 3-й группах III комбинации этот процент был еще ниже, несмотря на то, что в F_1 опушенность колоса в этих группах доминировала. Во 2-й

группе из 411 растений опушенный колос имели 143 (27,9%), а в 3-й — и 650 растений 209 (32,2%), т. е. по характеру F_2 тип наследования опуше ности колоса приближался к рецессивному.

В I комбинации имелась возможность проследить влияние ментора на другой признак отцовского родителя: остистость, внесенную сорто Украинка. В этой комбинации безостый материнский сорт был опыле смесью пыльцы остистого и безостого сортов. В результате число остисты растений в F_2 оказалось заметно сниженным: в 1-й группе их было 13,5% в 3-й — 5,9% вместо 25%, как это обычно наблюдается в парных скр щиваниях. Общее число растений в этих группах (728 и 459), а также число семей(83 и 38) было достаточно велико, чтобы эти цифры считать д стоверными.

Подавление ментором отцовского признака может пойти еще дальш доминантный признак, внесенный отцом, может потерять способность д минирования и вовсе не обнаружиться в F_1. Тогда растения F_1 внешне ок зываются материнского рецессивного типа, но в F_2 дают расщепление, об наруживающее их гибридную природу.

Так, в I комбинации из 266 растений F_1 было 35 (13,3%) растений материн ского типа (белоколосые, белозерные). В F_2 из них было выращено 19 семей в которых проявился доминантный отцовский родитель (красноколосы Альборубрум). Но и здесь он проявил неполное доминирование, так ка красноколосых растений в этой группе было вместо 75% всего 61,1%.

Подобное же явление потери доминантности в F_1 имело место в 3-й груп пе II комбинации, где красная окраска колоса отцовского сорта Мильту рум, вопреки обычному типу наследования этого признака, в F_1 не про явилась, а в F_2 дала также уменьшенное против нормы количество крас ноколосых растений (61,0%) (табл. 2).

В III комбинации такой же тип наследования был в 4-й группе, где отцов ский родитель, хотя и обладал доминантным признаком (красная окраск колоса), но в F_1 не проявился и обнаружился только в F_2, и тоже в пони женном проценте случаев (64, 0%) (табл. 3).

Наследование признаков, передаваемых потомству ментором, также мо жет идти разными путями. Его признаки могут обнаружиться уже в F_1 наряду с отцовскими, давая эффект так называемого «двухотцовства» далее расщепляясь в F_2. Такова например, 3-я группа I комбинации, гд отцом был краснозерный сорт Украинка, а ментором — красноколосы Альборубрум и где в F_1 были растения с обоими этими признаками. Крас ная окраска колоса, передаваемая ментором, доминируя в F_1, в довольно большом количестве (48, 6%) сохранилась в F_2.

В III комбинации ментор Мильтурум доминировал в 27 растениях F_1 и был причиной появления у этих растений признаков обоих опылителей — красной окраски и опушенности колосьев. Но в F_2 его влияние резко сни зилось и сохранилось только у 21 растения из 650 (3,2%). Правда, при этом многие растения этой группы, как уже было отмечено, при анализе отне сенные к белоколосым, тоже имели слабо выраженный розовый оттенок

Более частым случаем менторального влияния является случай, когда доминантный признак ментора обнаруживается только в F_2, оставаясь в ре цессивном состоянии в F_1. Хорошим примером этого может служить I ком бинация, где в потомстве растений с белым колосом появились растения с красным колосом (1-я группа), а в потомстве растений с белым зерном— краснозерные растения (2-я и 4-я группы).

Многочисленные приводящиеся в литературе примеры выщепления «до минантных признаков из рецессивных», наблюдающееся при опылении смесью пыльцы,— в большинстве случаев относятся именно к этому типу наследования признаков ментора.

Институт генетики
Академии наук СССР

Поступило
23 XI 1956

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

МИКРОБИОЛОГИЯ

С. ГЕРШЕНЗОН

ПОЛИЭДРЕННЫЙ ВИРУС БОЛЬШОЙ ВОЩИННОЙ МОЛИ (GALLERIA MELLONELLA L.)

(*Представлено академиком В. Н. Шапошниковым 28 I 1957*)

Полиэдренная болезнь большой вощинной моли описана О. И. Швецовой (4), но вызывающий эту болезнь вирус до сих пор не был изучен.

Мы исследовали с помощью светового и электронного микроскопов полиэдры, развивающиеся в клеточных ядрах больных гусениц моли этого вида. Мазки и срезы для светового микроскопа протравливали 1% раствором едкого натра (1 мин.) и окрашивали синькой Леффлера с докраской пикрофуксином и дифференцировкой в карбол-ксилоле, а также по Ксерусу (5) (гимзой после гидролиза в соляной кислоте). В электронном микроскопе изучали полиэдры, частично растворенные слабой щелочью.

Было установлено, что полиэдры имеют здесь форму довольно правильных кубов, средним размером около 2 μ. Они легче окрашиваются гистологическими красителями и быстрее растворяются щелочью, чем полиэдры тутового шелкопряда. Заключенные в них вирусные частицы (обычно несколько десятков в полиэдре) имеют палочковидную форму, характерную для ядерных полиэдренных вирусов. Средние размеры этих частиц около 300×30 мμ. В отличие от большинства других полиэдренных вирусов, здесь частицы вируса встречаются, как правило, не в виде пучков, а поодиночке.

О. И. Швецова (3,4) установила, что полиэдренный вирус большой вощинной моли не заразен для китайского дубового шелкопряда (Antheraea pernyi Guér.), но способен вызывать полиэдроз у гусениц малой вощинной моли (Achroea grisella F.). Проведенные нами опыты показали невосприимчивость к нему гусениц тутового шелкопряда (Bombyx mori L.), непарного шелкопряда (Ocneria dispar L.) и кольчатого коконопряда (Malacosoma neustria L.) и высокую восприимчивость гусениц нескольких видов нимфалид, заражение которых этим вирусом легко удается при введении его как подкожно, так и через рот. Опыты с последними видами дали еще одно яркое доказательство сделанного ранее вывода (1,2) о том, что форма и средние размеры полиэдров определяются спецификой вируса, вызвавшего заражение, а не видовой принадлежностью больного насекомого. При заражении гусениц разных видов нимфалид (Vanessa urticae L., Pyrameis atalanta L., P. cardui L.) описываемым в этой статье вирусом у них развиваются полиэдры точно такой же формы и размеров, какие обычно наблюдаются у больных особей большой вощинной моли, между тем так при заражении этих же видов другими полиэдренными вирусами полиэдры у них совсем иные (1,2). Это хорошо видно на прилагаемых микрофотографиях (рис. 1), на которых представлены полиэдры, развивающиеся у гусениц большой вощинной моли и тутового шелкопряда при заражении «своими» полиэдренными вирусами, и у гусениц крапивницы (Vanessa urticae L.) при заражении их теми же двумя вирусами. Нужно добавить, что характер полиэдров не меняется даже после многократных пассажей вируса через гусениц чужого вида.

При современном уровне знаний, касающихся полиэдренных вирусов правомочность присвоения им видовых названий кажется сомнительной

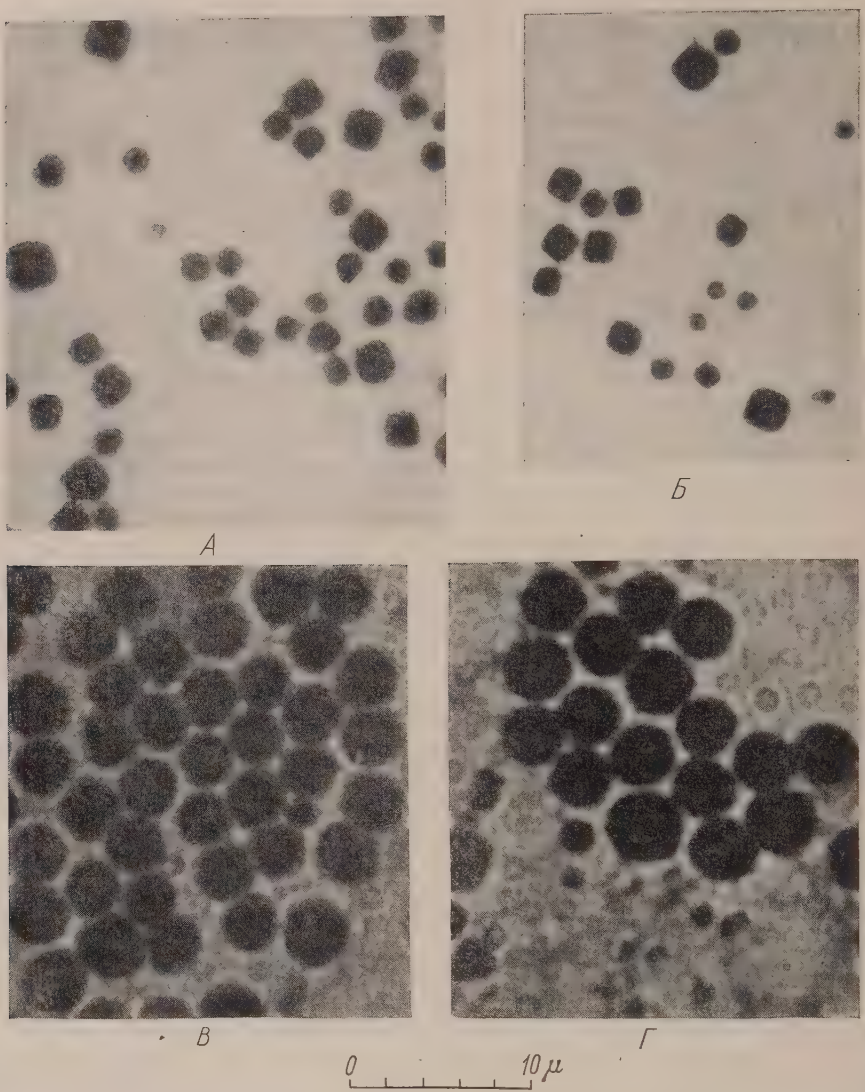


Рис. 1. Полиэдры гусениц. Заражение вирусом Galleria mellonella (*А* — у гусеницы G. mellonella, *Б* — у гусеницы Vanessa urticae); заражение вирусом Bombyx mori (*В* — у гусеницы B. mori, *Г* — у гусеницы V. urticae)

однако, если рассматривать эти названия как совершенно условные, они мо гут оказать некоторую пользу в практической работе. Мы предлагаем дл описанного вируса, вызывающего полиэдренную болезнь большой вощи ной моли, название Borrelina galleriae sp. nov.

Институт зоологии
Академии наук УССР

Поступило
14 V 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] С. М. Гершензон, Микробиология, **24**, 90 (1955). [2] С. М. Гершензон, ДАН **104**, 925, (1955). [3] О. И. Швецова, Сборн. Желтуха тутового и дубового шелк пряда, 65, (1947). [4] О. И. Швецова, Микробиология, 19, 532 (1950). [5] N. Xero Nature, **172**, 309 (1953).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

Б. Е. КРАВЦОВА

ИНТЕНСИВНОСТИ ОТТОКА ПРОДУКТОВ АССИМИЛЯЦИИ В ЗЕРНО ПРИ РАЗНОЙ ГУСТОТЕ ПОСЕВА ЯРОВОЙ ПШЕНИЦЫ

(Представлено академиком А. Л. Курсановым 31 I 1957)

В литературе имеются указания о торможении оттока пластических ществ при затенении растений — этим обстоятельством объясняется сни-ние озерненности в густом травостое, где затенение создается окружаю-ми растениями ([4–7]).

Мы поставили перед собой задачу изучить характер снабжения ассими-тами формирующегося зерна в полевых условиях при разной густоте сева.

Опыт проводился на сорте мягкой яровой пшеницы Лютесценс 62 при стоте посева: 10 зерен на 1 пог. м (разреженный посев) и 150 зерен на пог. м (загущенный посев). Ширина междурядий при этом сохранялась зменной (20 см).

Для разрешения поставленной задачи была использована методика ченых атомов. Мы считали, что поглощение углекислоты листом проис-дит, в основном, в результате процесса фотосинтеза, а радиоактивный отоп углерода (C^{14}) поглощается листом и распределяется по растению к же, как и обычный углерод.

В наших опытах исследовалась активность препаратов зерновок через ки после экспонирования листьев отдельных ярусов в атмосфере угле-слоты, меченной радиоактивным изотопом C^{14}. Опыт проводился в на-ле формирования зерновок (6 VII) и в начале фазы молочной спелости VII).

Отдельные листья выдерживались в атмосфере $C^{14}O_2$ в течение 20 мин. естественном травостое. Для экспонирования листьев служили камеры плексигласа, объемом 250 см^3. В камерах создавалась концентрация лекислоты, равная 1% по объему, и в 0,1% углекислоты содержалась радио-тивная метка ($C^{14}O_2$). Результаты опытов сведены в табл. 1.

Таблица 1

Активность препаратов зерновок мягкой яровой пшеницы Лютесценс 62 через сутки после экспонирования листьев отдельных ярусов в атмосфере $C^{14}O_2$, в зивисимости от густоты посева (имп/мин)

Дата проведения опыта	Вариант опыта (число высеян. зерен на 1 пог. м)	Ярусы листьев				
		II	IV	V	VI	VII
6 VII	10	4	7	8	56	429
	150	—	5	37	1230	—
16 VII	10	—	—	—	200±44	365±11
	150	—	—	72±13	1269±139	—

Приведенные данные показывают, что во время формирования зе листья нижних ярусов играют незначительную роль в снабжении асси лятами репродуктивных органов. Даже в разреженном посеве, где вр жизни листьев значительно удлинено по сравнению с густым травосто нижние листья, до V включительно, практически не участвуют в сн жении формирующегося зерна продуктами ассимиляции. Значительно тивнее в этом процессе VI лист, и неизмеримо активнее всех остальн самый верхний, VII лист. Так, если листья II—V ярусов, спустя су после их экспонирования в атмосфере $C^{14}O_2$, создают в зерновках акт ность порядка 4—8 имп/мин, то VI лист в разреженном посеве созд в зерне активность, равную 56 имп/мин, а VII лист — 429 имп/мин.

Эти данные подтверждают известное из литературных источников ложение о наибольшей значимости верхних ярусов листьев для нал зерна ([1], [3], [8]).

В загущенном посеве имеет место более резкая дифференциация листь по ярусам, чем в разреженном. Если в разреженном посева продукты ас миляции, вырабатываемые листьями предпоследнего яруса (VI), игра значительную роль в формировании зерна, то в густом посеве роль пр последнего листа (V) невелика.

Однако верхний лист создает намного большую концентрацию рад активности в зерновках растений загущенных посевов, чем в разреженны Так, например, в опыте 6 VII оказалось, что активность препаратов з новок, создаваемая через сутки после экспонирования листьев верхне яруса в атмосфере $C^{14}O_2$, в разреженном посеве составляет 429 имп/м тогда как в загущенном посеве она равна 1230 имп/мин.

Приведенные данные свидетельствуют об интенсивном передвижен продуктов ассимиляции из верхних листьев растений густого посева, смотря на наблюдающееся ослабление освещенности в загущенном тра стое (в 2—3 раза, по сравнению с разреженным посевом). Следовательн формирующееся зерно в загущенном посеве не испытывает недостатка снабжении продуктами ассимиляции, а отток органических веществ лимитирует создания урожая. По-видимому, недостаточное количест вырабатываемых у растений загущенных посевов ассимилятов служ препятствием к увеличению урожая зерна с одного колоса.

В то же время, если учесть, что вес зерна с колоса в разреженном посе в этот период был выше, чем в густом посеве, приблизительно в шесть ра то окажется, что после «кормления» $C^{14}O_2$ верхнего листа, содержан радиоактивного углерода, рассчитанное на сухой вес зерна с одного колос в разреженном посеве почти в полтора раза выше, чем в загущенном.

Эти факты показывают, что работа верхних листьев растений разреже ных посевов способна обеспечить налив большего числа зерен, чем у рас ний загущенных посевов.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило
5 X 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Г. В. Заблуда, И. М. Простева, ДАН, 57, № 7 (1947). [2] М. Каме Радиоактивные индикаторы в биологии, ИЛ, М., 1947. [3] В. А. Кумаков, Тр. Гро с.-х. инст., № 1 (1954). [4] В. А. Новиков, Агробиология, № 4 (1953). [5] В. А. Н виков, А. В. Филиппов, ДАН, 72, № 2 (1950). [6] В. А. Н виков, А. П. Шустова, ДАН, 82, № 3, (1952). [7] А. В. Филиппов, ДАН, 7 № 1 (1950). [8] З. М. Эйдельман, Тр. по защите растений, сер. 3, в. 3 (1933).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

Г. Х. МОЛОТКОВСКИЙ и А. Ф. ИЗМАЙЛОВ

СОДЕРЖАНИЕ ХЛОРОФИЛЛА, АСКОРБИНОВОЙ КИСЛОТЫ И АКТИВНОСТЬ КАТАЛАЗЫ В ЛИСТЬЯХ НЕКОТОРЫХ ЛАКУЧИХ ФОРМ ДРЕВЕСНЫХ РАСТЕНИЙ В СВЯЗИ С ЯВЛЕНИЕМ ПОЛЯРНОСТИ

(*Представлено академиком А. Л. Курсановым 31 I 1957*)

Изучая роль силы тяжести в поляризации растений, мы выращивали к в обратном положении к центру Земли. При этом наблюдали интересные менения морфологической полярности у опытных растений ([10–18]).

В связи с этим представляло интерес выяснить характер обмена веществ органах (ветвях) плакучих форм, т. е. у растений с естественно нарушенной полярностью надземной части древесных растений.

С этой целью мы определяли содержание хлорофилла, аскорбиновой ислоты и активность каталазы в листьях по ярусам ветвей у плакучих и, я сравнения, у обыкновенных форм древесных растений.

Исследования по выяснению этого вопроса велись в Черновицком ботаическом саду с 1 VI по 1 VIII 1951 г.

Объектами исследований служили следующие древесные растения 15—0-летнего возраста, растущие на территории сада:

1. Ясень, обыкновенная форма (Fraxinus excelsior L.)
2. Ясень, плакучая форма (Fraxinus excelsior L. v. pendulata Ait.)
3. Ива, обыкновенная форма (Salix fragilis L.)
4. Ива, плакучая форма (Salix babylonica L.)
5. Софора, обыкновенная форма (Sophora japonica L.)
6. Софора, плакучая форма (Sophora japonica L. v. pendula Hort.)
7. Форзиция, обыкновенная форма (Forsythia suspensa Vahl.)
8. Форзиция, плакучая форма (Forsythia viridissima Lindl.)
9. Карагана, обыкновенная форма (Caragana arborescens Lam.)
10. Карагана, плакучая форма (Caragana arborescens Lam._v. pendula Dipp.)

Для анализов на содержание хлорофилла и аскорбиновой кислоты брались листья в трех ярусах: у основания ветки, по середине ее и на верхушке. ри этом в верхнем ярусе подвергались анализу вполне сформировавшиеся истья. Хлорофилл определялся в трех повторностях с каждого яруса ычисление среднего для каждого яруса).

Таблица 1

одержание хлорофилла в листьях плакучих и обыкновенных форм некоторых древесных пород

Ярусы ветки	Ясень		Ива		Софора		Форзиция		Карагана	
	обыкн.	плакуч.	обыкн.	плакуч.	обыкн.	плакуч.	обыкн.	плакуч.	обыкн.	плакуч.
рхушка	14,3	12,9	12,4	10,5	19,6	16,2	16,7	15,9	12,8	10,4
редина	14,6	12,1	11,8	10,2	19,0	15,4	15,8	14,9	10,7	8,6
нование	11,1	9,2	10,5	8,6	16,3	14,0	15,3	14,5	9,6	8,1

Концентрацию хлорофилла определяли, используя фотоэлектроколометр ФЭК-2. Стандартный раствор приготовлялся по Гётри. Найденная нцентрация хлорофилла пересчитывалась на 100 мг сырого веса листа. зультаты опытов приведены в табл. 1.

При определении аскорбиновой кислоты в листьях с каждого яр брались только одна проба. Определение по методу С. М. Прокошева Результаты анализов приведены в табл. 2.

Таблица

Содержание аскорбиновой кислоты в листьях плакучих и обыкновенных форм древесн пород (в мг% на сырой вес)

Ярусы ветки	Ясень		Ива		Софора		Форзиция		Караган	
	обыкн.	плакуч.	обыкн.	плакуч.	обыкн.	плакуч.	обыкн.	плакуч.	обыкн.	пла
Верхушка	0,614	0,432	1,665	1,085	0,932	0,859	0,648	0,482	1,497	1,
Середина	0,576	0,412	1,575	1,095	0,824	0,686	0,522	0,467	1,483	1,
Основание	0,518	0,374	1,485	0,882	0,748	0,653	0,324	0,443	1,469	1,

Определение активности каталазы производилось по два раза в кажд ярусе. Из двух определений вычислялось среднее. Определение вел прямым количественным методом по выделяющемуся кислороду при помо прибора Гейнике — Нотта ([6]). Данные анализов представлены на табл. 3

Таблица

Активность каталазы (в мл. O_2) в листьях обыкновенных и плакучих форм древесн пород

Ярусы ветки	Ясень		Ива		Софора		Форзиция		Карагана	
	обыкн.	плакуч.	обыкн.	плакуч.	обыкн.	плакуч.	обыкн.	плакуч.	обыкн.	пла
Верхушка	4,9	3,5	2,7	1,1	12,6	11,5	5,7	4,9	108,8	78
Середина	3,6	2,7	1,6	0,8	11,3	8,6	3,8	2,5	105,6	78
Основание	2,3	1,2	0,9	0,4	8,4	7,5	2,2	1,6	89,2	74

Анализируя данные по хлорофиллу (табл. 1) мы видим, что с повышени яруса листьев, концентрация хлорофилла у всех исследуемых пород д весных растений неуклонно возрастает. Встречаются некоторые откло ния (так, например, в среднем ярусе у ясеня концентрация хлорофил несколько бо́льшая, чем в верхнем ярусе), но эти отклонения единичны вероятно, связаны со случайными изменениями обмена вещества данно растения.

Как уже отмечалось выше, в верхнем ярусе для анализов брали листья вполне сформировавшиеся, у которых отмечена наибольшая конце трация хлорофилла. Содержание хлорофилла в молодых, еще не разви шихся листьях (в табл. 1 мы не проводим этих данных) явно снижен По-видимому, причина здесь лежит в недостаточном физиологическом р витии верхушечных листьев. В общем картина довольно ясная: концентр ция хлорофилла непрерывно повышается от нижних к верхним ярус листьев, т. е. от нижнего к верхнему полюсу ветки. В этом отношении на данные вполне согласуются с литературными источниками ([2], [4], [5], [15]

При более детальном анализе табл. 1 выступает интересное явлени У всех плакучих форм древесных пород отмечена заниженная концентр ция хлорофилла в листьях по всем ярусам. Кроме того, наблюдается значительное различие по этому показателю и между отдельными вида перечисленных растений.

Совершенно те же соотношения мы наблюдаем и для аскорбинов кислоты (табл. 2). Меньше всего ее в нижних листьях, но затем содержан в направлении вверх по стеблю все время возрастает и достигает максиму в верхних листьях.

Таким образом, полярный характер распределения аскорбиновой кис-оты и здесь четко выражен. Указанные факты согласуются с литературными анными ([1], [3], [8], [9], [13], [18]).

Из табл. 2 видно, что явление заниженного содержания аскорбиновой ислоты по ярусам у плакучих форм по сравнению с обыкновенными харак-ерно для нее так же, как и для хлорофилла.

Анализ данных табл. 3 позволяет обнаружить для активности каталазы у же закономерность, которая найдена для хлорофилла и аскорбиновой ислоты, т. е. непрерывный рост ее активности от нижних ярусов к верхним.

Наибольшей активностью каталазы из всех исследованных нами дре-есных пород обладает карагана как обыкновенная, так и плакучая.

В литературе имеются указания, что качество фермента каталазы и его ктивность зависят от возрастного состояния листьев. Высокой активностью бладают молодые листья ([7], [17], [19]), что подтверждается и нашими данными.

Закономерность, установленная для хлорофилла и аскорбиновой кисло-ы, выражающаяся в том, что плакучим формам свойственны заниженные оказатели, обнаружена нами и для каталазы.

Суммируя все изложенное, необходимо отметить, что у плакучих и обык-овенных форм древесных и кустарниковых пород, исследовавшихся в ашей работе, наивысшая концентрация хлорофилла и аскорбиновой кис-оты и наивысшая активность каталазы наблюдаются в верхушках ветвей, го поляризует эти органы. Но у плакучих форм верхушки ветвей направ-ены вниз, а у обыкновенных — вверх, т. е. первым присущ положитель-ый, а вторым — отрицательный геотропизм. Очевидно, полученные нами оказатели не отражают различий тех физиологических процессов, которые роисходят у плакучих и обыкновенных форм и обусловливают неодинако-ую их реакцию на действие силы тяжести и других факторов внешней реды.

Черновицкий государственный университет

Поступило
4 VII 1956

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Л. Т. Брегетова, Бот. журн., **36**, № 1 (1951). [2] Е. Р. Гюббенет, Р. И. ерман, Сов. бот., **13**, № 5, 22 (1945). [3] А. Д. Егоров, Витамин С и каротин в рас-тельной Якутии, Изд. АН СССР, 1954. [4] А. А. Зайцева, ДАН, **25**, № 696 (1939); , № 3, 267 (1940). [5] Н. Н. Иванов, Методы физиологии и биохимии растений, 1946. Н. П. Кренке, Н. И. Дубровицкая, ДАН, **66**, № 4, 729 (1949). [7] П. И. Лопу-анский, Г. Х. Молотковский, ДАН, **103**, № 4, 723 (1955). [8] С. Д. Львов, К. Гуцевич, А. Пантелеев, Уч. зап. ЛГУ, сер. биол., в. 15, 151 (1945). Г. Х. Молотковский, ДАН, **78**, № 3, (1951); **78**, № 4, (1951); **81**, № 1, (1951); **82**, № 6 952); **90**, № 1 (1953). [10] Г. Х. Молотковский, Д. В. Слободянська, кл. АН УССР, № 6, 417 (1953). [11] Г. Х. Молотковский, Бюлл. Главн. бот. сада, 18, 95 (1954). [12] Г. Х. Молотковский, Юл. Г. Молотковский, Д. В. Слобо-янська, Бот. журн. АН СССР, **11**, № 1, 67 (1954). [13] Г. Х. Молотковский, л. Г. Молотковский, ДАН, **103**, № 5, 921 (1955). [14] Л. И. Новикова и др., . зап. Горьковск. унив., **21**, № 2 (1951).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

ЗООЛОГИ

Д. В. НАУМОВ

СТРОЕНИЕ И СИСТЕМАТИЧЕСКОЕ ПОЛОЖЕНИЕ MONOBRACHIUM PARASITUM MERESCHK. (HYDROZOA)

(Представлено академиком Е. Н. Павловским 12 I 1957)

Monobrachium parasitum, единственный представитель этого рода всего семейства Monobrachiidae, был впервые описан в 1877 г. Мережко ским ([1]), нашедшим этого гидроида в Белом море. Основным признак для обоснования нового рода послужило наличие у полипов Monobrachiu всего одного щупальца. Полипы M. parasitum лишены гидротеки, и пото автор отнес этот род к подотряду Athecata. Мережковский дал подробн описание и хорошее изображение внешней морфологии описанного им вид В своей работе он привел также рисунки поперечных срезов через пол и медузоид, однако выполнены они совершенно неудовлетворительно, на их основании нельзя судить о многих деталях строения. Срез через ш пальце полипа Мережковский вообще не приводит.

Более подробно организация M. parasitum была освещена Вагнер ([2]), однако, как это будет видно из дальнейшего, в его работе допуще существенная ошибка.

Позднее колонии M. parasitum были неоднократно обнаружены Баренцевом, Карском, Чукотском, Охотском и Японском морях, а так у берегов Шпицбергена, западной Гренландии и у восточного побереж Канады. Этот вид поселяется на раковине живых моллюсков Masor maesta (Deshayes) и обычно встречается на глубинах от 8 до 300 м. При уп минании о нахождении M. parasitum все исследователи ([3–7]) ограничивали приведением данных о его распространении и распределении по глубина никаких новых сведений о морфологии этого вида более не было да не оспаривалось и его систематическое положение.

Следует отметить, что отсутствие гидротеки характерно не только д видов подотряда Athecata, но и для всех видов обоснованного Крампом подотряда Limnomedusa. Вместе с тем наличие у полипов Monobrachiu всего одного щупальца ставит его на совершенно особое место в подотря Athecata, остальные представители которого, как правило, имеют значител ное число щупалец (изредка только 3—4). В то же время олигомеризац числа щупалец до двух (Lar) вплоть до полного их исчезновения (Limn chida, Craspeda custa) очень характерна для полипов подотряда Limn medusa. В связи с этим систематическое положение M. parasitum являет весьма сомнительным, так как отсутствие гидротеки и наличие все одного щупальца не могут служить достаточными критериями для реш ния этого вопроса.

Полипы и медузы подотряда Athecata отличаются от таковых подотря Limnomedusa рядом других признаков, наиболее важные из которых з ключаются в строении щупалец полипов и в расположении гонад у мед (или редуцированных медузоидных особей). У полипов Athecata щупаль имеют энтодермальную ось, состоящую из ряда клеток, которые отл чаются по строению от клеток пищеварительной энтодермы желудочно отдела и отделены от нее базальной мембраной. Исключение составля

лько вторичные щупальца гидроида Myriothela, обладающие полостью, генетически они не имеют ничего общего со щупальцами других полипов. олипы Limnomedusa имеют полые щупальца, энтодермальная выстилка торых гистологически не отличается от пищеварительной энтодермы елудочного отдела. Правда, иногда у полипов Limnomedusa бывают сплошные щупальца (Gonionemus), но в таком случае энтодермальная ось щупальца не отделяется от пищеварительной энтодермы, а является ее продолжением. У медуз, относящихся к полипам подотряда Athecata (они также зываются Anthomedusae), и у прирепленных редуцированных медузоидных особей гонады всегда расположены ротовом хоботке, занимающем среднюю часть субумбреллярной полости. У Limnomedusa гонады всегда расположены вдоль радиальных каналов и лишь отчасти могут заходить на нование хоботка.

Для выяснения строения M. parasitica и установления его систематического положения мной были изготовлены рии продольных и поперечных срезов рез полипов и медуз этого вида.

Полип (рис. 1) имеет вытянутую форму тела, гипостом отделен от желудочного отдела довольно глубокой перетяжкой. Непосредственно под перетяжкой одной из сторон тела полипа отходит длинное щупальце. Нижняя часть елудочного отдела несколько сужена и ета тонким морщинистым перисарком. ктодерма ровным слоем покрывает все ло полипа и его щупальце. Только в рхней части гипостома, вокруг ротового отверстия, эктодерма резко утолще. В этом месте наблюдается значительное скопление крупных стрекательных псул, часть из которых находится на риферии эктодермы, тогда как другие, к правило более мелкие (очевидно звивающиеся и запасные), расположены в нижнем ряду. Энтодерма выстилает внутри гипостом, желудочный дел и щупальце, оставляя в последнем выраженную центральную полость, которая тянется до самого конца щупальца. Энтодерма везде имеет инаковое строение, но в желудочном отделе ее клетки значительно выше, м в гипостоме и в щупальце. В последнем клетки энтодермы образуют бический эпителий. Следует отметить, что Вагнер ([2]) изображает и описывает у этого вида сплошное щупальце. Надо полагать, что приведенный продольный срез полипа прошел через щупальце тангентально и не дел его полости. Все же наиболее проксимальная часть полости щупальца срез попала, что отмечено и в тексте. На рисунке поперечного среза рез щупальце автор правильно изобразил радиальное расположение еток энтодермы, но полости между ними не заметил.

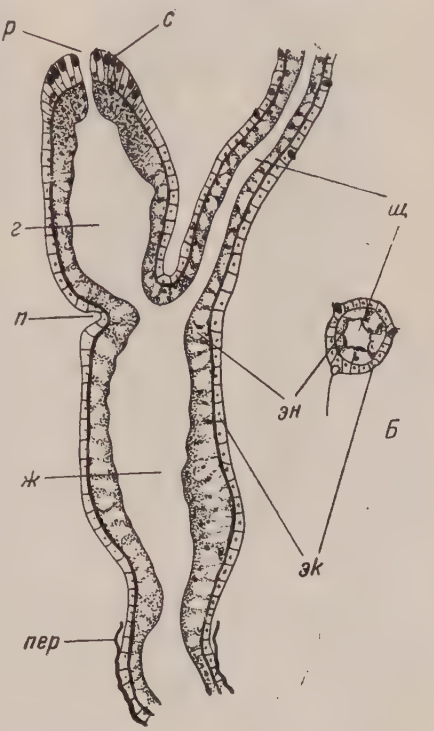
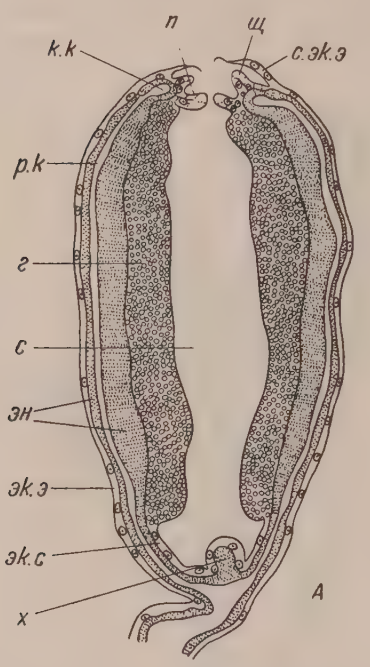


Рис. 1. Полип: *А* — продольный срез, *Б* — поперечный срез; *г* — полость гипостома, *р* — ротовое отверстие, *с* — скопление стрекательных капсул; *п* — перетяжка, *щ* — полость щупальца, *ж* — полость желудочного отдела, *эк* — эктодерма, *эн* — энтодерма, *пер* — перисарк

Медузоид (рис. 2) имеет овальную форму. Он снабжен четырьмя уплощенными радиальными каналами, впадающими в кольцевой канал. Ротовой хоботок рудиментарный, лишенный ротового отверстия. Вход в субумбреллярную полость прикрывается кольцевидным парусом и наружной эктодермальной складкой. Последняя у молодых медузоидов является

сплошной, но с наступлением половозрелости прорывается посереди
Между парусом и упомянутой выше эктодермальной складкой имеется
16 коротких рудиментарных щупалец. Гонады расположены только вдо
радиальных каналов и совершенно не заходят на рудимент ротового хобот
Самая проксимальная часть радиального канала гонад не несет. Кажд
гонада состоит из двух продольных лог
стей. Энтодерма стенки радиального ка
ла со стороны гонады заметно утолщена

Как это видно из описания строен
полипа и медузоида M. parasitum, этот в
не относится к Athecata, но является т
пичным представителем Limnomedus
В пользу этого говорит еще следующ
соображение. Как было отмечено выше,
гипостоме полипа M. parasitum имеется те
минальное утолщение эктодермы, несущ
густое скопление стрекательных клето



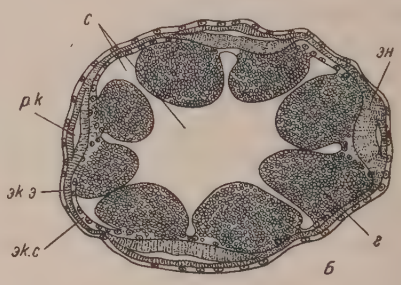


Рис.2. Медузоид: *А* —продольный срез, *Б* — поперечный срез; *с* — полость, субумбрел
п — парус, *щ* — щупальце, *с. эк.э* — складка эктодермы эксумбреллы, *к.к* — кольцев
канал, *р.к* — радиальный канал, *х* — ротовой хоботок, *эк.э* — эктодерма эксумбрел
эк. с — эктодерма субумбреллы, *эн* — энтодерма, *г* — гонада

Такие же скопления стрекательных клеток вокруг ротового отверст
известны для Lar и Craspedacusta, относящихся к Limnomedusa.

Ранее к Limnomedusa относилось 4 семейства (Moerisiidae, Ol
diidae, Hydrolariidae и Microhydridae), все виды которых имели свобод
плавающую медузу. Кроме того, для многих видов Limnomedusa хар
терно подавление полипоидного поколения. M. parasitum является по
единственным видом Limnomedusa с редуцированным медузоидным по
лением. Однако это не может служить препятствием для помещения Monob
chiidae в подотряд Limnomedusa. Известно, что во всех других подотря
(Athecata, Thecaphora и Hydrocorallia), входящих в отряд Leptolida,
давление медузоидного поколения является одним из признаков прогр
сивной эволюции. Очевидно, Limnomedusa не являются исключением
этого правила.

Зоологический институт
Академии наук СССР

Поступило
8 I 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] C. Mereschkowsky, Ann. Mag. Nat. Hist., **20**, 228 (1877). [2] J. Wagn
Arch., Biol., **10**, 273 (1890). [3] K. Bonnevie, Norske Nordhavs Exp., **26**,1 (18
[4] H. Broch, Danish Ingolf-Exp., **5**, № 6 (1916). [5] В. Рылов, Ежегодн. Зоол. м
Академ. наук. **24**, 140 (1923). [6] А. А. Вульфиус, Иссл. морей СССР, **23**, 68 (1
[7] P. L. Kramp, Meddel. om. Gronland., **121**, № 11, 1 (1943). [8] P. L. Kramp,
Meddel. Dansk. Naturhist. Foren., **103**, 503 (1939)

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

АНАТОМИЯ

В. Л. ДАНСКЕР

ЛИЯНИЕ ОПЕРАЦИИ СИМПАТЭКТОМИИ НА АРТЕРИО-ВЕНОЗНЫЕ АНАСТОМОЗЫ УХА КРОЛИКА

(*Представлено академиком Л. А. Орбели 10 I 1957*)

Значение артерио-венозных анастомозов в норме и патологии заключает- в том, что, соединяя артериолы и венулы, они могут способствовать реходу значительного количества крови из артерий непосредственно в ны, минуя капиллярную сеть.

Работами В. М. Ситенко ([3], [4]) было установлено, что при наличии обли-рирующего эндоартериита кровь, оттекающая от тканей, резко страдаю-их от ишемии, уносит большое количество неиспользованного кислорода по своему составу приближается к артериальной. Было также обнаружено соответствие между артериальным притоком крови к конечности и неболь-им поступлением ее в капиллярную сеть. Особенно ярко несоответствие жду артериальным и капиллярным кровообращением в нижних конечно-ях выступало, в исследованиях Ситенко, после поясничной симпатэкто-и. При этом приток артериальной крови значительно увеличивался, чем свидетельствовали данные плетизмографии и определения кожной мпературы. В то же время кровообращение в капиллярах не только не учшалось, но иногда и ухудшалось, на что указывали данные капил-роскопии и исследований времени реактивной гиперемии. В. М. Си-нко высказал предположение, что эти факты объясняются патологиче-им расширением артерио-венозных анастомозов, через которые артери-льная кровь поступала непосредственно в вены.

Таким образом, наблюдаемые после симпатэктомии изменения в крово-ращении позволяют думать о значительном увеличении проходимости терио-венозных анастомозов в связи с этой операцией. Нам представля-сь важным проверить данное предположение экспериментальным путем. оме того выключение сосудодвигательной иннервации открывало путь выяснению механизма регуляции изменений просвета артерио-венозных астомозов.

Методика. Влияние операции верхней шейной симпатэктомии артерио-венозные анастомозы и сосуды уха кролика изучалось нами годом прямой прижизненной микроскопии. Сущность этого метода, из-тного как метод «окошек Кларка» ([1]), состоит в том, что путем удаления ки внутренней поверхности уха кролика и хряща оставляется тонкий й сосудов, интимно спаянных с кожей наружной поверхности уха. Та-й отпрепарированный участок заключался нами в разъемную камеру из ганического стекла ([2]). Спустя неделю восстанавливалось нормальное овообращение, и создавалась возможность на протяжении многих недель есяцев наблюдать, пользуясь малым увеличением микроскопа, артерио-озные анастомозы, артериальные и венозные сосуды.

Изменения тонуса сосудистой стенки регистрировались путем прямого ерения диаметра сосудов окуляр-микрометром. Регистрация наблюде-й производилась также с помощью прижизненной микрофотографии, ществляемой посредством микрофотокамеры типа «Колибри».

После изучения сосудов уха в нормальных условиях кролику про водилась операция двусторонней верхней шейной симпатэктомии. Экст пация верхних шейных симпатических узлов одновременно с обе сторон осуществлялась с целью исключения влияний симпатических н вов с противоположной стороны.

Результаты исследований. Наблюдения за сосудами у кролика в нормальных условиях выявили, что артерио-венозные анас мозы являются наиболее реактивными в функциональном отношении стр турами. Они первыми реагируют на различного рода раздражители. П этом значительно изменяется величина их просвета. В отличие от артери и венул артерио-венозные анастомозы обладают способностью полност закрывать свой просвет. Большинство артерио-венозных анастомо остается закрытыми и лишь при резких увеличениях притока артериа ной крови — открываются. Часть анастомозов находится в состоян периодических сокращений, чрезвычайно разнообразного характера.

Операция верхней шейной симпатэктомии была произведена тринадц кроликам. Пять из них были прослежены длительно, свыше одного меся У всех кроликов (кроме четырех погибших вскоре после операции) отмечал однотипная реакция со стороны артерио-венозных анастомозов и сосу уха на удаление верхних шейных симпатических узлов. Условно в э ответной реакции можно было выделить три периода: 1) период нара ния реакции, 2) период выраженной реакции, 3) период спада ее.

Уже через 20 мин. после экстирпации верхних шейных симпатическ узлов отмечалось раскрытие артерио-венозных анастомозов, расшире артериальных и венозных сосудов.

Наибольшей своей выраженности реакция сосудов уха кролика на с патэктомию достигала на 2, 3, реже на 4 сутки, и только у одного кроли она отмечалась на 5 сутки. В этот период после операции число раскры артерио-венозных анастомозов значительно увеличивалось; как прави они были широко открыты и редко изменяли свой просвет. Диаметр из них, которые были раскрыты и до операции, возрастал на 380—600 Просвет артериол по сравнению с нормой в этом периоде увеличива на 95—120%. Приблизительно в тех же пределах изменялся и диаметр вен ных сосудов, в которые впадал анастомоз.

Отмечались медленные колебания сосудистой стенки артериол, котор происходили в том же ритме, что и до операции, т. е. в течение 1 мин. от чалось 3—5 таких колебаний с амплитудой до 50 μ. По мере расшире артериальных сосудов и раскрытия артерио-венозных анастомозов зна тельно возрастала скорость кровотока.

Известный интерес представляют наблюдения в этот период за изме нием просвета венул, в которые впадали артерио-венозные анастомо Так, например, у одного из кроликов на 3 сутки после симпатэктомии мечалось отчетливое расширение артериолы, артерио-венозного анастом и венулы, в которую впадал анастомоз: в то же время участок этой же вену. расположенный дистальнее от места впадения анастомоза, не только расширился, но, наоборот, даже отчетливо сузился, что с несомненност свидетельствовало об уменьшении оттока крови по венуле от ка ляров при раскрытии артерио-венозного анастомоза (рис. 1, см. вклейке к стр. 1030).

Уменьшение сосудорасширяющего эффекта операции симпатэкто наступало постепенно. При этом отмечалось возобновление периодичес сокращений стенок артерио-венозных анастомозов, однако характер э сокращений несколько изменялся. По мере уменьшения выраженно сосудистой реакции постепенно сокращалось время, в течение котор анастомозы были раскрыты. В дальнейшем возникал стойкий спазм бо шинства артерио-венозных анастомозов. Закрытие большинства анасто зов, сужение артериальных и венозных сосудов, уменьшение скор кровотока и появление вновь бледной окраски фона свидетельство

исчезновении реакции сосудов уха кролика на удаление симпатических ов.

Характер изменений просвета артерио-венозных анастомозов и сосудов после удаления верхних шейных узлов у одного из кроликов представ- на рис. 2.

Длительность реакции сосудов операцию симпатэктомии варьи- ала от 11 до 18 дней.

У четырех кроликов, погибших в вые дни после операции, реакция удов уха в ответ на операцию патэктомии была обратной: ар- но-венозные анастомозы были спаз- ованы, артериальные и венозные уды — резко сужены, кровоток в удах был значительно замедлен, е камеры оставалось бледным. Такой спазм был, по-видимому, ван с недостаточным обезболива- м, а также травматизацией ствола ждающего нерва и сосудисто-нерв- о пучка, что и послужило при- ой гибели животных.

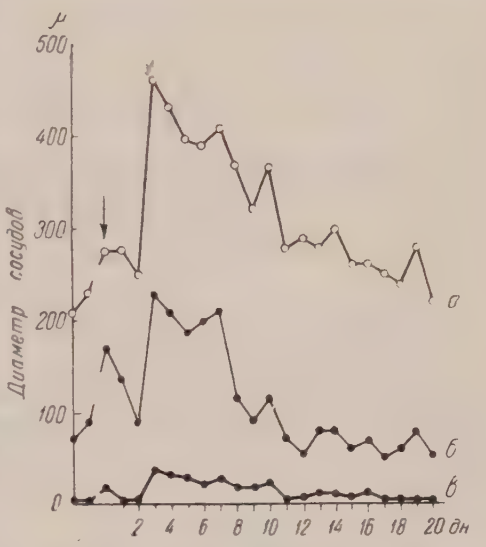


Рис. 2. Динамика изменений просвета сосудов уха кролика после операции симпатэктомии: *1* — венула, *2* — артериола, *3* — анастомоз

Заключение. Удаление верх- шейных симпатических узлов ывает раскрытие и значительное ширение артерио-венозных анасто- ов, артериальных и венозных удов уха.

Влияние операции удаления верхних шейных узлов на артерио-венозные анастомозы уха кролика является временным и исчезает через две-три ели после операции.

[Ленинградский нейрохирургический институт им. А. Л. Поленова

Поступило 3 I 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] E. R. Clark, J. C. Sandison, H. C. Hou, Anat. Rec., 50, 169 (1931). [2] В. Л. нскер,* Тр. Воен.-Мед. акад. им. С. М. Кирова, 55, 207 (1953) [3] В. М. Ситенко, тн. хирург., 71, № 1, 26 (1951). [4] В. М. Ситенко, Клиника и лечение облитери- щего эндоартериита. Диссертация, Л., 1953.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

ФИЗИОЛОГ

Э. Ш. АЙРАПЕТЬЯНЦ и Л. И. ЛЕБЕДЕВА

УРОВЕНЬ СОДЕРЖАНИЯ САХАРА В КРОВИ И ИНСУЛИННАЯ РЕГУЛЯЦИЯ ПРИ ИСТЕРИОЗИСЕ

(Представлено академиком К. М. Быковым 17 I 1957)

В серии исследований одного из нас ([1]) с сотрудниками представле доказательства рефлекторной связи между состоянием истериозиса ([2], и рецепцией внутренних органов. Чрезмерно повышенная возбудимо нервных центров, вызываемая продолжительным (тетанизирующим) ра ражением чувствительного нерва (соматического или вегетативного), здает резкие функциональные сдв в деятельности органов висцераль сферы. За последние годы накоп новый экспериментальный матери позволяющий придать сопряжен с истериозисом (Введенского) яв ниям универсальное значение.

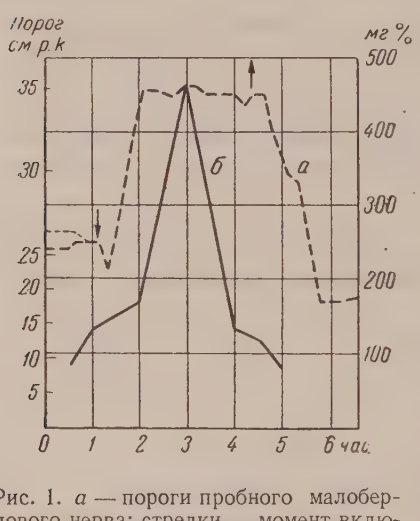


Рис. 1. *а* — пороги пробного малоберцового нерва; стрелки — момент включения и выключения тетанизации; *б* — кривая сахара крови

Получены факты, указывающ что нарушению подвергаются так и нервные механизмы, регулирующ процессы метаболизма, и специа но-гормональные воздействия. Т например, действие секретина, в буждающего гуморальным пу панкреатическое сокоотделение, усиливается, или угнетается в раз фазах истериозиса ([4]). В настоя работе излагаются опыты, выявл щие подобного рода закономерно в отношении одного из этапов угле ного обмена — регуляции посту ний глюкозы в кровь.

Эксперименты были проведены на 27 кошках под пентоталовым нар зом, который не вызывает заметных изменений со стороны сахара кр Пентотал вводился внутрибрюшинно из расчета 70 мг на 1 кг веса жи ного. Истериозис вызывался длительным тетаническим раздражением м берцового нерва индукционным током на 3 см выше порогового. Показате состояния возбудимости центров служила реакция сокращения полус жильной мышцы противоположной стороны в ответ на раздражение п ного малоберцового нерва.

Сахар крови определялся по методу Хагедорн—Иенсена. В контроль опытах определение сахара крови проводилось на протяжении всего о в условиях пентоталового наркоза и после препаровки яремной вены, м берцовых нервов и полусухожильных мышц. Только после этих контр ных опытов начиналось определение порогов возбудимости нервов с по дующим определением сахара крови после каждой пробы порогов. К бралась из яремной вены.

Повторное раздражение малоберцового нерва надпороговой силы индукционным током (при измерении порогов возбудимости нервов) вызывает гипергликемию в пределах 60 мг% сахара.

С включением тетанизации нерва сахар крови начинает увеличиваться параллельно повышению чувствительности пробного нерва и за короткий интервал времени (один час) резко достигает максимальных значений (до 400 мг%)—к периоду наивысшей (в данном опыте) фазы развития истериозиса. Степень гипергликемии находится в прямом соответствии с развитием истериозиса — с состоянием возбудимости в центрах. Гипергликемия обычно непродолжительна, и вслед за быстрым нарастанием сахара в крови количество его начинает резко уменьшаться (рис. 1).

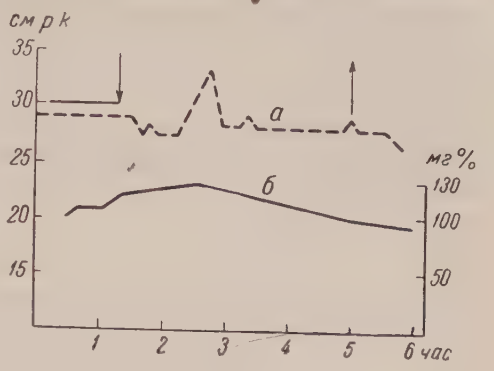


Рис.2. Обозначения те же, что на рис. 1

В тех же условиях, когда истериозис не развивается или пороги показывают незначительное снижение, количество сахара крови нарастает незначительно в пределах гипергликемии, т. е. того соотношения, которое устанавливается при определении порогов (рис. 2).

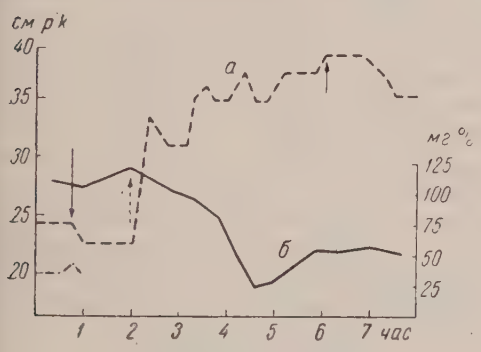


Рис. 3. *а* — пороги пробного малоберцового нерва; *б* —кривая сахара крови; стрелки сплошной линией — момент включения и выключения тетанизации; стрелка пунктиром — момент введения инсулина

Если же состояние истериозиса сохраняется, несмотря на прекращение тетанизации, то вновь развивается стойкая гипергликемия, удерживающаяся в течение всего периода высокой возбудимости центров. Как только пороги пробного нерва начинают повышаться, свидетельствуя о снижении возбудимости соответствующих центров, соответственно начинает уменьшаться содержание сахара в крови. При этом в некоторых случаях развивается гипогликемия.

Таким образом, приведенные опыты показывают, что состояние истериозиса вызывает определенные сдвиги в регуляции углеводного обмена в виде резко выраженной гипергликемии. Естественно было предположить, что одно из звеньев описанных нарушений связано с деятельностью инсулярного аппарата поджелудочной железы или непосредственно с эффектом действия инсулина, поступившего в кровь.

Для проверки подобного соображения в последующей части работы мы специально исследовали в ходе опыта эффект при введении инсулина.

Предварительно были проведены контрольные опыты, подтвердившие литературные сведения о проявлении и характере гипогликемического инсулинового эффекта при пентоталовом наркозе.

Собственные опыты осуществлялись в двух вариантах.

В I—инсулин вводился в начале тетанизации в периоде нарастания сахара в крови; во II — введение инсулина производилось после 5—6-часовой предварительной тетанизации. Инсулин вводился подкожно в количестве 20—МЕ.

В тех опытах I варианта, где инсулин вводился в начале тетанизации отмечался выраженный гипогликемический эффект, максимально проявляв шийся на 4 часе после введения инсулина. В дальнейшем, несмотря на про должавшуюся тетанизацию и высокий уровень возбудимости центров, со держание сахара увеличивалось, хотя и далеко не достигало исходных цифр (рис. 3).

Во II варианте, когда инсулин вводился после 5—6-часовой предвари тельной тетанизации, т. е. на фоне выраженного и нарастающего истерио зиса, гипогликемический эффект не проявлялся, более того — кривая са хара крови имела тенден цию к некоторому повыше нию (рис. 4).

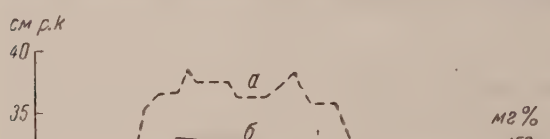


Рис. 4. *а* — пороги пробного нерва, стрелка — момент включения тетанизации; *б* — кривая сахара крови, стрелка — момент введения 20 МЕ инсулина

Таким образом, первая попытка изучения обмен ных процессов при исте риозисе показала, что дли тельное повышение возбу димости нервных центров истериозис, ведет к нарушению ведущих зве ньев углеводного обмена. Прежде всего, отмечается резкое угнетение деятель ности инсулярного аппара та и преобладание процес сов мобилизации сахара в кровь. В фазе оптимального развития исте риозиса введенный инсулин оказывается неспособным не только вызват гипогликемию, но и в значительной степени снизить повышенное исте риозисом содержание сахара в крови.

Можно полагать, что резкая гипергликемия и отсутствие гипогликеми ческого эффекта вызваны увеличением выхода адреналина при болевом раз дражении ([4]). В то же время допускается возможность нарушения процес сов ассимиляции углеводов тканями и синтеза гликогена печенью. Во вся ком случае в повышенной фазе истериозиса инсулин не способен выполнит свою роль регулятора нарушенного этапа углеводного обмена.

Разработка механизмов выявленных эффектов составляет предмет на ших дальнейших исследований.

Лаборатория интероцептивных условных рефлексов Института физиологии им. И. П. Павлова Академии наук СССР

Поступило 15 I 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Э. Ш. Айрапетьянц, Высшая нервая деятельность и рецепторы внутренни органов, Изд. АН СССР, 1952, [2] Н. Е. Введенский, Полн. собр. соч., Л., **4**, 1953 стр. 235—339. [3] Н. Е. Введенский, там же, стр. 340—342. [4] Э. Ш. Айрапе тьянц, О. Г. Ониско, Научное совещание по проблеме физиологии и патологии пище варения, Киев, 1954. [5] В. Кеннон, Проблема шока, Изд. АН СССР, 1943.

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

ФИЗИОЛОГИЯ

В. М. ХАЮТИН

ПРИРОДНОЙ ПРЕССОРНОЙ РЕАКЦИИ АРТЕРИАЛЬНОГО ДАВЛЕНИЯ ПРИ ПАДЕНИИ ДАВЛЕНИЯ В КАРОТИДНОМ СИНУСЕ

(Представлено академиком А. Д. Сперанским 21 I 1957)

Общепринятое представление о природе гипертензии, возникающей при дении давления в каротидном синусе, основано на допущении, согласно горому бульбарный сосудодвигательный центр обладает некоторым из-точным уровнем возбуждения, постоянно подавляемым и уравновешивае-м торможением. Степень торможения определяется интенсивностью им-льсации рецепторов синокаротидных и аортальной прессоцептивных зон, условливаемой, в свою очередь, уровнем артериального давления. При дении последнего импульсация этих зон, а вместе с ней и рефлекторно ддерживаемое торможение центра ослабляются, и выявляющееся избы-чное его возбуждение приводит к повышению артериального давления.

Подобное допущение исходит из возможности воспроизведения так на-ваемой «гипертонии расторможения». Уже в названии этого состояния, зникающего у животных тотчас вслед за перерезкой четырех прессоцеп-рных нервов содержится представление о постоянном рефлекторном сдер-вании избыточного возбуждения сосудодвигательного центра.

Показано, однако, что гипертензия, развивающаяся в момент операции, коре ликвидируется и что между первичным повышением артериального вления и последующим развитием стойкой гипертензии проходит несколь-суток (1). В последнее время выяснено, что стойкая фаза реализуется шь при сохранении иннервации почек (2). Этого совершенно не требуется я развития первой, преходящей фазы. Следовательно, механизм так назы-емой «гипертонии расторможения» в ее стойкой фазе отнюдь не сводится выявлению предсуществующего избыточного возбуждения сосудодвига-льного центра. Вследствие этого «гипертония расторможения» не может ссматриваться как доказательство реального существования такого воз-ждения. Гипертензия же, выявляющаяся в первую фазу, тотчас за пере-зкой нервов, подобная гипертензии от зажатия сонных артерий или паде-я давления в каротидных синусах, вызываемого иным способом, также жет иметь механизм, не связанный с гипотетическим избытком воз-ждения.

Ранее было установлено (3–5), что после прекращения достаточно продол-тельного раздражения интероцепторов, вызывавшего прессорный реф-кс, возникает депрессорная реакция артериального давления, которая ла названа «реакцией отдачи» или «сеченовской реакцией кровообраще-я». Было доказано, что в основе этого явления лежит последовательная дукция, развивающаяся в сосудодвигательном центре, и установлено, последняя подготовляется в течение раздражения рецепторного поля звитием и постепенной концентрацией торможения, в некоторых отноше-ях напоминающего внутреннее торможение. Чем длительнее и сильнее дражение, тем больше и продолжительнее последующая депрессор-я реакция артериального давления.

В естественных условиях механорецепторы каротидных синусов дуги аорты непрерывно подвергаются стимуляции. Следователь можно предполагать, что прессорная реакция в ответ на падение кро ного давления, т. е. уменьшение раздражения этих зон, также развива ся по механизму последовательной индукции, представляя реакцию « дачи». Если подобное предположение справедливо, следует ожида что между продолжительностью искусственной стимуляции механо цепторов каротидного синуса и величиной и длительностью прессорн ответа после прекращения раздражения, должна существовать зави мость, аналогичная установлен ранее для сосудистых рефлек с других интероцептивных полей.

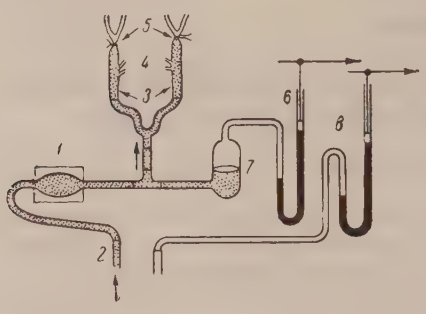


Рис. 1. Схема методики раздражения механорецепторов каротидных синусов. Объяснение в тексте

Опыты проводились на ко ках, наркотизированных уретан (1 г/кг) или уретаном (0,3 г/кг) хлоралозой (30 мг/кг).

В 21 опыте 1 серии произ дилась препаровка каротидн синусов под микроскопом МБС Полной изоляции коротидн синусов по методике «слепого меш удалось при этом достичь лиш трех опытах. Однако рефлексы каротидных синусов в этих опыт были резко ослаблены и прогр сивно уменьшались при повторении длительных раздражений.

В связи с этим во II серии опытов (9 животных) была применена ин методика, принцип которой показан на рис. 1. Кровь, забираемая пёрф зионным насосом (*1*) из общей сонной артерии (*2*), нагнетается в перис рические концы одноименных артерий (*3*). Поскольку наружные сонн артерии (5) перевязаны, она проходит только через артерии, отходящ от области каротидных синусов (*4*). Величина давления в этой облас определяется количеством нагнетаемой крови, т.е. минутной производите ностью насоса, и регистрируется ртутным манометром (*6*). Пульсации перф зионного давления, частота которых составляла 120 ударов в 1 мин., зна тельно сглаживаются воздухом в гасящей камере (*7*). Кровяное дав ние регистрировалось в сонной артерии вторым ртутным манометром (а дыхание — капсулой Марея из трахеи.

Предварительно было установлено, что резкие колебания перфузи ного давления порядка 100—180 мм рт. ст., достигавшиеся изменени ударного объема насоса, после перерезки синусных нервов не вызыва сдвигов артериального давления. Это и понятно, так как изменение уд ного объема насоса, требующееся для значительного повышения давлен в каротидных синусах, очень невелико, поскольку обе наружные сон артерии перевязаны, а кровоток через артерии, отходящие у кошек каротидного синуса, мал. Иногда раздражению подвергался один син а второй денервировался. В ходе опыта перерезались на шее блуждающ и, когда они имелись, депрессорные нервы. Если раздражение синока тидных зон вызывало у ваготомированного животного резкое наруше дыхания, применялась искусственная вентиляция. Гепарин в дозе 10 м/ вводился внутривенно.

Принципиально однородные результаты были получены по описан методике во всех опытах этой серии.

Повышение перфузионного давления безотказно вызывало значите ные депрессорные рефлексы.

При повторных и длительных раздражениях их величина оставал практически постоянной.

Появление прессорной реакции вслед за прекращением искусств

ого раздражения каротидных синусов было уже отмечено ранее рядом
второв ([6,7] и др.). Оказалось, однако, что для ее выявления необхо-
им вполне определенный период предшествующего раздражения. Если
н короток, последовательная прессорная реакция не обнаруживается,
озникая лишь после более длитель-
ого раздражения (рис. 2).

При все большем и большем
длинении раздражения удается от-
етить совершенно закономерную
вязь: чем продолжительнее раздра-
жение, тем больше величина после-
овательной прессорной реакции.
та зависимость представлена на
ис. 3, *А*. Анализ полученных
аписей обнаруживает существова-
ие принципиально тех же отно-
ений между ходом развития де-
рессорной и прессорной фаз реф-
екса во времени. На рис. 3, *Б*
риведены соотношения интеграль-
ых величин обеих фаз реакции во
ремени, установленные путем из-
ерения площади соответствующих
частков кимограммы.

Таким образом, при удлинении
аздражения каротидных синусов
озникающая после него прессорная
еакция становится не только боль-
ше, но и продолжительней.

Такие же результаты наблю-
аются и при раздражении лишь
дного синуса. Перерезка блуждаю-
щих и депрессорных нервов или
скусственное дыхание вносит в
казанное соотношение лишь количе-
твенные изменения.

В настоящем сообщении мы не
атрагиваем специально вопроса об
волюции депрессорного эффекта
ри продолжительном, постоянном
о силе раздражении механорецеп-
оров каротидных синусов. Можно
ишь отметить, что, как и в случае
анее изученных прессорных реф-
ексов с других рецепторных полей,
еличина депрессорного синусного
ефлекса при длительном повыше-
ии перфузионного давления посте-
енно уменьшается. Это явление
азвивается очень медленно. Обычно
а час непрерывного раздражения,
ефлекс уменьшается на 20—50%,
ричем наиболее быстро его вели-
ина убывает в первые минуты повышения перфузионного давле-
ия.

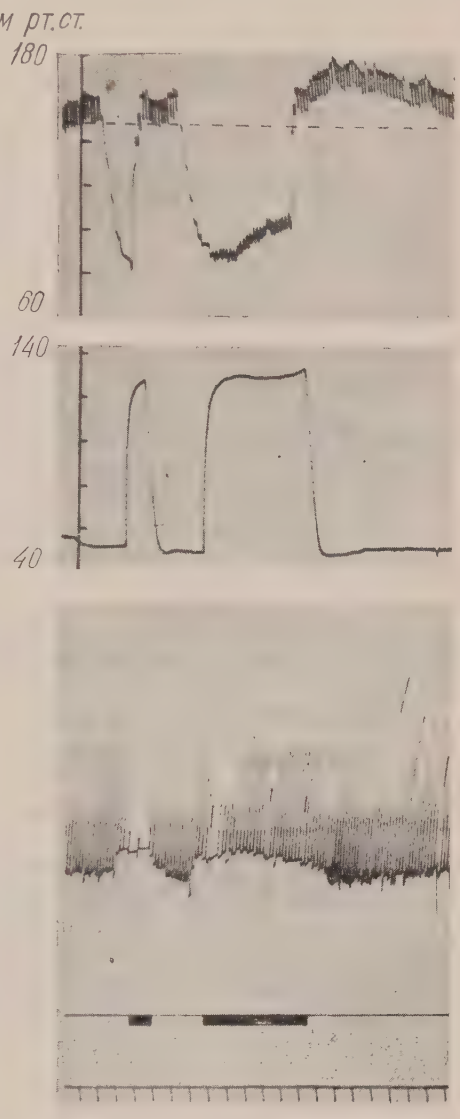


Рис. 2. Появление последовательной прессорной реакции при удлинении раздражения механорецепторов каротидных синусов. Сверху вниз: артериальное давление (пунктирная линия — его исходная величина), P_f перфузионное давление в каротидных синусах, дыхание, отметка раздражения, отметка времени — 30 сек. (опыт 8 V 1956)

Обнаруженное соотношение между величиной и продолжительностью
оследовательной прессорной реакции и длительностью раздражения
аротидных рецепторных зон не находит объяснения с традиционной

точки зрения, изложенной выше. Оно, однако, становится понятным, если рассматривать прессорную реакцию артериального давления как

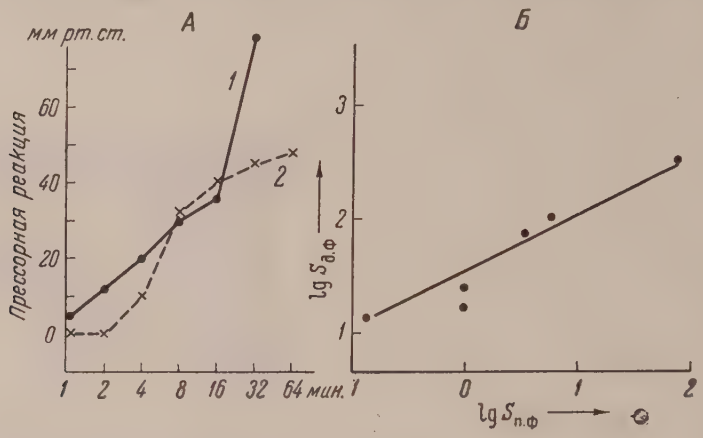


Рис. 3. *А* — зависимость величины последовательной прессорной реакции от длительности предшествующего раздражения каротидных синусов; *1* — опыт 24 V 1956; *2* — опыт 20 V 1956; *Б* — соотношение логарифмов площадей депрессорной ($S_{д.ф}$) и последовательной прессорной ($S_{п.ф}$) фаз рефлекторной реакции при различной длительности раздражения механорецепторов каротидных синусов (опыт 20 IV 1956)

результат возникновения в сосудодвигательном центре после прекращения или ослабления длительного раздражения последовательной индукции.

Институт нормальной и патологической физиологии
Академии медицинских наук СССР

Поступило
21 I 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] C. D. Thomas, J. Clin. Invest., **23**, 927 (1944). [2] М. Я. Ратнер, Бюлл. эксп. биол. и мед., **36**, 3, 28 (1953). [3] А. М. Уголев, В. М. Хаютин, В. Н. Черниговский, Физиол. журн. СССР, **37**, 117 (1950). [4] В. М. Хаютин, Материалы к механизму адаптации безусловных интероцептивных рефлексов, автореферат диссертации, 1951. [5] В. Н. Черниговский, В. М. Хаютин, Сборн. Нервная регуляция кровообращения и дыхания, 1952, стр. 8. [6] E. Koch, Die reflektorishe Selbststeuerung des Kreislaufes, Leipzig, 1931. [7] В. И. Филистович, Физиол. журн. СССР, **42**, 447 (1956).

Доклады Академии наук СССР
1957. Том 113, № 5

ПАРАЗИТОЛОГИЯ

П. А. ГЛУЩЕНКО, А. В. ГУЦЕВИЧ и М. С. ДУДКИНА

ИССЛЕДОВАНИЕ КОМАРОВ КАК ПЕРЕНОСЧИКОВ ВИРУСА ЛИМФОЦИТАРНОГО ХОРИОМЕНИНГИТА НА ЗАПАДЕ УКРАИНЫ

(Представлено академиком Е. Н. Павловским 16 II 1957)

Настоящее исследование предпринято для выяснения вопроса о возможной роли комаров как переносчиков нейротропных вирусов. Насколько нам известно, до сего времени в Европейской части СССР такие исследования не проводились.

Лабораторная база была устроена в г. Стрый, Дрогобычской области. Полевые наблюдения и сбор материала для вирусологического исследования производились в прилегающем районе с 25 июля по 12 августа 1956 г. К этому времени лёт некоторых видов комаров рода Аёdes закончился или заканчивался. Общая численность комаров была ниже, чем в мае — июне. Один двадцатиминутный сбор в лесу на человеке обычно давал не более 10—15 экземпляров.

В течение указанного периода в обследованном районе было обнаружено 15 видов кровососущих комаров: Аёdes cinereus Mg., A. communis Deg., A. dianteus H. D. K., A. excrucians Wlk., A. geniculatus Ol., A. maculatus Mg., A. punctor Kirby, A. sticticus Mg., A. vexans Mg., Anopheles bifurcatus L., An. maculipennis Mg., An. plumbeus Steph., Culex apicalis Ad., C. pipiens L., Mansonia richiardii Fic.

По-видимому все передаваемые членистоногими вирусные инфекции характеризуются природной очаговостью.

Поэтому наше внимание было направлено на изучение комаров в природных условиях. Отлов комаров для вирусологического исследования производился вне населенных пунктов, в лесистой местности.

Среди комаров, нападавших на людей в природных условиях, доминировали виды рода Аёdes, в частности A. dianteus, A. vexans, A. sticticus и A. cinereus. На долю этих четырех видов приходится около 75% общего количества комаров, собранных на людях и путем «кошения» сачком. В меньшем количестве нападали A. geniculatus, A. maculatus, A. punctor, Mansonia richiardii и An. bifurcatus. Прочие виды были представлены небольшим числом экземпляров.

Размножение передаваемых комарами вирусов в организме переносчика, как правило, возможно лишь при относительно высокой температуре. Поэтому наше обследование было приурочено к наиболее теплому времени года. Температура воздуха в дни наблюдений составляла в 8 часов утра от 15 до 19°, в 16 часов дня — от 16 до 25° (один день, 30 июля, 30°).

При отборе материала для вирусологического исследования мы учитывали, что вероятность нахождения зараженных комаров зависит от состава популяции того или иного вида в данное время. До сего времени с достоверностью не установлена трансовариальная передача каких-либо вирусов у комаров. Поэтому представляется вероятным, что вирус можно выделить только из комаров, проделавших по крайней мере один гонотрофический цикл. Мы отбирали для вирусологического исследования в первую очередь те виды, в популяции которых преобладали относительно более старые особи.

Для суждения о возрасте комаров было предпринято обследование во доемов. Оказалось, что в период обследования происходило массовое окры ление A. cinereus, A. vexans и C. pipiens. В меньшем количестве встреча лись личинки An. maculipennis, An. bifurcatus и A. punctor; были найдены единичные личинки A. sticticus; окрыление же A. dianteus, A. communi и A. maculatus ко времени обследования полностью прекратилось. Следо вательно эти последние виды были представлены относительно более ста рыми особями.

Точные сведения о физиологическом возрасте комаров можно получит путем прямого определения количества проделанных комарами гонотро фических циклов — по методу Детиновой и Половодовой ([1],[3]). Было про изведено исследование некоторого количества особей каждого из массовы видов (табл. 1).

Таблица 1

Результаты определения физиологического возраста комаров

Вид	Дата отлова	Общее число вскрытых комаров	В том числе				
			не клавших яиц	откладывавших яйца			
				1 раз	2 раза	3 раза	4 раза
Aëdes dianteus	29 VII	11	—	8	2	1	—
» sticticus	11 VIII	12	2	10	—	—	—
» maculatus	6 VIII	11	2	8	—	—	1
Mansonia richiardii	10 VIII	15	—	14	1	—	—
Aëdes geniculatus	5 VIII	11	5	6	—	—	—
» vexans	27 VII	10	10	—	—	—	—
» »	11 VIII	15	11	4	—	—	—
» cinereus	1 VIII	10	8	2	—	—	—
Anopheles bifurcatus	11 VIII	15	14	1	—	—	—

В соответствии с полученными данными для вирусологического иссле дования в первую очередь отбирались Aëdes группы communis и группы ma culatus (см. ниже), а также Mansonia richiardii, т. е. виды, в популяции кото рых большинство составля ли особи, проделавшие оди или несколько гонотро фических циклов.

Таблица 2

Результаты исследования комаров на естественную зараженность нейротропными вирусами

Вид	Исследовано		Выделено штаммов вируса
	групп	экземпляров	
Aëdes группы communis	30	1442	13
» » maculatus	4	130	2
Mansonia richiardii	4	113	2
Aëdes cinereus	2	99	1
» genicutus	1	50	1
» vexans	1	40	0
Anopheles bifurcatus	1	50	0
Всего	43	1924	19

Во многих случаях сам ки Aëdes не могут быть достоверностью опреде лены до вида по стары особям, утратившим част чешуек груди и крыльев Поэтому некоторые близ кие виды определялись д группы видов и объединя лись при исследовании. составе группы communi было приблизительно 70% A. dianteus, 20% A. stic ticus, 9—10% A. punctor единичные A. communis. группе maculatus данны вид составлял около 95%, остальные относились к A. excrucians.

Всего было подвергнуто вирусологическому исследованию 1924 экзем пляра комаров, разделенных на 43 группы (табл. 2).

Каждая группа состояла не более чем из 50 комаров, которые обраба тывались эфиром, дезинфицировались этиловым спиртом, отмывались мя

пептонным бульоном и растирались в фарфоровой ступке при постепен-
м добавлении 1—1,5 мл бульона. Приготовленная суспензия центрифу-
ровалась, и надосадочная жидкость в обычной дозе вводилась в мозг
уппе белых мышей. Все материалы пассировались не менее четырех раз.
лепые» пассажи производились на восьмой или девятый день. Мыши
твертого пассажа оставались под наблюдением 3 недели и после этого сро-
учитывался окончательный результат исследования. В процессе работы
е экспериментальные материалы подвергались бактериологическому
нтролю. Посевы производились на сахарный бульон и среду Китт —
роци. Загрязненные микрофлорой материалы из работы исключались.
Из 43 исследованных партий комаров было выделено 19 штаммов виру-
(табл. 2). При первичном заражении белых мышей выделено 2 штамма—
Aëdes группы communis и от Mansonia richiardii; остальные получены
первом, втором или третьем пассажах. Все штаммы успешно фильтро-
лись через градоколовые мембраны № 1.

Внутримозговое введение штаммов вызывало заболевание и гибель бе-
х мышей на пятые и шестые сутки. Картина болезни животных для всех
аммов была однотипна и характерна для вируса лимфоцитарного хорио-
нингита. Больные мыши отличались от здоровых некоторой пассивно-
ью. При звуковом раздражении, или будучи взято за хвост, животное реаги-
вало определенным образом — возникали тонические судороги, которые
идавали мыши типичную позу: передние лапки прижимались к туловищу,
адние — резко вытягивались к хвосту. Через несколько минут судороги
гли пройти, но при одном из последующих припадков мышь все же поги-
ла.

В 1954 году одним из нас (П. А. Глущенко) из клещей Ixodes ricinus был
делен штамм «17-МК», который после детального изучения его иммунно-
логических свойств идентифицирован с вирусом лимфоцитарного хорио-
нингита. Исследованные нами комары были собраны в тех же местах,
производился сбор клещей, из которых получен штамм «17-МК».
обстоятельства и типичная картина болезни белых мышей при зараже-
и комариными штаммами дают основание сделать предварительное
ключение, что последние также принадлежат к вирусу лимфоцитарного
риоменингита.

Обращает на себя внимание факт, что вирус получен от комаров не-
льких видов, причем степень зараженности оказалась весьма высокой,
штаммы были выделены почти из половины общего количества
следованных групп комаров.

Советскими исследователями установлено, что переносчиками вируса
мфоцитарного хориоменингита могут быть гамазовые клещи ([2]). Из-
стно также, что в условиях опыта вирус лимфоцитарного хориоменингита
жет передаваться комарами: после кормления на зараженных животных
мки Aëdes aegypti приобретали способность передавать вирус уколом
рез 7 дней ([4], [5]).

Учитывая полученные нами результаты и литературные данные о воз-
жности передачи вируса лимфоцитарного хориоменингита в условиях
ыта, можно предположительно заключить, что комары, наряду с кле-
ми, являются переносчиками этого возбудителя и играют роль в цирку-
ции вируса в природных очагах лимфоцитарного хориоменингита.

Санитарно-эпидемиологический отряд № 28 (Львов)
Военно-медицинская академия им. С. М. Кирова
Львовский институт эпидемиологии и микробиологии

Поступило
14 II 1957

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Т. С. Детинова, Мед. паразитол., 18, № 5 (1949). [2] М. И. Леви, В. М. Гу-
в и др., ЖМЭИ, № 8 (1953). [3] В. П. Половодова, Мед. паразитол., 18, № 4
49). [4] L. T. Coggeshall, Science, 89, № 2318 (1939). [5] A. Milzer, J. In-
Dis., 70, № 2 (1942).